

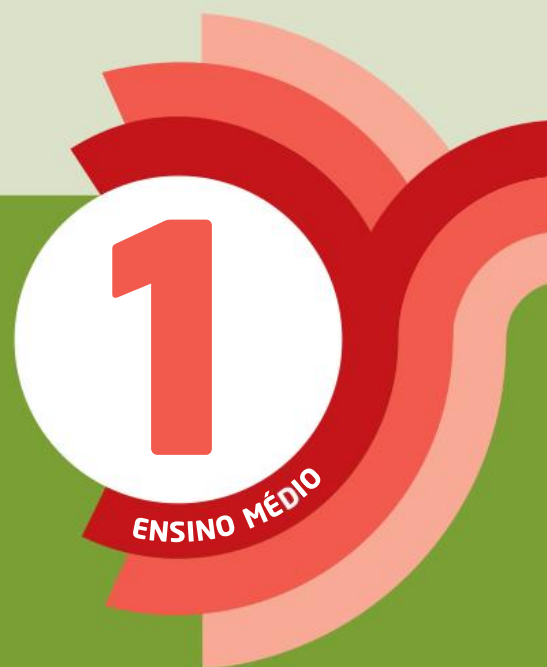


**MANUAL DO
PROFESSOR**

**Glorinha Martini
Walter Spinelli
Hugo Carneiro Reis
Blaidi Sant'Anna**

Conexões com a Física

Componente curricular: FÍSICA



**Estudo dos movimentos
Leis de Newton
Leis da conservação**

Glorinha Martini

Mestre em Ciências (área: Modalidade Ensino de Física) pela Universidade de São Paulo.
Professora de Física em escolas de Ensino Médio.
Coordenadora pedagógica em escolas de Ensino Médio.

Walter Spinelli

Doutor em Educação (área de concentração: Educação – Ensino de Ciências e Matemática)
pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.
Professor de Física em escolas de Ensino Médio. Consultor pedagógico.

Hugo Carneiro Reis

Doutor em Ciências (área de concentração: Física das Partículas Elementares)
pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
Professor de Física no Ensino Superior e em escolas de Ensino Médio.

Blaidi Sant'Anna

Licenciado em Física pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.
Professor de Física em escolas de Ensino Médio.
Diretor e coordenador pedagógico em escolas de Ensino Médio.

Conexões com a **Física**

1 **Estudo dos movimentos** **Leis de Newton** **Leis da conservação** Ensino Médio

Componente curricular: FÍSICA

MANUAL DO PROFESSOR

3ª edição

São Paulo, 2016



Coordenação editorial: Fabio Martins de Leonardo

Edição de texto: Marilu Maranhão Tassetto, Luiz Alberto de Paula, Livia Santaclara de Azevedo Ferreira, Jeferson Felix da Silva

Assistência editorial: Denise de Almeida, Gislaine Maria da Silva, Humberto Henrique Megiolaro, Paula Sousa

Gerência de design e produção gráfica: Sandra Botelho de Carvalho Homma

Coordenação de produção: Everson de Paula

Suporte administrativo editorial: Maria de Lourdes Rodrigues (coord.)

Coordenação de design e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite

Projeto gráfico: Marta Cerqueira Leite, Douglas Rodrigues José

Capa: Mariza de Souza Porto

Foto: Jovem fazendo manobras em uma pista de skate.

© Zachary Miller/Getty Images.

Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho

Edição de arte: Edivar Goularth

Editoração eletrônica: Setup Bureau Editoração Eletrônica

Edição de infografia: Luiz Iria, Priscilla Boffo, Otávio Cohen

Coordenação de revisão: Adriana Bairrada

Revisão: Ana Paula Felipe, Cecília Setsuko Oku, Rita de Cássia Sam, Vânia Bruno

Coordenação de pesquisa iconográfica: Luciano Baneza Gabarron

Pesquisa iconográfica: Carol Böck, Fernanda Siwiew, Marcia Sato

Coordenação de bureau: Américo Jesus

Tratamento de imagens: Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Rubens M. Rodrigues

Pré-impressão: Alexandre Petreca, Everton L. de Oliveira, Fabio N. Precendo, Hélio P. de Souza Filho, Marcio H. Kamoto, Vitória Sousa

Coordenação de produção industrial: Viviane Pavani

Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Conexões com a física / Glorinha Martini... [et al.]. — 3. ed. — São Paulo : Moderna, 2016.

Outros autores : Walter Spinelli, Hugo Carneiro Reis, Blaidi Sant'Anna

"Componente curricular : Física".

Obra em 3 v.

Conteúdo: v. 1. Estudo dos movimentos — Leis de Newton — Leis da conservação — v. 2. Estudo do calor — Óptica geométrica — Fenômenos ondulatórios — v. 3. Eletricidade — Física do Século XXI.

Bibliografia.

1. Física (Ensino Médio) I. Martini, Glorinha.
II. Spinelli, Walter. III. Reis, Hugo Carneiro.
IV. Sant'Anna, Blaidi.

16-01378

CDD-530.07

Índices para catálogo sistemático:

1. Física : Ensino médio 530.07

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Todos os direitos reservados

EDITORA MODERNA LTDA.

Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0__11) 2602-5510
Fax (0__11) 2790-1501
www.moderna.com.br
2016
Impresso no Brasil



Apresentação

Caro estudante

Foi com sua idade que nos encantamos por um saber muito especial, a Física. Cada um de nós, autores desta coleção, é capaz de se lembrar da origem desse deslumbramento. Com certeza, o que nos encanta está vinculado à nossa vivência escolar: àquilo que aprendemos nas aulas, às leituras que fizemos, aos problemas que resolvemos, aos inúmeros porquês que foram respondidos; enfim, ao modo como nós, quando alunos, fomos nos deixando cativar pelo prazer de aprender Física. Poder propiciar essa satisfação para mais pessoas foi uma das razões que nos fizeram escolher ser professores.

Seu professor e nós esperamos contribuir para transformar o olhar de nossos alunos sobre as coisas do mundo. Reconhecer as leis que regem e explicam os fatos com os quais convivemos diariamente, aprender sobre a tecnologia que permite a criação de aparelhos que tornam nossa vida mais confortável e agradável, analisar criticamente as informações — por vezes não tão científicas — veiculadas pelas mídias, identificar no fazer científico uma intenção, tudo isso é apenas parte da contribuição do saber físico para sua formação. Acreditamos, também, que conhecer Física pode ser inquietante porque nada daquilo que pensamos ou explicamos sobre um fenômeno é completo ou válido para sempre. O saber físico é construído todos os dias pelos cientistas, pesquisadores, por nós, professores, e também por você, aluno.

Este livro pretende guiá-lo nessa construção. Ele foi escrito porque acreditamos que aprender Física é muito estimulante e desafiador. Quando passamos a enxergar o que não víamos, quando desvendamos o que outrora era mistério, quando alcançamos abstrações antes impossíveis, tornamo-nos mais capazes de compreender e de apreciar o mundo onde vivemos e de olhar para o entorno buscando novos mistérios. Nossa expectativa é que esta coleção contribua para que você se deixe encantar pela Física tanto quanto nós nos encantamos um dia...

Os autores



Organização da coleção

Para começo de conversa

A partir de uma situação contextualizada, você responde o que sabe sobre o tema, baseando-se no que está exposto na abertura da unidade.

UNIDADE

6

Princípio da conservação da quantidade de movimento

Para começo de conversa
O que aconteceria se os cerca de 7 bilhões de habitantes da Terra pudessem andar para o mesmo lado ao mesmo tempo?

