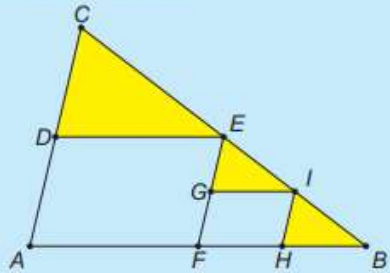


1. Na figura abaixo, D , E e F são pontos médios dos lados do triângulo ABC , e G , H e I são pontos médios dos lados do triângulo FBE . A área do triângulo ABC é 48 cm^2 . Qual é a área da região destacada em amarelo?

- A) 16 cm^2
B) 18 cm^2
C) 20 cm^2
D) 22 cm^2
E) 24 cm^2



2. Se $a - b = 1$ e $ab = 1$, qual é o valor de $a^2 + b^2$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Um ponto está a 1 cm de uma figura quando a menor distância desse ponto aos pontos da figura é 1 cm. Celinha traçou com uma caneta vermelha todos os pontos que estão a 1 cm de distância do círculo da Figura 1. A seguir, ela fez o mesmo para a região quadrada da Figura 2. Qual é o desenho que ela vai obter se traçar todos os pontos que estão a 1 cm de distância da região poligonal da Figura 3?



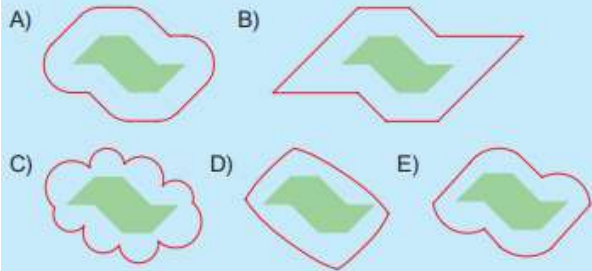
Figura 1



Figura 2



Figura 3



4. Zequinha tem três dados iguais, com letras **O**, **P**, **Q**, **R**, **S** e **T** em suas faces. Ele juntou esses dados como na figura, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra. Qual é a letra na face oposta à que tem a letra **T**?



- A) S B) R C) Q D) P E) O

5. Ana, Beatriz e Cristina treinam numa pista de corrida. Ana corre sempre com o dobro da velocidade de Beatriz e com o triplo da velocidade de Cristina. Um dia, Ana partiu do fim da pista, correndo em sentido contrário ao de suas amigas, no mesmo instante em que Beatriz e Cristina partiram do início da pista. Após o treino, Ana disse para suas amigas que tinha percorrido 20 metros desde o momento em que cruzou com Beatriz até o momento em que cruzou com Cristina. Quantos metros tem a pista?

- A) 200 metros
B) 220 metros
C) 240 metros
D) 300 metros
E) 360 metros



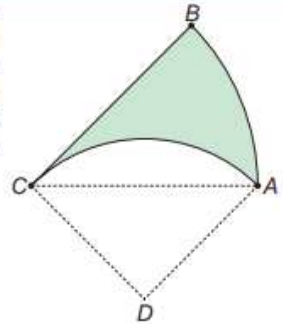
6. Somando 1 a um certo número natural, obtemos um múltiplo de 11. Subtraindo 1 desse mesmo número, obtemos um múltiplo de 8. Qual é o resto da divisão do quadrado desse número por 88?

- A) 0 B) 1 C) 8 D) 10 E) 80

7. Se $f(x) = 5x^2 + ax + b$, com $a \neq b$, $f(a) = b$ e $f(b) = a$, qual é o valor de $a + b$?

- A) -5 B) -1/5 C) 0 D) 1/5 E) 5

8. Na figura, o arco AC é um quarto de uma circunferência de centro D e o arco AB é um oitavo de uma circunferência de centro C . O segmento AD mede 2 cm. Qual é a área em cm^2 da região verde?

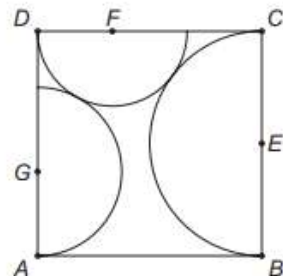


- A) 2
B) π
C) 4
D) 2π
E) 4π

9. A maior potência de 2 que divide o produto $1 \times 2 \times \dots \times 2023 \times 2024$ é 2^{2017} . Qual é a maior potência de 2 que divide o produto $1 \times 2 \times \dots \times 4047 \times 4048$?

- A) 2^{2018} B) 2^{4034} C) 2^{4041} D) 2^{6051} E) 2^{8068}

10. No interior do quadrado $ABCD$ de lado 9 cm, foram traçadas as semicircunferências de centros E , F e G , tangentes como indicado na figura. Qual é a medida de AG ?



- A) $\frac{11}{5}$ cm
B) $\frac{18}{5}$ cm
C) $\frac{19}{5}$ cm
D) $\frac{11}{4}$ cm
E) $\frac{27}{8}$ cm

11. Em uma competição, as partidas têm duração de 60 minutos, e cada time tem sempre 5 jogadores em campo. Em determinada partida, um time inscreveu 8 atletas e foram feitas várias substituições de modo que cada um deles jogou a mesma quantidade de tempo. Quanto tempo cada um deles jogou nessa partida?



