

CHAPITRE 03:

Dynamique du point matériel

- III.1. Notions fondamentales
- III.2. Référentiels
- III.3. Les lois de Newton
- III.4. Première loi de Newton : principe d'inertie
- III.5. Référentiel galiléen
- III.6. Deuxième loi de Newton : Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)
- III.7. Troisième loi de Newton (Principe de l'action et de la réaction)
- III.8. Les forces
 - III.8.1 Forces d'interaction gravitationnelle
 - III.8.2. Force d'interaction électromagnétique
 - III.8.3. Force d'interaction coulombienne
 - III.8.4. Tension d'un fil
 - III.8.5. Force de réaction d'un support
 - III.8.6. Force de frottement
- III.9. Théorème du moment cinétique
 - III.10. Moment d'une force
 - III.11. Moment cinétique
 - III.12. Théorème du moment cinétique

Chapitre III : Dynamique du point matériel

Nous avons étudié dans le chapitre précédent le mouvement sans se soucier de ce qui l'a causé. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la cause qui a produit le mouvement, souvent c'est la force (poids, frottement, tension d'un fil ou d'un ressort, force électriques...etc) et d'établir une relation entre la cause et le mouvement. Pour ce faire, nous aborderons les lois fondamentales de la dynamique ou les trois lois de Newton en référence au savant physicien Isaac Newton, fondateur de la mécanique classique.

III.1. Notions fondamentales

Masse inertielle (on inerte) : La masse est une grandeur physique scalaire positive. Elle est directement liée à la quantité de matière que contient un corps. Elle traduit la capacité d'un corps à s'opposer à toute modification de sa vitesse, donc elle mesure son inertie. Elle intervient directement dans le principe fondamental de la dynamique. L'unité de mesure de la masse est le kilogramme dans le SI.

Force

La force est une grandeur vectorielle (elle a les caractéristiques d'un vecteur) qui traduit les interactions entre les objets. C'est une cause pouvant produire ou de modifier le mouvement d'un corps, ou de causer sa déformation. Son unité de mesure est le Newton, noté N. On peut la mesurer directement à l'aide d'un dynamomètre ; un appareil de mesure dont le principe est basé sur l'allongement d'un ressort parfaitement élastique. On peut distinguer :

Forces de contact : elles traduisent les interactions entre les objets en contact physique, telles que les forces de frottement, tension d'un fil...etc. Leurs caractérisations dépendent des propriétés de l'objet sur lequel y sont exercées (masse, charge, moment dipolaire ...etc.) ainsi que la nature de l'environnement dans lequel elles sont placées.

Force à distance : elle traduit les interactions entre les objets sans être en contact (sans se toucher), ceci s'explique par la présence d'un champ vectoriel produit par l'un et qui agit sur l'autre (champ électrique, champ magnétique, champ de pesanteur...etc.)

Quantité de mouvement : les lois de la mécanique font intervenir une grandeur appelée quantité de mouvement ; c'est le produit de la masse d'un point matériel par sa vitesse. C'est une grandeur vectorielle, son unité est Kgm/s.

$$\vec{P}(M) = m\vec{v}(M)$$

Point matériel isolé mécaniquement : on parle d'un point matériel isolé mécaniquement lorsqu'il n'est soumis à aucune force de l'extérieur : un point matériel de masse m se trouvant seul dans l'espace ! difficile à réaliser ! Donc, on admet plutôt un point matériel pseudo-isolé où les forces qui lui sont appliquées se compensent.

III.2. Référentiels

Référentiel de Copernic (Rc)

C'est un référentiel qui a pour origine le centre du système solaire et ses axes sont donnés par les directions de trois étoiles très éloignées (supposées fixes par rapport au soleil). On utilise ce référentiel pour l'étude du système solaire

Référentiel héliocentrique ou de Kepler:

C'est un référentiel qui a pour origine le centre du soleil et dont les axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic

Référentiel géocentrique (RG):

C'est un référentiel qui a pour origine le centre de la terre et ses axes sont donnés par les directions de trois étoiles très éloignées tout comme le référentiel de Copernic. On l'utilise pour l'étude des mouvements des satellites naturels (la lune) ou artificiel.