Quantidade de movimento: um pouco da história desse conceito

Durante muitos anos, os filósofos se preocuparam com o fato de o movimento dos objetos não ser perpétuo. Por que a duração dos movimentos é finita? Os filósofos chegaram a pensar que o Universo estaria fadado ao repouso e, dessa maneira, tenderia a "morrer".

Foi o francês René Descartes (1596-1650) quem propôs a ideia de que haveria uma quantidade fixa de movimento e de repouso no Universo, a qual permaneceria invariável, isso significa que, ainda que corpos perdessem seu movimento, outros o receberiam, de modo que a quantidade de movimento total do Universo se conservaria. A partir desse princípio, Isaac Newton (1643-1727) propôs o princípio da conservação da quantidade de movimento, resolvendo o problema que tanto havia preocupado os filósofos.



Capítulos


- 20 Quantidade de movimento e impulso
- 21 Conservação da quantidade de movimento

CAPÍTULO

9

2ª Lei de Newton: corpos acelerados

eu: Que vantagem a diminuição da massa dos carros, ao longo do tempo, trouxe para seus detentores?



1 Introdução

A atleta olímpica se prepara para lançar o disco e seu movimento é o que ele percorre a maior distância possível antes de retornar ao solo. Para isso, ela estende os braços e gira o corpo rapidamente, utilizando a técnica que aprendeu em intensos treinamentos. Durante esse giro, a atleta aplica uma força sobre o disco antes de lançá-lo.

Figura 3 A força aplicada pelo atleta faz com que ele adquira o movimento.

Nessa situação, a força aplicada pelo atleta será o elemento responsável pela alteração no valor da velocidade do disco, isto é, pela aceleração a ele imposta.

2 2ª Lei de Newton

A 2ª Lei de Newton diz respeito ao movimento acelerado dos corpos. Para que um corpo altere o módulo, a direção ou o sentido de sua velocidade, ou seja, acelere, é necessária a aplicação de uma força. Assim:

Um corpo altera sua velocidade se sobre ele atuar um conjunto de forças cuja resultante não seja nula.

Quanto maior o valor da força que a atleta aplica no disco durante o giro, maior será a aceleração adquirida por ele.

Antes de iniciar os estudos, convidamos você a responder à questão que problematiza alguns dos conceitos que serão estudados no capítulo.

Para saber mais Sober físico e tecnologia

Cortando o ar

"Vencer a resistência do ar ao deslocamento do carro é função da aerodinâmica. A forma ideal de qualquer modelo seria a criada pela natureza na gota-d'água", explica um especialista em design, que elaborou os desenhos a seguir.

A gota-d'água aerodinamicamente perfeita



Em busca do modelo ideal

Inclusive hatch têm mais problemas de aerodinâmica, porque criam áreas de maior turbulência atrás, que dificultam o avanço.

O desenho das rodas e capôs permite que o ar flua com mais facilidade ao longo da carroceria, reduzindo a turbulência.

A forma atual do carro tenta fazer com que a gela continue horizontalmente. Isso não provoca turbulência na parte traseira do automóvel, facilitando o deslocamento.



Imagens obtidas em: http://www.pauliparis.com/2002/06/04/PCSP002_26a.pdf, Acesso em: 1 out. 2015.

AMPLIANDO SUA LEITURA

1. Considere as informações do texto, analise as fotos dos automóveis e identifique aquele que possui o maior valor para o coeficiente de arrasto aerodinâmico. Justifique.
2. Um tubinho tem coeficiente de arrasto em torno de $0,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$. O ar, de um carro esporte é de aproximadamente $0,2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$. Suponha que ambos estejam percorrendo uma mesma estrada, lado a lado, com velocidade de 90 km/h . Calcule quantas vezes maior é o valor da força de resistência do ar sobre o tubinho, admitindo que a área do tubinho voltada para o ar é 2,5 vezes maior que a do carro esporte.

Seção "Para saber mais"

Nessa seção, são abordados quatro aspectos importantes do saber físico: Tecnologia, História da Física, Cotidiano e Física Moderna. Os textos enriquecem o conteúdo e trazem questões de reflexão.

Já sabe responder?

Antes do final de cada capítulo, retoma-se a pergunta inicial para que você compare as respostas dadas nas duas ocasiões.

Já sabe responder?

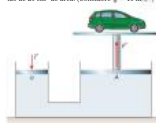
Por que os mergulhadores ficam quando atingem certa profundidade ao mergulhar?



Mergulhadores profissionais usam equipamentos para resistir às pressões de profundidade.

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R9 Um automóvel de 1.200 kg de massa, sustentado por um êmbolo de 2.000 cm^2 de área, é elevado por um elevador hidráulico acionado por um pistão de 25 cm^2 de área. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



Assim, temos:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow p_1 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2 \Rightarrow p_1 = \frac{F_2 \cdot A_2}{A_1} = \frac{1.200 \cdot 10}{25} = 480 \text{ N/m}^2$$

$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} \Rightarrow F_1 = p_1 \cdot A_1 = 480 \cdot 25 = 12.000 \text{ N}$$

$$F_1 = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{F_1}{g} = \frac{12.000}{10} = 1.200 \text{ kg}$$

O resultado obtido indica um valor muito próximo para o deslocamento do êmbolo menor. De fato, sistemas hidráulicos desse tipo são compostos de vários deslocamentos sucessivos e menores, que ocorrem por meio de um sistema de reservatórios e válvulas intermediárias.



- a) Qual deve ser a menor intensidade da força F aplicada no pistão para elevar o automóvel?
b) Qual deve ser o deslocamento do pistão para elevar o carro a 1 m de altura?

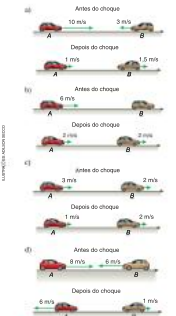
Resolução

$$a) F_1 = F_2 \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_1 = \frac{F_2 \cdot A_2}{A_1} = \frac{1.200 \cdot 10}{25} = 480 \text{ N}$$

- b) O volume de líquido deslocado é o mesmo nos ramos 1 e 2 dos vasos comunicantes que compõem a prensa hidráulica.

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R2 As figuras abaixo representam condições hipotéticas de antes e depois de choques frontais entre dois carrinhos. $A_1 = B_1$ que têm massas iguais a 1 kg e 2 kg , respectivamente. Os valores das velocidades estão indicados. Verifique se é possível que esses choques ocorram de fato em cada uma das situações a seguir.



- Resolução
- a) Para saber se as situações são possíveis, é preciso calcular a quantidade de movimento do sistema antes e depois da colisão e verificar se os módulos são iguais. Adotando a orientação da trajetória indicada nas figuras, temos:
- $$q_1 = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 1 \cdot 10 + 2 \cdot (-2) = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
- $$q_2 = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = 1 \cdot 6 + 2 \cdot (-1) = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(Observe que o carrinho B se move em sentido oposto ao de carrinho A. Como adotamos o módulo da velocidade de A_1 como positivo, a velocidade de B_1 será negativa.)

- b) $q_1 = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 1 \cdot 10 + 2 \cdot (-2) = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
Logo, como $q_1 = q_2$, a situação é possível.
c) $q_1 = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 1 \cdot 10 + 2 \cdot (-2) = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
Logo, como $q_1 = q_2$, a situação não é possível.
d) $q_1 = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 1 \cdot 10 + 2 \cdot (-2) = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
Logo, como $q_1 = q_2$, a situação é possível.
e) $q_1 = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 1 \cdot 10 + 2 \cdot (-2) = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
Logo, como $q_1 = q_2$, a situação é possível.
f) $q_1 = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 1 \cdot 10 + 2 \cdot (-2) = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
Logo, como $q_1 = q_2$, a situação é possível.