- A) 27 minutos e 30 segundos
B) 30 minutos
C) 37 minutos e 30 segundos
D) 40 minutos
E) 42 minutos e 30 segundos

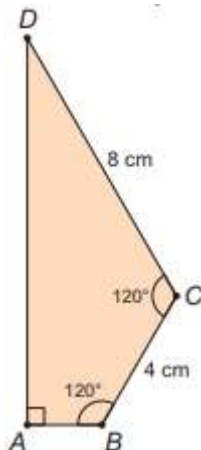
12. Por duas vezes Benício juntou, como na figura, três dados com faces numeradas de 1 a 6, de tal modo que faces em contato tivessem o mesmo número. Em cada uma das vezes ele somou os números de todas as faces que não ficaram em contato entre si. A diferença entre as somas obtidas foi 16. Quais são os números das faces que nunca ficaram em contato entre si?

- A) 1 e 4
B) 1 e 6
C) 2 e 5
D) 3 e 4
E) 2 e 6



13. Na figura, os ângulos \widehat{ABC} e \widehat{BCD} medem 120° , o ângulo \widehat{BAD} é reto, os segmentos BC e CD medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero $ABCD$ em cm^2 ?

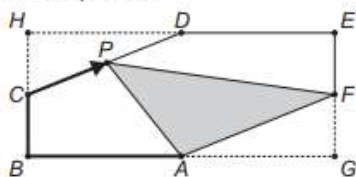
- A) $14\sqrt{3}$
B) $28\sqrt{3}$
C) $32\sqrt{3}$
D) $36\sqrt{3}$
E) $40\sqrt{3}$



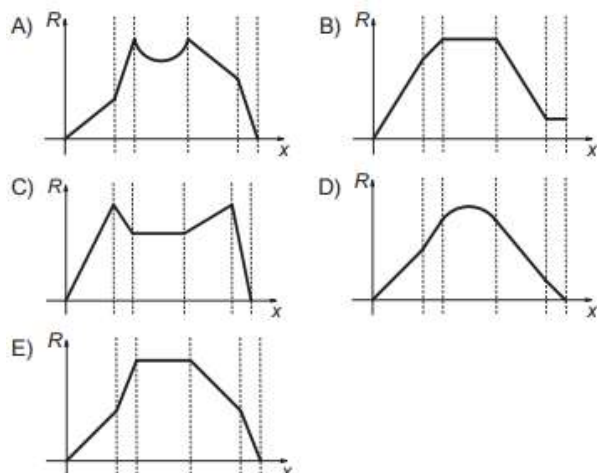
14. Uma caixa contém 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas, 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, sem olhar, para ter a certeza de que, entre elas, haja um grupo de sete bolas com três cores diferentes, sendo três bolas de uma cor, duas bolas de uma segunda cor e duas bolas de uma terceira cor. Qual é o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar da caixa?

- A) 11 B) 14 C) 21 D) 22 E) 23

15. Na figura abaixo, $BHEG$ é um retângulo com $BG > BH$, e A, C, D, F são pontos médios de seus respectivos lados. Um ponto P desloca-se ao longo da poligonal $ABCDEF$, partindo de A até o ponto F .



Qual é o gráfico que melhor representa a área $R(x)$ do triângulo APF em função da distância x percorrida pelo ponto P ao longo dessa poligonal?



16. João tem 148 copos dispostos em fila, cada um contendo um grão de feijão. Em etapas, João reduz a quantidade de copos da fila da seguinte maneira:



- se em uma etapa a quantidade de copos for par, ele coloca os feijões do último copo no primeiro, do penúltimo no segundo, do antepenúltimo no terceiro e assim por diante, descartando os copos vazios;
- se em uma etapa a quantidade de copos for ímpar, ele coloca os feijões do último copo no segundo, do penúltimo no terceiro, do antepenúltimo no quarto e assim por diante, também descartando os copos vazios.

Quando a fila se reduzir a dois copos, quantos feijões estarão no primeiro copo?

- A) 4 B) 10 C) 16 D) 20 E) 36

17. Ana e Beto foram os únicos candidatos na eleição para a presidência do grêmio estudantil da escola em que ambos estudam. Nessa eleição, votaram ao todo 1450 alunos. Durante a apuração, houve um momento em que Ana teve a certeza de que, ao final, ela teria pelo menos a metade dos votos válidos. Naquele momento, os percentuais eram os seguintes:

- votos não válidos: 20% dos votos apurados;
- votos em Ana: 60% dos votos válidos;
- votos em Beto: 40% dos votos válidos.

Quantos votos tinham sido apurados até aquele momento?

- A) 1110 B) 1150 C) 1200 D) 1250 E) 1300

18. Para quantos conjuntos $\{a, b, c\}$ de três números naturais é verdade que $a \times b \times c = 2310$?

- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

19. Uma caixa contém nove bolas idênticas numeradas de 1 a 9. Uma primeira bola é sorteada, seu número é anotado e a bola é devolvida à caixa. Repete-se esse procedimento mais duas vezes, anotando-se também os números da segunda e terceira bolas sorteadas. Qual é a probabilidade de que a soma dos números nas duas primeiras bolas sorteadas não seja um múltiplo de 3 e a soma dos números nas três bolas sorteadas seja um múltiplo de 3?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{6}{9}$ E) $\frac{2}{9}$

20. Sérgio quer numerar de 1 a 16 os triângulos da Figura 1 de tal modo que números consecutivos fiquem em triângulos que têm um lado comum. Por exemplo, ele pode numerar os triângulos como na Figura 2.

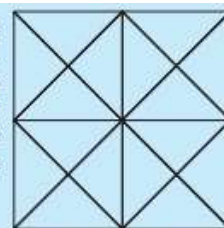


Figura 1

De quantas maneiras Sérgio pode fazer isso?

- A) 16
B) 32
C) 48
D) 56
E) 64



Figura 2