Référentiel terrestre (RT):

C'est un référentiel lié à la terre et qui a pour origine un point de la planète et ses axes ont des directions fixes par rapport à elle. On l'utilise pour l'étude des mouvements des objets sur terre.



Référentiel de Copernic et référentiel géocentrique

III.3. Les lois de Newton

La mécanique classique fondée par Isaac Newton est basée sur ces trois lois publiées en 1687.

III.3.1. Première loi de Newton : principe d'inertie

Dans un référentiel **Galiléen**, tout corps isolé qui n'est soumis à aucune force reste au repos ou en mouvement rectiligne uniforme.

III.3.2. Référentiel galiléen

A partir du principe d'inertie, on peut déduire la définition d'un référentiel galiléen : tout référentiel dans lequel le principe d'inertie est appliqué. Il s'appelle aussi référentiel d'inertie.

Nous avons les propriétés suivantes :

- Tout référentiel muni d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est un référentiel Galiléen.
- Les référentiels, de Copernic, héliocentrique sont considérés comme des référentiels galiléens.
- La terre tourne autour du soleil suivant une trajectoire elliptique, sa période de révolution est, à peu près de 365 jours. Son mouvement n'est donc pas rectiligne uniforme par rapport au référentiel de Copernic. Mais, pour des études de durées très inférieures à la période de révolution (365 jours), son mouvement peut être considéré comme un mouvement rectiligne uniforme, et par conséquent le référentiel géocentrique peut être considéré comme référentiel galiléen
- La terre tourne autour d'elle, sa période de rotation est de 24 heures. Son mouvement n'est donc pas rectiligne uniforme par rapport au référentiel

géocentrique. Le référentiel terrestre ne peut être considéré comme référentiel galiléen que dans le cas d'études de courte durée (très inférieure à la période de rotation de la terre qui est de 24h).

III.3.3. Deuxième loi de Newton : Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)

Dans un référentiel Galiléen la résultante des forces extérieures qui s'exercent sur un point matériel est égale au produit du vecteur accélération et de la masse du point matériel.

$$\sum \vec{f}_{ext} = m\vec{\gamma}$$

Cette loi traduit la relation causale qui unit la cinématique du point matériel aux causes du mouvement. Cela signifie que la force est la cause du changement de la vitesse donc du mouvement du point matériel. En effet, si la force n'est pas nulle alors la vitesse n'est pas constante et vice versa.

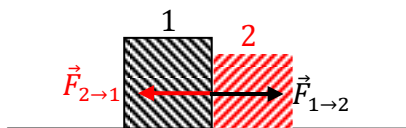
Si la force est nulle alors l'accélération est nulle. La force est nulle : signifie un corps isolé (ou pseudo-isolé), accélération nulle : signifie que la vitesse est constante (mouvement rectiligne uniforme). Donc, on retrouve bien la première loi de Newton (principe d'inertie).

Remarques

- Considérons \vec{F} la résultante des forces appliquées sur le point matériel M, on écrit : $\vec{F} = m\vec{\gamma}$, avec $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$ donc, les coordonnées de \vec{F} sont : $\vec{F} = \begin{pmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \end{pmatrix}$
- Le PFD peut s'écrire : $\sum \vec{f}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, où \vec{P} est la quantité de mouvement ($\vec{P} = m\vec{v}$) et $\sum \vec{f}_{ext} = \vec{F}$
Donc, $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{v} \frac{dm}{dt} + m \frac{d\vec{v}}{dt}$
Si la masse est constante, alors $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{\gamma}$

III.3.4. Troisième loi de Newton (Principe de l'action et de la réaction)

Si un corps (1) exerce une force $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ sur un autre corps (2), ce dernier exerce à son tour une force $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ de même intensité mais de sens opposée : $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$



Remarque : ce principe est universel, il s'applique aussi bien pour les forces de contact que pour les forces à distance, à l'échelle des particules comme à l'échelle de l'univers.