R3 Da uma avenida movimentada, o motorista de um carro de massa 1.500 kg deslocava-se e, então, na curva, colidiu frontalmente com um caminhão de massa 3.000 kg . Testemunhas observaram que ambos pararam após o choque. O motorista do caminhão afirma que estava trafegando rapidamente na velocidade máxima permitida, de 40 km/h . Supondo que o motorista do caminhão esteja falando a verdade, determine qual era a velocidade do carro no momento do choque.

Resolução

Trata-se de um choque frontal no qual a velocidade final do sistema é nula. Primeiro, vamos calcular a quantidade de movimento inicial do sistema carro-caminhão.

$$q = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 1.500 v_{1i} + 3.000 \cdot 40 = 120.000 + 1.500 v_{1i}$$

$$q = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = 1.500 \cdot 0 + 3.000 \cdot 0 = 0$$

$$120.000 + 1.500 v_{1i} = 0 \Rightarrow v_{1i} = -80 \text{ km/h}$$

(Observe que o sinal negativo no valor da velocidade do carro indica que o sentido de seu movimento inicial era oposto ao do movimento do caminhão.)

O valor elevado indica que o motorista do carro trafegava na contramão em alta velocidade.

Questões resolvidas

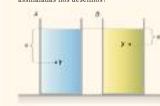
As questões resolvidas têm o objetivo de mobilizar alguns aspectos conceituais de cada conteúdo, aplicando-os em situações relacionadas com o que você aprendeu.

Questões propostas
Nas questões propostas, você é convidado a interpretar o contexto expresso no enunciado, analisando-o com base nos princípios estudados e, quando necessário, estabelecendo a relação conceitual-algébrica.

QUESTÕES PROPOSTAS


Lembre-se: resolva as questões no caderno.

11. No desenho, estão representados dois tanques, A e B. O tanque A contém água (densidade $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$) e o tanque B contém um líquido de densidade igual a 2 g/cm^3 . Se as pressões nos pontos A e B são iguais, o que podemos afirmar sobre a relação entre as alturas h_A e h_B associadas aos desenhos?




12. A quanto metro de profundidade deve estar um ponto no álcool cuja densidade é $0,8 \text{ g/cm}^3$, para que a pressão exercida pelo líquido nesse ponto seja igual àquela que a água de densidade $1,0 \text{ g/cm}^3$ exerce em um ponto situado a 10 m de profundidade?

13. A figura representa um mergulhador no mar, seguindo os movimentos de um peixe que entra em uma corrente submersa. Sendo $1,0 \text{ g/cm}^3$ a densidade da água, calcule o valor da pressão a que está submetido:

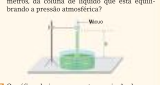


14. Qual é a profundidade que pode atingir no mar, uma pessoa que não suporta pressão além do limite de 6 atm ? (Considere a densidade da água do mar igual a $1,0 \text{ g/cm}^3$.)

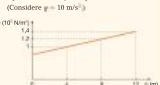
15. Cabines de avião devem ser pressurizadas para que os passageiros se sintam, em voos, como se estivessem no solo, por isso, a pressão interna da cabine de avião é aproximadamente igual à de uma cidade no nível do mar. No momento em que um avião está em voo a 10.000 m de altitude, a pressão externa é cerca de $\frac{1}{10}$ da pressão atmosférica da superfície. Nessas condições, calcule o valor da força exercida sobre uma das janelas do avião de formato retangular e de medidas $0,5 \text{ m} \times 0,40 \text{ m}$.



16. Observe o desenho de um experimento semelhante ao de Torricelli, realizado ao nível do mar, com um tubo em U cheio de líquido de densidade $1,4 \text{ g/cm}^3$. Qual é, nesse contexto, a altura, em metros, da coluna de líquido que está equilibrando a pressão atmosférica?



17. O gráfico abaixo representa a variação da pressão no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, em função da profundidade. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)



a) Determine a massa específica ou a densidade absoluta do líquido.
b) Calcule a pressão atmosférica do local onde o líquido está.
c) Determine o valor aproximado da altitude da cidade onde o líquido está.
d) Calcule a pressão em um ponto a 15 m abaixo da superfície do líquido.

Trilhando o caminho das competências

O salto em distância e o cálculo da velocidade

Ap saltar verticalmente para o alto, conseguimos atingir certa altura em relação ao solo. Mas a altura atingida pode variar, por isso pessoas que chegam a alturas maiores do que outras, como os atletas de vôlei ou de basquete, que conseguem maior velocidade vertical inicial de salto.



Para atingir maiores distâncias horizontais em um salto, um atleta precisa saber combater alguns fatores, como a velocidade com que chega ao ponto de salto e o traçado de seu percurso no ar.



Um atleta olímpico de salto em distância consegue atingir de 10 a 12 m/s a partir do momento em que inicia seu deslocamento do solo, sob ângulos de cerca de 20° . Os recordes mundiais de salto em distância pertencem ao atleta norte-americano Mike Powell, que saltou $8,95 \text{ m}$ em 1991, e a atleta eslovena Galina Chistyakova, que saltou $7,52 \text{ m}$ em 1988.

1. Para uma mesma velocidade inicial de salto, qual atleta tende a atingir maior distância: um que salta sob ângulo de 20° ou um que salta sob ângulo de 25° com a horizontal? Por quê?

2. Com o auxílio de uma calculadora, determine a medida do alcance do salto de um atleta que atinge 10 m/s no ponto inicial do salto e consegue saltar sob ângulo de 24° em relação ao solo. Para calcular, você precisará de: $\sin 24^\circ = 0,4067$; $\cos 24^\circ = 0,9135$ e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Trilhando o caminho das competências
A seção traz uma abordagem diferenciada de alguns conteúdos e questões de interpretação e aplicação.

Investigar é preciso – Atividade experimental
A seção apresenta experimentos que propõem a aplicação de conceitos da Física.

Investigar é preciso Atividade experimental

Potência associada a uma força

Você já se imaginou produzindo energia elétrica suficiente para iluminar um local e manter alguns aparelhos eletrônicos funcionando durante longo tempo? Pois isso já existe. Trata-se da pista de dança sustentável, considerada a "mais verde" que existe.

A pista sustentável é composta de sensores instalados por baixo do piso que captam a energia de movimento dos frequentadores, convertendo-a em energia elétrica. Estimativas mostram que, ao dançar, uma pessoa pode produzir de 5 a 10 watts de potência, dependendo do seu peso. Para um dançarino mais animado esse valor pode chegar a 20 watts !



É que tipo de dançarino você seria? Animado ou "agradado"? Esta atividade tem o objetivo de estabelecer a potência associada ao trabalho da sua força peso. Para realizá-la, você terá que subir alguns degraus de escada e registrar sua tempo de subida. Esse movimento (subir a escada), embora seja menos complexo que os movimentos de uma dança, pode ser equivalente em termos de energia, dependendo do tipo de dança.

Materiais

- Cronômetro, régua.

Procedimento

1. Solte um degrau de uma escada entre um ou dois degraus de um prédio e meça o tempo que você o gasta.
2. Obtenha o valor da altura a que você se elevou. Você pode medir a altura de um degrau e multiplicar pelo número de degraus que subiu.
3. Qual é o trabalho realizado pelo seu peso ao deslocamento?
4. Esse valor seria diferente se caso fosse possível, você pulasse do piso até o último degrau? E se a escada fosse ínfinita?
5. Calcule a potência associada ao seu peso ao realizar essa tarefa. Compare com o valor de outros colegas que também realizaram a atividade.
6. A potência de uma lâmpada comum é 100 W . Quantas lâmpadas iguais a essa poderiam ser mantidas acesas durante 1 s , usando a potência que você despendeu ao subir a escada?