III.4. Les forces

Nous avons évoqué au début de ce chapitre les deux types de forces, classées selon leur mode de transmission, à savoir les forces à distance et les forces de contact, nous citons ici quelques exemples

III.4.1. Forces à distance

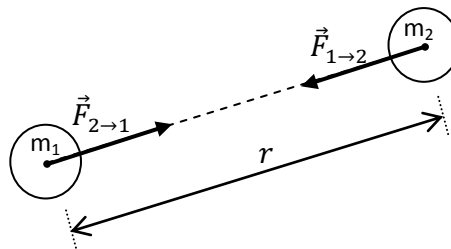
III.4.1.1. Forces d'interaction gravitationnelle (loi la gravitationnelle universelle)

La loi de la gravitation universelle a été découverte par Newton et a permis d'expliquer une grande variété de phénomènes allant du mouvement des planètes à la chute des corps en passant par les hautes et les basses marées.

Cette loi provoque une attraction entre deux corps de masses m_1 et m_2 et qui est proportionnelle au produit de leurs masses et à l'inverse du carré de la distance entre les centres de gravité de ces masses.

Considérons deux points matériels de masse m_1 et m_2 , et r la distance qui les sépare. Ces deux points matériels exercent mutuellement l'un sur l'autre une force attractive dont les caractéristiques sont :

- **la direction**, celle de la droite reliant les deux points matériels
- **le sens**, il s'agit d'une attraction mutuelle, on est en présence de deux forces de sens opposés.
- **l'intensité**, donnée par la relation : $\|\vec{F}_{1 \rightarrow 2}\| = \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
Où G est la constante de gravitation universelle et qui vaut : $6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$



Exemple : considérons une masse quelconque m et M la masse de la terre et déterminons la force qui s'exerce par le centre de la terre sur m :

$F = G \frac{m.M}{r^2}$ où r est la distance entre le centre de gravité de m et le centre de la terre.

D'après la troisième loi de Newton, la masse m exerce la même force sur la terre, avec un sens opposé : $F' = F = G \frac{m.M}{r^2}$, $\vec{F}' = -\vec{F}$

Choisissons un vecteur unitaire \vec{u} partant de m vers le centre de la terre.

$$\vec{F} = -G \frac{m.M}{r^2} \vec{u}$$

Posons : $\vec{G}(r) = G \frac{M}{r^2} \vec{u}$: champ de pesanteur de la terre créée en un point de l'espace se situant à une distance r du centre de la terre, il a la dimension d'une accélération

$$\text{Donc, } \vec{F} = -\vec{G}(r).m$$

Si on est proche de la surface de la terre alors r est à peu près le rayon de la terre ($R_T = 6370.10^3 \text{ m}$, $M_T = 5,98.10^{24} \text{ Kg}$)

$$\vec{G}(r) = \vec{g} = -G \frac{M_T}{R_T^2} \vec{u} \Rightarrow g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$

Cette force s'appelle le point \vec{P} et s'écrit :

$$\|\vec{P}\| = \|\vec{F}\| = m.g$$

III.4.1.2. Force d'interaction électromagnétique

Les particules chargées créent autour d'elles, partout dans l'espace un champ électrique. Si une charge électrique se trouve en présence d'un champ électrique, ceci va lui faire subir une force $\vec{F} = q. \vec{E}$

Dans un référentiel donné, si une charge (q) en mouvement, munie d'une vitesse (\vec{v}) se trouve en présence d'un champ électrique (\vec{E}) et un champ magnétique (\vec{B}), ceci va lui faire subir une force, appelée force de Lorentz :

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

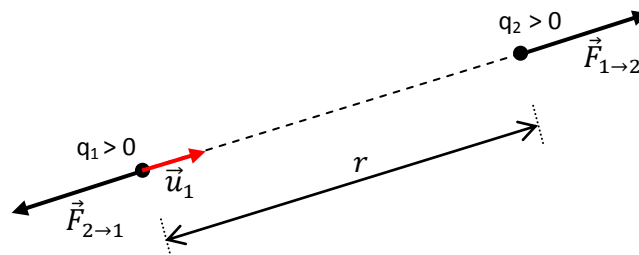
III.4.1.3. Force d'interaction coulombienne

Par analogie à l'interaction gravitationnelle où on fait intervenir la masse, l'interaction coulombienne fait intervenir la charge.

Considérons deux charges q_1 et q_2 et r la distance qui les sépare. Ces deux charges exercent mutuellement l'une sur l'autre une force attractive ou répulsive selon le signe de leurs charges dont les caractéristiques sont :

- **la direction**, celle de la droite reliant les deux charges.
- **le sens**, il s'agit d'une attraction attractive si elles ont des charges de même signe, et répulsive si les charges sont de signes opposés.
- **l'intensité**, donnée par la relation : $\|\vec{F}_{1 \rightarrow 2}\| = \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$
Où ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide et qui vaut : $8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$.

Choisissons un vecteur unitaire \vec{u}_1 partant de q_1 vers q_2 et que les deux charges sont de même signe (force répulsive)



$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}_1$$

Posons : $\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u}_1$: champ électrique créé par la charge q_1 en tout point l'espace se situant à une distance r de q_1 .

Donc, $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = q_2 \cdot \vec{E}(r)$.

III.4.2. Forces de contact

On considère deux corps en contact, un solide avec un solide ou un solide avec un fluide.

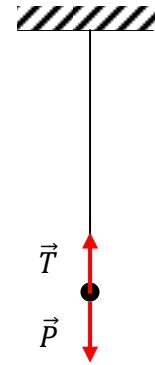
III.4.2.1 Tension d'un fil

Considérons un fil inextensible, son extrémité est attachée à un support fixe. Un opérateur tire sur l'autre extrémité du fil, ce dernier se tend. L'opérateur applique donc une force \vec{F}_1 sur le fil et il va ressentir une force \vec{F}_2 qui lui est appliquée par le fil. Cette force s'appelle la tension du fil. Elle a la même direction que \vec{F}_1 , même intensité, et sens opposé ; on écrit :

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Exemple 1

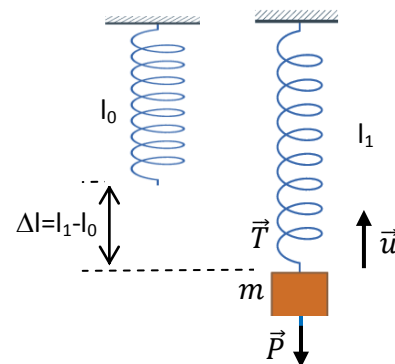
Considérons une masse m attachée à une extrémité d'un fil inextensible, l'autre extrémité est fixée à un support comme indiqué sur la figure :



Ici, la force de l'opérateur \vec{F}_1 est remplacée par le poids de la masse \vec{P}
On écrit donc, $\vec{P} = -\vec{T}$ ou encore $mg = T$

Exemple 2

Considérons une masse m attachée à une extrémité d'un ressort de constante de raideur k , l'autre extrémité est fixée à un support comme indiqué sur la figure ci-dessous:



La force de rappel du ressort T est proportionnelle à l'allongement Δl et s'écrit :

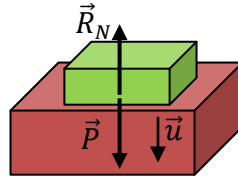
$$\vec{T} = k(l_1 - l_0) \vec{u}$$

Avec, l_0 la longueur du ressort à vide, l_1 la longueur du ressort et k la constante de raideur du ressort.

A l'équilibre : $\vec{T} = -\vec{p}$

III.4.2.2. Force de réaction d'un support

Un objet posé sur un support de surface horizontale va appliquer par le biais de son poids une force perpendiculaire à cette surface. Pour que l'objet ne s'enfonce pas dans le support, ce dernier va lui appliquer une force de réaction de même intensité que le poids mais de sens opposé.



On écrit : $\vec{R}_N = -\vec{P} = -mg \cdot \vec{u}$

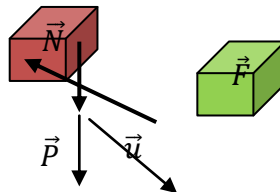
III.4.2.3. Force de frottement

Soit deux objets en contact. Lorsque l'un est en mouvement par rapport à l'autre, il apparaît une force, appelée force de **frottement** qui s'oppose à ce mouvement. Lorsque les deux objets sont des solides, on parle de frottement solide (forces de friction), si l'un est solide et l'autre est un liquide, on parle de frottement visqueux.