Para pesquisar em grupo

Será verdade mesmo que...

... a bola ganha velocidade quando toca o gramado molhado?

Na transmissão de um jogo de futebol, alguns locutores costumam fazer a seguinte afirmação quando a bola chutada em direção ao gol bate no campo molhado: "A bola tocou o gramado e ganhou velocidade".

A frase é uma tentativa de justificar a dificuldade do goleiro em defender a bola quando o jogo ocorre sob chuva, mas deixa transparecer a ideia de que a bola ganha energia ao bater no grama. De fato, se bater duas vezes no grama em vez de uma, chegará mais depressa ao gol. Isso é possível?

Realmente, quando assistimos pela TV a uma dessas jogadas, quando o time preside de que ela acontece com uma velocidade maior do que quando o campo está seco.

Com base no que aprendemos sobre vetores nesta unidade, podemos verificar se a afirmação dos locutores tem sentido. Para investigar tal questão, observe a ilustração que apresenta uma possibilidade para o movimento da bola antes e depois de bater no grama molhado. Perceba que, depois de tocar no gramado, a bola tende a diminuir sua altura em relação ao solo. Para refletir sobre o assunto, discuta com seu grupo as atividades a seguir.



Questões para discussão em grupo

- Represente em um diagrama o vetor velocidade \vec{v} da bola um pouco antes do momento em que ela toca o gramado. Decomponha o vetor velocidade em duas componentes: uma vertical e outra horizontal.
- Faça a representação do vetor velocidade \vec{v} da bola após tocar o gramado, supondo que não haja perda de energia nesse processo e que o módulo del, seja igual ao módulo del'. Observe a representação dos vetores, compare os módulos das componentes horizontais das velocidades antes e depois do choque. Qual é maior?
- Preveja qual o que acontece com a componente horizontal da velocidade quando o gramado está seco e quando está molhado. Qual é a diferença nessa componente para as duas situações? Faça um diagrama representando os vetores velocidade e suas componentes nas duas situações.
- Pergunte a parentes e vizinhos se eles já ouviram a afirmação acima nos jogos de futebol e se eles acham que é correta. Peça a eles que justifiquem.

Para pesquisar em grupo
Essa seção propõe atividades experimentais ou de pesquisa temática para você e seu grupo de trabalho.

Questões de integração

Essa seção traz questões de vários concursos com o objetivo de revisar os conteúdos abordados na unidade.

QUESTÕES DE INTEGRAÇÃO

Leitura-se resolve as questões na ordem.

- 1 (UEM) Um estudante analisou uma criança brincando em um recreio e qual tem uma leve inclinação. A velocidade foi constante em determinado trecho do escorregador em razão de:

- a) aceleração ter sido maior que zero;
- b) atrito estático ter sido igual a zero;
- c) atrito estático ter sido menor que o atrito cinético;
- d) atrito estático ter sido igual ao atrito cinético;
- e) aceleração ter sido igual a zero.

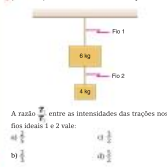
- 2 (Idem) Com relação às leis de Newton, analise as proposições.

- Quando um corpo exerce força sobre o outro, este reage sobre o primeiro com uma força de mesma intensidade, mesma direção e mesmo sentido.
- A resultante das forças que atuam em um corpo de massa m é proporcional à aceleração que este corpo adquire.
- Tudo corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que uma força resultante, agindo sobre ele, altere a sua velocidade.

36 A intensidade, a direção e o sentido da força resultante agindo em um corpo é igual à intensidade, à direção e ao sentido da aceleração que este corpo adquire.

- 4 alternativa correta: a)
- Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
 - Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
 - Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
 - Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
 - Todas as afirmativas são verdadeiras.

- 5 (UFPA-RS) O sistema abaixo está em equilíbrio.



A razão entre as intensidades das trações nos fios ideais I e 2 vale:

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{4}{5}$
- $\frac{5}{6}$

- 6 (PUC-RJ) Um carro, deslocando-se em uma pista horizontal à velocidade de 72 km/h, freia bruscamente e trava por completo suas rodas. Nessa condição, o coeficiente de atrito das rodas com o solo é 0,8. A que distância da gente inicial de frenagem o carro para por completo?

- 13 m
- 25 m
- 50 m
- 100 m
- 225 m

- 7 (UFPA) A figura a seguir representa um ventilador fixado em um pequeno barco, em águas calmas de um certo lago. A vela se encontra em uma posição fixa e todo o vento soprado pelo ventilador atinge a vela.



Nesse contexto, o que pode ser afirmado, é correto afirmar que o funcionamento do ventilador:

- aumenta a velocidade do barco;
- diminui a velocidade do barco;
- provoca a parada do barco;
- não altera o movimento do barco;
- produz um movimento circular do barco.

- 8 (PUC) Na figura abaixo, o fio inextensível que une os corpos A e B e a polia têm massas desprezíveis. As massas dos corpos são $m_A = 4 \text{ kg}$ e $m_B = 6 \text{ kg}$. Desprezando-se o atrito entre o corpo A e a superfície, a aceleração do conjunto em m/s^2 é:

- 4,0
- 6,0
- 8,0
- 10,0
- 12,0

- 9 (UFPA-RS) Os avanços na técnica observacional têm permitido aos astrônomos rastrear um número crescente de objetos celestes que orbitam o Sol. A figura mostra, em escala arbitrária, as órbitas da Terra e de um cometa em torno do Sol. Os corpos não estão em escala. Com base na figura, analise as afirmações.



- Dado a grande diferença entre as massas do Sol e do cometa, a atração gravitacional exercida pelo cometa sobre o Sol é muito menor que a atração exercida pelo Sol sobre o cometa.
- O módulo da velocidade do cometa é constante em todos os pontos da órbita.
- O período de translação do cometa é maior que um ano terrestre.

- apenas I;
- apenas III;
- apenas I e II;
- apenas II e III;
- I, II e III.

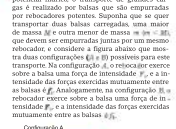
- 10 (MacKenzie-SP) Na figura abaixo, a mola M , os fios e a polia possuem inércia desprezíveis e o coeficiente de atrito entre o bloco B e a superfície é 0,50. 2,80 kg, e o plano inclinado é $\theta = 30^\circ$.



O sistema ilustrado se encontra em equilíbrio e representa o instante em que o bloco B está na iminência de entrar em movimento descendente. Sabendo-se que a constante elástica da mola $k = 500 \text{ N/m}$ nesse instante, a distância da mola M em relação ao seu comprimento natural é:

- 0,40 cm
- 0,20 cm
- 1,3 cm
- 2,0 cm
- 4,0 cm

- 11 (UFPA) Na Amazônia, devido ao seu enorme potencial hídrico, o transporte de grandes cargas é realizado por balsas que são empurradas por rebocadores potentes. Suponha que se que transportar duas balsas carregadas, uma maior de massa M e outra menor de massa m ($m < M$), que devem ser empurradas juntas por um mesmo rebocador, e considere a figura abaixo que mostra duas configurações A e B possíveis para este transporte. Na configuração A, o rebocador exerce sobre a balsa uma força de intensidade F_A e a intensidade das forças exercidas mutuamente entre as balsas é F_B . Analogamente, na configuração B, o rebocador exerce sobre a balsa uma força de intensidade F_C e a intensidade das forças exercidas mutuamente entre as balsas é F_D .