Frottement solide

Lorsqu'un frottement s'oppose à un mouvement déjà établi, on parle de frottement cinétique, et lorsqu'il empêche un mouvement de démarrer, il s'agit de frottement statique.

Considérons l'exemple de l'objet posé sur un support horizontal. On pousse horizontalement l'objet à l'aide d'une force motrice \vec{F} .



Si cette force n'est pas suffisante, l'objet reste à sa position à cause d'une force de résistance appelée force de frottement solide notée \vec{f}_s . Si l'on continue de pousser encore et encore, l'objet se met à bouger et donc la force de frottement atteint sa valeur limite $\vec{f}_{s,max}$. L'Objet ne bouge pas tant que l'intensité de \vec{F} n'est pas supérieure à $\vec{f}_{s,max}$

$$f_{s,max} = \mu_s N \text{ (loi de coulomb)}$$

où μ_s est le coefficient de frottement statique qui dépend de la nature de la surface de contact.

La réaction du support \vec{R} peut se décomposer donc en deux composantes : une composante normale \vec{N} ($N = P = mg$) et une composante tangentielle \vec{f}_s : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_s$

On peut donc définir l'angle de frottement φ qu'est l'angle entre la composante normale \vec{N} et la réaction du support \vec{R} : $\tan \varphi = \frac{f_s}{N}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

L'angle de frottement maximal φ_{max} s'écrit : $\tan \varphi_{max} = \frac{f_{s,max}}{N} = \mu_s$

Si $\varphi \leq \varphi_{max}$ l'objet ne bouge pas.

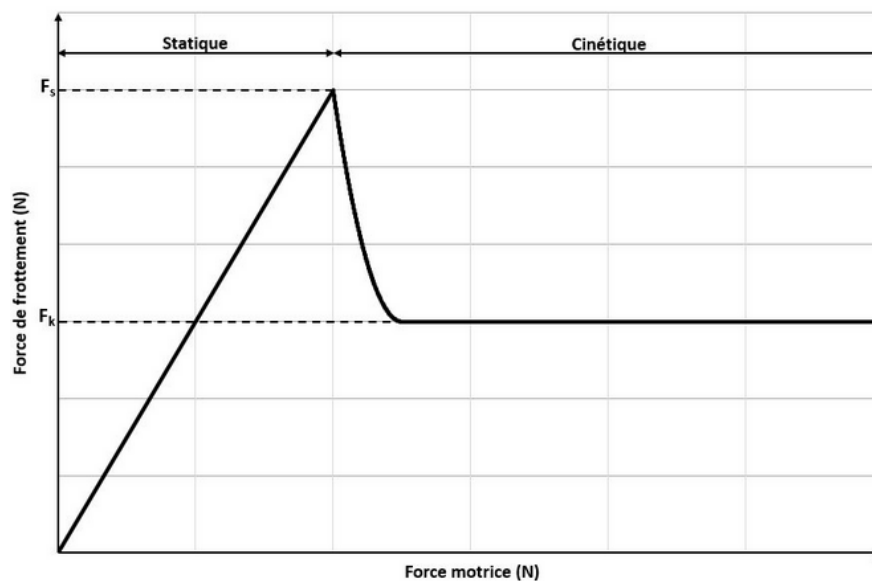
Si $\varphi > \varphi_{max}$, l'objet se met en mouvement.

Lorsque l'objet est en mouvement, on se retrouve dans l'état non statique ou bien cinétique avec une autre force de frottement notée $f_c = \mu_c N$

Où μ_c est le coefficient de frottement cinétique.

L'expérience montre que $\mu_c < \mu_s$

Sur la figure ci-dessous, nous montrons la variation de la force de frottement en fonction de la force motrice appliquée.



Frottement visqueux (contact solide –liquide)

Lorsqu'un objet est en mouvement dans un fluide (liquide ou gaz), il apparaît des forces de frottement qui s'opposent à ce mouvement. Lorsque la vitesse relative de l'objet par rapport au fluide est faible, la force de frottement visqueux s'écrit :

$$\vec{f} = -\alpha \cdot \vec{v},$$

Avec, α est le coefficient de frottement visqueux, il dépend de la nature du fluide (viscosité η) ainsi que de la forme de l'objet (coefficient K), $\alpha = K\eta$

\vec{v} est la vitesse relative de l'objet par rapport au fluide.