Considerando uma aceleração constante impressa pelo rebocador e desconsiderando quaisquer outras forças, é correto afirmar que:

- $F_A > F_C$ e $F_B > F_D$
- $F_A > F_C$ e $F_B < F_D$
- $F_A < F_C$ e $F_B > F_D$
- $F_A < F_C$ e $F_B < F_D$
- $F_A = F_C$ e $F_B = F_D$

- 12 (UFPA) Suponha um bloco de massa $m = 2 \text{ kg}$ inicialmente em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Uma força \vec{F} de 16 N aplicada sobre o bloco, conforme mostra a figura a seguir.



Qual é a intensidade da reação normal do plano de apoio e a aceleração do bloco, respectivamente, sabendo-se que $\sin 60^\circ = 0,85$, $\cos 60^\circ = 0,50$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$?

- 6,4 N e 4 m/s^2
- 11,8 N e 4 m/s^2
- 20,0 N e 8 m/s^2
- 16,0 N e 8 m/s^2
- 8,00 N e 8 m/s^2



Sumário

Capítulo 0 Pensando a Física, 12

- 1 Introdução, 12
- 2 Física: ciência em construção, 13
- 3 O alcance do olhar da Física, 14
 - Astronomia, 14
 - Física médica, 16
 - Física de partículas, 17
 - Nanotecnologia, 19
- 4 Como a Física se expressa, 19

UNIDADE 1 | MOVIMENTOS, 20

Capítulo 1 Conceitos de Cinemática e movimento uniforme (MU), 22

- 1 Introdução, 22
- 2 O movimento é relativo: referencial e trajetória, 23
 - Referencial, 23
 - Trajetoória, 23
- 3 Posição, distância percorrida e deslocamento escalar, 25
 - Questões propostas, 27
- 4 Velocidade escalar média (v_m), 27
 - Questões propostas, 30
- 5 Movimento uniforme, 31
- 6 Função horária da posição em um movimento retilíneo uniforme (MRU), 31
 - Questões propostas, 35
- Trilhando o caminho das competências – Coordenadas geográficas, 37

Capítulo 2 Movimento uniformemente variado (MUV), 38

- 1 Introdução, 38
- 2 Aceleração escalar média de um corpo em movimento retilíneo, 38
- 3 Movimento acelerado e movimento retardado, 39
- 4 Movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), 40
 - Questões propostas, 42
- 5 A função horária da posição no MRUV, 44
 - Equação de Torricelli, 45

- Questões propostas, 47

6 Gráficos $s \times t$ do MRUV, 48

- Questões propostas, 51

- Trilhando o caminho das competências – Testes automobilísticos, 52

Capítulo 3 Lançamento vertical no vácuo, 53

- 1 Introdução, 53
- 2 Queda livre e aceleração da gravidade, 53
 - Questões propostas, 55
- 3 Lançamento vertical para cima, 56
 - Questões propostas, 59
- Investigar é preciso – atividade experimental – O deslocamento no MRUV, 60
- Para pesquisar em grupo – Será verdade mesmo que a Terra gira ao redor do Sol?, 61
- Questões de integração, 62

UNIDADE 2 | CINEMÁTICA VETORIAL, 64

Capítulo 4 Grandezas vetoriais, 66

- 1 Introdução, 66
- 2 Vetor: representação geométrica, 67
- 3 Operações com vetores, 68
 - Questões propostas, 70
 - A regra do paralelogramo e a decomposição de vetores, 71
 - Questões propostas, 72

Capítulo 5 Lançamentos no vácuo, 73

- 1 Introdução, 73
- 2 Independência de movimentos simultâneos, 74
- 3 Lançamento horizontal no vácuo, 74
 - Questões propostas, 77
- 4 Lançamento oblíquo no vácuo, 79
 - Questões propostas, 81
- Trilhando o caminho das competências – O salto em distância e o cálculo da velocidade, 82

Capítulo 6 Movimento circular uniforme (MCU), 83

- 1 Introdução, 83
- 2 Abordagem escalar do movimento circular uniforme, 83
 - Período e frequência, 84
 - Velocidade angular, 85
 - Questões propostas, 88
- Investigar é preciso – atividade experimental – Maior distância no mesmo tempo, 91
- Questões de integração, 92

UNIDADE 3 | LEIS DE NEWTON, 94

Capítulo 7 1ª e 3ª leis de Newton, 96

- 1 Introdução, 96
- 2 A lei da inércia, 96
 - Questões propostas, 99
- 3 Massa e peso, 100
 - Questões propostas, 102
- 4 Ação e reação, 102
- 5 Três forças importantes na Mecânica, 104
 - Reação normal de uma superfície de apoio (\vec{N}), 104
 - Tensão ou tração em fios (\vec{T}), 104
 - Força elástica (\vec{F}_{el}), 105
 - Questões propostas, 108
- Trilhando o caminho das competências – Empurra-empurra e inércia, 110

Capítulo 8 Forças de atrito, 111

- 1 Introdução, 111
- 2 Força de atrito, 111
- 3 Força de atrito estático, 112
- 4 Força de atrito dinâmico (cinético), 113
 - Questões propostas, 116

Capítulo 9 2ª lei de Newton: corpos acelerados, 118

- 1 Introdução, 118
- 2 2ª lei de Newton, 118

- 3 Corpos acelerados, 119
 - Questões propostas, 121
- 4 Peso e gravidade, 122
 - Questões propostas, 123
- 5 Sistemas de corpos acelerados, 125
 - Questões propostas, 128

Capítulo 10 Aplicações das leis de Newton, 130

- 1 Introdução, 130
- 2 Polias, 131
- 3 Plano inclinado, 132
- 4 Resistência do ar, 133
 - Questões propostas, 138

Capítulo 11 Dinâmica do movimento circular uniforme, 140

- 1 Introdução, 140
- 2 A resultante centrípeta, 141
- 3 A resultante centrípeta em alguns movimentos, 142
 - Questões propostas, 145

Capítulo 12 Leis de Kepler, 147

- 1 Introdução, 147
- 2 As leis de Kepler, 149
 - 1ª lei de Kepler, ou lei das órbitas, 149
 - 2ª lei de Kepler, ou lei das áreas, 150
 - 3ª lei de Kepler, ou lei dos períodos, 151
 - Questões propostas, 153

Capítulo 13 Gravitação universal, 154

- 1 Introdução, 154
- 2 Lei da gravitação universal, 154
 - Questões propostas, 156
- 3 Campo gravitacional, 158
 - Questões propostas, 159
- 4 Corpos em órbita, 160
- 5 Imponderabilidade, 161
 - Questões propostas, 162
- Investigar é preciso – atividade experimental – Como diferentes tipos de superfícies influenciam a força de atrito, 164

- Para pesquisar em grupo – Será verdade mesmo que nem a luz escapa de um buraco negro?, 165
- Questões de integração, 166

UNIDADE 4 | SÓLIDOS E FLUIDOS EM EQUILÍBRIO ESTÁTICO, 168

Capítulo 14 Estática do ponto material e do corpo extenso, 170

- 1 Introdução, 170
 - 2 Equilíbrio estático de um ponto material, 171
 - Questões propostas, 174
 - 3 Momento de uma força, 175
 - Questões propostas, 177
 - 4 Equilíbrio do corpo extenso, 178
 - Questões propostas, 181
- Trilhando o caminho das competências – Arte e equilíbrio, 182

Capítulo 15 Hidrostática: pressão em fluidos, 183

- 1 Introdução, 183
- 2 Pressão média, 183
 - Questões propostas, 186
- 3 Pressão atmosférica e pressão em líquidos, 186

Outras unidades de medida de pressão, 188

 - Questões propostas, 190

Densidade, 191

Pressão exercida por um líquido, 192

 - Questões propostas, 195
- 4 Pressão em líquidos: princípio de Pascal e vasos comunicantes, 196

Vasos comunicantes, 197

 - Questões propostas, 199

Capítulo 16 Hidrostática: princípio de Arquimedes, 201

- 1 Introdução, 201
- 2 Empuxo, 201
- 3 Princípio de Arquimedes, 203

- 4 Empuxo, peso e densidade, 203
 - Questões propostas, 206
- Investigar é preciso – atividade experimental – Submarinos, 207
- Questões de integração, 208

UNIDADE 5 | TRABALHO E ENERGIA MECÂNICA, 210

Capítulo 17 Trabalho, potência e energia cinética, 212

- 1 Introdução, 212
- 2 Trabalho e potência, 212
- 3 Trabalho e gráfico de força \times deslocamento, 215
- 4 Potência associada ao trabalho de uma força, 215
- 5 Rendimento, 216
 - Questões propostas, 219
- 6 Energia cinética, 220
- 7 Trabalho e energia cinética, 221
 - Questões propostas, 223

Capítulo 18 Energia potencial, 225

- 1 Introdução, 225
 - 2 Energia potencial gravitacional (E_{pg}), 226
 - 3 Energia potencial elástica ($E_{pel.}$), 227
 - Questões propostas, 229
- Trilhando o caminho das competências – Usinas maremotrizes, 231

Capítulo 19 Transformações de energia mecânica, 232

- 1 Introdução, 232
 - 2 Energia mecânica ($E_{mec.}$), 233

Sistemas conservativos, 233

Sistemas dissipativos, 234
 - 3 Conservação da energia, 235
 - Questões propostas, 237
- Investigar é preciso – atividade experimental – Potência associada a uma força, 240
- Questões de integração, 244

UNIDADE 6 | PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO, 246

Capítulo 20 Quantidade de movimento e impulso, 248

- 1 Introdução, 248
- 2 Quantidade de movimento ou momento linear, 249
 - Questões propostas, 250
- 3 Impulso, 251
 - Questões propostas, 254
- 4 Relação entre impulso e quantidade de movimento, 254

Quando é necessário aumentar o módulo da quantidade de movimento, 255

Quando é necessário diminuir o módulo da quantidade de movimento, 255

 - Questões propostas, 260

Capítulo 21 Conservação da quantidade de movimento, 262

- 1 Introdução, 262

- 2 Sistemas isolados de forças externas, 263
- 3 Análise da conservação da quantidade de movimento, 264
 - Questões propostas, 265
- 4 Colisões mecânicas, 266
- 5 Conservação da quantidade de movimento nas colisões, 269
 - Questões propostas, 271
- Trilhando o caminho das competências – A Física e os *videogames*, 272
- Investigar é preciso – atividade experimental – Como uma espaçonave consegue se deslocar no espaço vazio?, 275
- Para pesquisar em grupo – Será verdade mesmo que a bola ganha velocidade quando toca o gramado molhado?, 277
- Questões de integração, 278

Respostas, 280

Bibliografia, 287

Museus e centros de ciências, 288

Pensando a Física

ou: Por que estudar Física pode ser transformador?

1 Introdução

Um dos escritores mais criativos da literatura brasileira, o mineiro João Guimarães Rosa, presenteou os leitores com uma *estória* — como ele gostava de chamar seus contos e romances — que trata de uma experiência vivida por um menininho chamado Miguilim. Na narrativa de Rosa, esse personagem vive no Mutum, pequeno vilarejo situado no sertão de Minas Gerais. Um dia, um médico visita a família de Miguilim e descobre que o menino era míope, por isso tinha tanta dificuldade de enxergar a beleza da vida. Leia, a seguir, um trecho dessa estória:

“[...] E o senhor tirava os óculos e punha-os em Miguilim, com todo o jeito.

— Olha, agora!

Miguilim olhou. Nem podia acreditar! Tudo era uma claridade, tudo novo e lindo e diferente, as coisas, as árvores, as caras das pessoas. Via os grãos de areia, a pele da terra, as pedrinhas menores, as formiguinhas [...]

[...] E Miguilim olhou para todos, com tanta força. Saiu lá fora. Olhou os matos escuros de cima do morro, aqui a casa, a cerca de feijão-bravo e são-caetano; o céu, o curral, o quintal [...].”

ROSA, João Guimarães. *Manuelzão e Miguilim*. 11. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001. p. 149, 151.



ANA STEWART/TAMBELLINI FILMES E PRODUÇÕES AUDIOVISUAIS LTDA.

Figura 1 • Cena do filme *Mutum*, baseado em obra de João Guimarães Rosa.

A narrativa continua descrevendo o deslumbramento de Miguilim diante de um mundo muito mais bonito e maior do que aquele que seus olhos míopes estavam acostumados a ver. Sua percepção dos objetos, das luzes, das cores e das pessoas havia sido modificada por uma nova maneira de olhar. O menino da história pressente que, desde que use os óculos, nunca mais deixará de perceber os detalhes daquilo que tem diante de si. Isso também ocorre com o conhecimento.

Adquirindo conhecimento, podemos nos sentir participantes do mundo onde vivemos. Na infância, a curiosidade acerca dos acontecimentos do cotidiano traduz-se em uma infinidade de “porquês”: Por que a bola cai? Por que me vejo no espelho? Por que a Lua não cai na Terra? O que há por dentro da tomada? Por que o aparelho de telefone toca? Por que o Sol é quente? Por que a água molha?

Procurar respostas para essas e outras questões sobre a **natureza e a tecnologia** é próprio do ser humano. Desde que surgimos e tivemos consciência de existir, temos necessidade de buscar explicações para fenômenos naturais intrigantes, como a formação do arco-íris, o movimento das marés, a disposição dos astros no céu, os eclipses, os raios em uma tempestade. Além disso, buscamos conhecer como funcionam os objetos do cotidiano, produtos da técnica, que imaginamos impregnados de mistérios. Atualmente, embora tenhamos cada vez mais que nos habituar com a rapidez das novas tecnologias, nossa curiosidade em relação aos princípios que explicam o funcionamento das coisas comuns permanece. Reconhecemo-nos *Miguilins*... antes da descoberta dos óculos “mágicos”.

Em certa medida, o conhecimento sobre os fenômenos físicos que você adquirir por meio do estudo de Física no Ensino Médio é semelhante aos óculos do belo personagem de Guimarães Rosa. Ao estudar Física, você poderá ver as coisas do **cotidiano** por uma nova perspectiva, por um novo olhar. Seu contato com os fenômenos e objetos que envolvem nosso mundo, do liquidificador ao livro digital, do barco a vela ao satélite, do arco-íris às explosões nucleares, deixará de ser, sobretudo, perceptivo. De fato, é pela maneira de olhar seus objetos que o pensamento científico difere essencialmente de qualquer outro tipo de conhecimento.

A ideia é que, ao longo do curso de Física, você se perceba usando *óculos de Miguilim* cada vez mais esclarecedores, mais capazes de fazê-lo se apropriar de uma explicação acerca daquilo que é aparentemente banal e daquilo que parece misterioso. O conhecimento adquirido nesse percurso permitirá que você viaje da amplidão de nossa evolução cósmica à observação do comportamento da mais ínfima das partículas do mundo subatômico.