Exemple : pour un objet de forme sphérique $K = 6\pi R$

$$\vec{f} = -6\pi R\eta \cdot \vec{v} \text{ (loi de Stokes)}$$

Cette loi n'est valable que pour des vitesses faibles. Lorsque la vitesse est élevée, il s'agit de frottement turbulent et la force de frottement s'écrit :

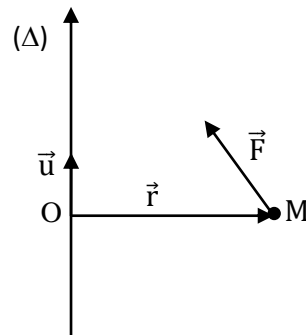
$$f = \alpha \cdot v^2$$

III.5. Théorème du moment cinétique

Dans de nombreux problèmes, il est plus utile d'utiliser le théorème du moment cinétique que le principe fondamental de la dynamique.

III.5.1. Moment d'une force

Considérons un point matériel M dans un référentiel Galiléen \mathcal{R} soumis à une force \vec{F} .



Le moment de la force \vec{F} par rapport au point O est défini par :

$\vec{\tau}_O = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \vec{F}$; c'est un vecteur perpendiculaire au plan contenant les vecteurs \vec{r} et \vec{F} de façon à ce que le trièdre $(\vec{u}, \vec{r}, \vec{F})$ soit direct.

Le moment de la force \vec{F} par rapport à l'axe (Δ) est la grandeur scalaire définie par :

$\tau_\Delta = \vec{\tau}_O \cdot \vec{u}$; c'est la projection de $\vec{\tau}_O$ sur l'axe (Δ)

III.5.2. Moment cinétique

Le moment cinétique du point M par rapport au point O dans le référentiel \mathcal{R} est défini par :

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \vec{r} \wedge \vec{P}$$

Où, $\vec{P} = m\vec{v}$ (vecteur quantité de mouvement).

Le moment cinétique du point M par rapport à l'axe (Δ) passant pas O et ayant comme vecteur unitaire \vec{u} est défini par :

$L_\Delta = \vec{L}_O \cdot \vec{u}$; c'est la projection de \vec{L}_O sur l'axe (Δ)

III.5.3. Théorème du moment cinétique

Dérivons par rapport au temps le moment cinétique du point M par rapport au point O dans le référentiel \mathcal{R} , nous obtenons le moment dynamique :

$$\frac{d(\vec{L}_O)}{dt} = \frac{d(\vec{r} \wedge \vec{P})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{P} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$$

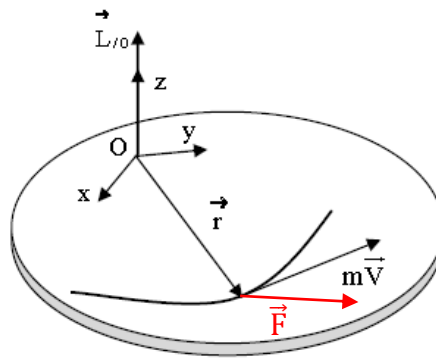
$$\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{P} = \vec{v} \wedge m\vec{v} = m \cdot \vec{v} \wedge \vec{v} = \vec{0}$$

$$\text{Donc, } \frac{d(\vec{L}_O)}{dt} = \frac{d(\vec{r} \wedge \vec{P})}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{\tau}_O$$

Le théorème s'énonce :

Dans un référentiel Galiléen, la dérivée par rapport au temps (le moment dynamique) du moment cinétique du point M par rapport au point fixe O du référentiel Galiléen \mathcal{R} est égale au moment de la résultante des forces extérieures appliquées sur M.

$$\frac{d\vec{L}_{O(M/\mathcal{R})}}{dt} = \vec{\tau}_O(\sum \vec{f}_{ext})$$



De même, on peut vérifier que :

$$\frac{d(L_{\Delta})}{dt} = \tau_{\Delta}$$