A percepção desse novo e surpreendente modo de enxergar pode auxiliá-lo na construção da rede de conceitos e de significações que, favorecida pelo saber físico desenvolvido nesta coleção, poderá incentivá-lo a buscar caminhos para superar limites e ampliar cada vez mais seus conhecimentos.

2 Física: ciência em construção

Ao longo da história da Ciência, hipóteses científicas têm se mostrado satisfatórias para explicar os fenômenos a elas associados durante significativos períodos de tempo. No entanto, as teorias evoluem, um conhecimento supera outro conhecimento, uma ideia refuta outra, sem que esse percurso, próprio da Ciência, seja necessariamente linear.

Apesar de a ideia do progresso científico não estar associada a uma caminhada cega ou aleatória, nem sempre uma teoria é gerada em continuidade a outra mais antiga. Isso significa que o conhecimento físico deve ser percebido como uma construção e, por isso, consideramos falsa a ideia de que o conhecimento presente anula e “toma o lugar” de todo o conhecimento passado. Não se admite que o conhecimento futuro torne obsoleto o conhecimento presente, tampouco que a aplicação da Ciência leva automaticamente à melhoria regular e contínua do bem-estar humano.

É preciso aceitar que a dinâmica do conhecimento em Física está inserida no contexto social no qual um determinado saber foi originado. Esse entendimento está fundamentado na constatação de que não existe uma ciência acima do bem e do mal. A Física deve ser percebida como uma criação do intelecto humano e, como qualquer outra atividade humana, também está submetida a uma avaliação de natureza ética. Assim, é nosso objetivo criar condições para que você adquira uma postura crítica em relação ao papel da Ciência e da tecnologia do mundo atual, utilizando para isso, em algumas ocasiões, referenciais históricos.

3 O alcance do olhar da Física

Para mostrar como o olhar da Física pode contribuir para o surgimento de novas áreas do conhecimento e de novas tecnologias, vamos explorar alguns desses campos e perceber o encantamento que nos despertam, da mesma maneira que os *óculos de Miguilim*.

Astronomia

Vamos iniciar nossa exploração dos ramos de conhecimento ligados ao saber físico com a Astronomia, que não é uma área recente da Física. Com a ajuda da **Óptica**, o estudo do cosmo tem evoluído, sobretudo por causa do desenvolvimento de telescópios capazes de captar imagens e transmitir dados jamais obtidos anteriormente, tanto em relação à qualidade da imagem quanto em relação à distância dos objetos celestes observados. O exemplo mais significativo desse progresso é o telescópio **Hubble**, que está em órbita ao redor da Terra desde 1990, enviando informações e imagens dos confins do Universo visível.



Figura 2 • Telescópio Hubble.

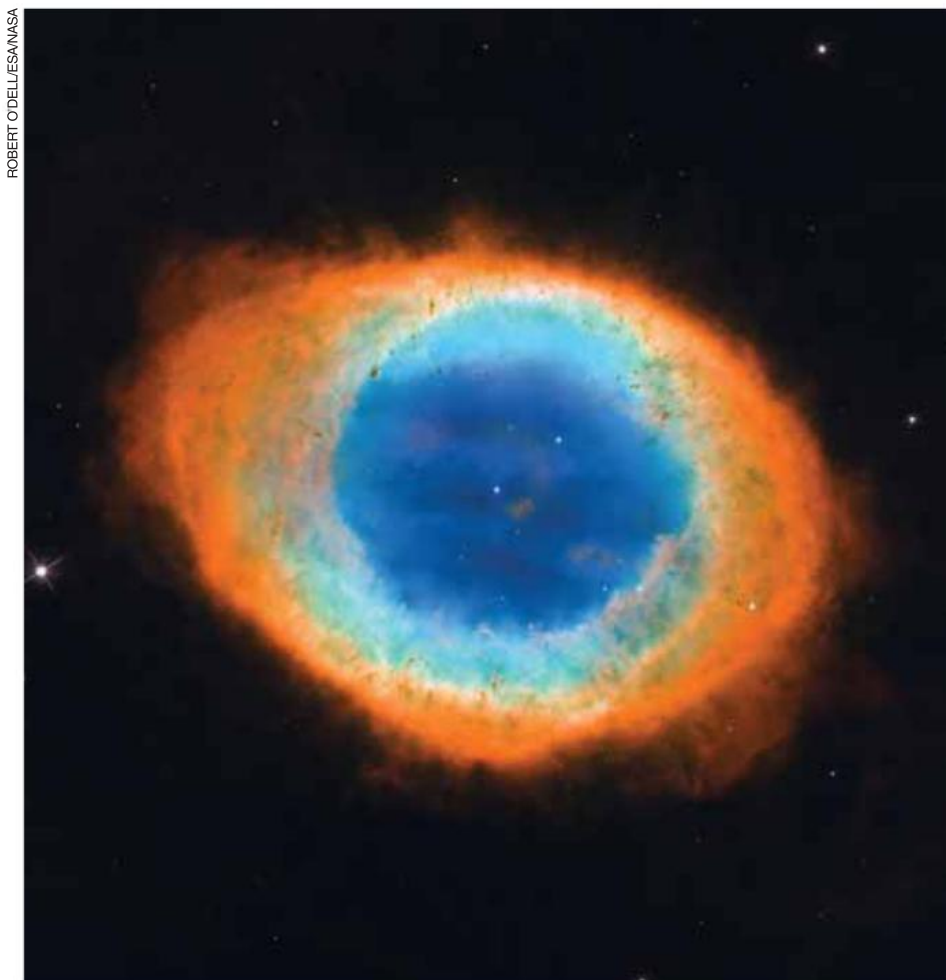


Figura 3 • Fotografia obtida pelo Hubble da Nebulosa do Anel, ou Messier 57. (Cores-fantasia.)

O telescópio Hubble analisa essencialmente a faixa de luz visível e ultravioleta de objetos celestes, assim, da mesma forma que os *óculos de Miguilim* levaram à descoberta de um novo mundo, o telescópio Hubble possibilitou novas descobertas no campo da astronomia. Futuramente, teremos um sucessor para o Hubble, trata-se do telescópio James Webb, com lançamento previsto para 2018. Esse telescópio vai explorar essencialmente a faixa do infravermelho do Universo, tornando-se novos *óculos*, que devem permitir a exploração de locais cada vez mais longínquos.

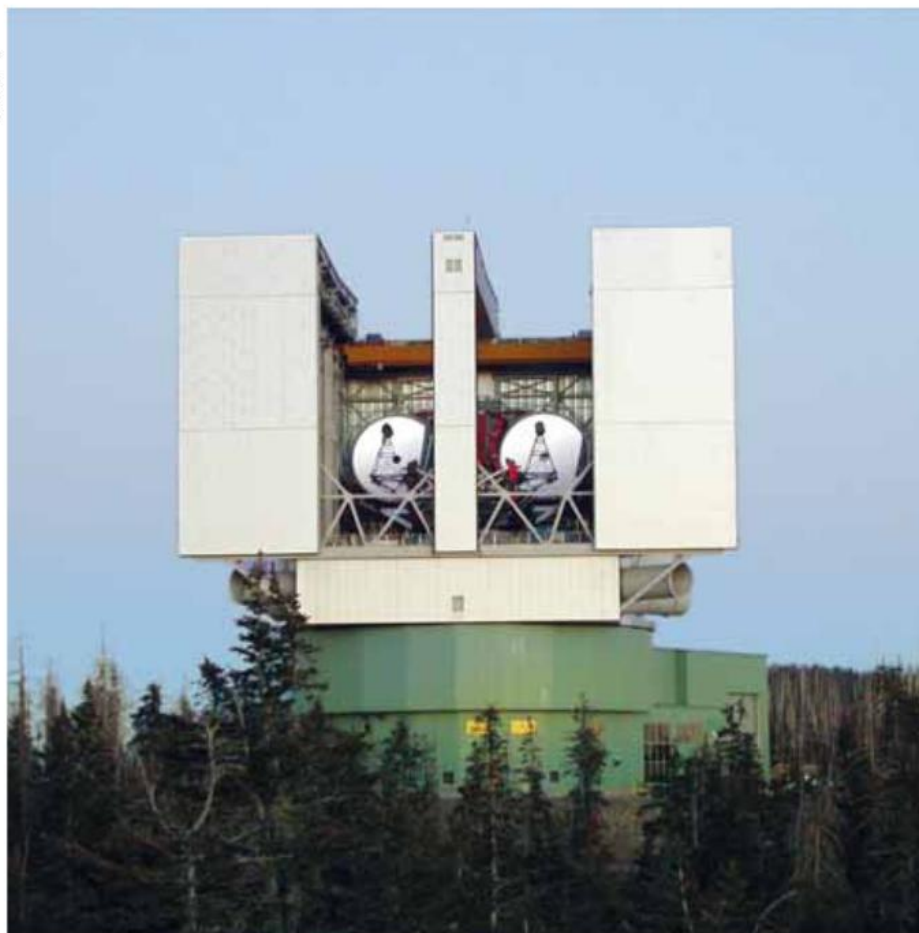


Figura 5 • Grande Telescópio Binocular do Monte Graham, Arizona, Estados Unidos, em operação desde 2004.

Mas não é apenas a Astronomia relacionada à luz visível que vem alcançando um alto grau de desenvolvimento. É possível obter muito mais informações sobre o Universo e seu passado observando os vários tipos de radiações que atingem a Terra, vindas de todas as partes do Cosmo. Para isso, são necessários *novos óculos* que possibilitem enxergar além do espectro visível. É o caso dos satélites que investigam as radiações e auxiliam os físicos a descobrir como era o Universo instantes após sua origem, como o satélite Cobe (Cosmic Background Explorer — Explorador da Radiação Cósmica de Fundo), que captou partículas de luz, chamadas de fótons, que estiveram presentes nos instantes iniciais da origem do Universo e agora viajam através dele como fósseis.

As observações astronômicas em terra também tiveram avanços. O uso da **Óptica adaptativa** nos novos telescópios permite corrigir em tempo real a distorção causada pela turbulência atmosférica, tornando as imagens tão nítidas quanto as observadas no espaço. Um exemplo dessa geração de telescópios que utilizam a Óptica adaptativa é o Grande Telescópio Binocular (Large Binocular Telescope Interferometer, em inglês, ou LBTI), construído com dois espelhos de 8,4 metros de diâmetro montados em uma base comum. Instalado a mais de três mil metros de altitude, no Monte Graham, Arizona, Estados Unidos, o LBTI é o telescópio mais avançado tecnicamente do mundo, com a melhor resolução óptica: 10 vezes maior que a do Hubble. A figura 4 ilustra as possibilidades dessa técnica. Ao observar a imagem do planeta Urano sem o uso da Óptica adaptativa e com ela, é possível perceber a sensação de Miguilim ao olhar o mundo com os *óculos mágicos*.

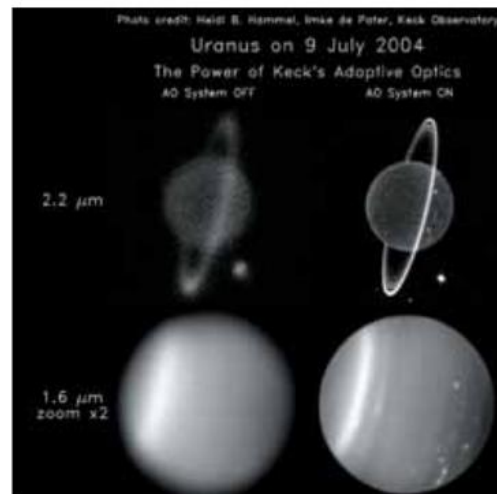


Figura 4 • À direita, imagem do planeta Urano obtida pela técnica de Óptica adaptativa.

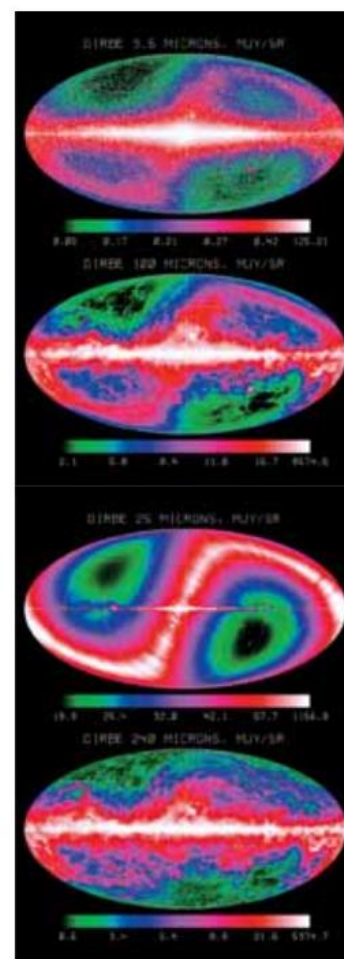


Figura 6 • Imagens obtidas pelo satélite Cobe. (Cores-fantasia.)

O Cobe foi lançado em 1989 e, de lá pra cá, outros instrumentos entraram em operação, como o satélite WMAP e o telescópio Beast, com o objetivo de refinar os dados do Cobe e explorar outras características dessa radiação fóssil, chamada de radiação cósmica de fundo.

Física médica

Na Física médica, o olhar sobre os fenômenos volta-se para uma máquina de extrema complexidade: o **corpo humano**. Resultado de milhares de anos de evolução genética, não se conhece nenhum período da história no qual não tenha sido objeto de estudo, seja para compreender seu funcionamento, seja para diagnosticar seus males.

A união da Física e da Medicina pode nos surpreender, uma vez que se trata de campos aparentemente distintos. No entanto, essa relação foi de fundamental importância para a compreensão do corpo humano. A Física transformou-se **nos olhos de Miguelim** da Medicina. Esses novos óculos “enxergam”, basicamente, os efeitos da interação entre as diferentes formas de radiação e os órgãos humanos, permitindo a obtenção de imagens cada vez mais precisas. Essas **informações imagéticas** são interpretadas pelos avançados aparelhos criados pelo conhecimento físico. Mas a relação entre essas duas áreas vai além de apenas obter imagens do corpo humano. Os diferentes tipos de radiação são capazes de eliminar um tecido canceroso ou corrigir alguma anomalia, como a miopia.

Atualmente, um dos maiores desafios da Medicina é compreender o mais complexo de nossos órgãos: o cérebro. Com a ajuda da Física, a Medicina conseguiu desvendar, por exemplo, quais regiões do cérebro são responsáveis pela fala, como funciona nossa memória e, o mais incrível, a constatação de que nosso cérebro é capaz de realocar funções, como ocorre com algumas pessoas que tiveram perda de parte da massa encefálica em razão de acidentes. Com um exame minucioso do cérebro, é possível identificar quais outras regiões cerebrais podem ser responsáveis por algumas das habilidades recuperadas. Esse mapeamento do cérebro tem guiado os médicos na definição de tratamentos que tornem possível a recuperação ao menos parcial de pessoas com danos cerebrais causados por acidentes.



Figura 7 • Ilustração computadorizada do satélite Cobe.

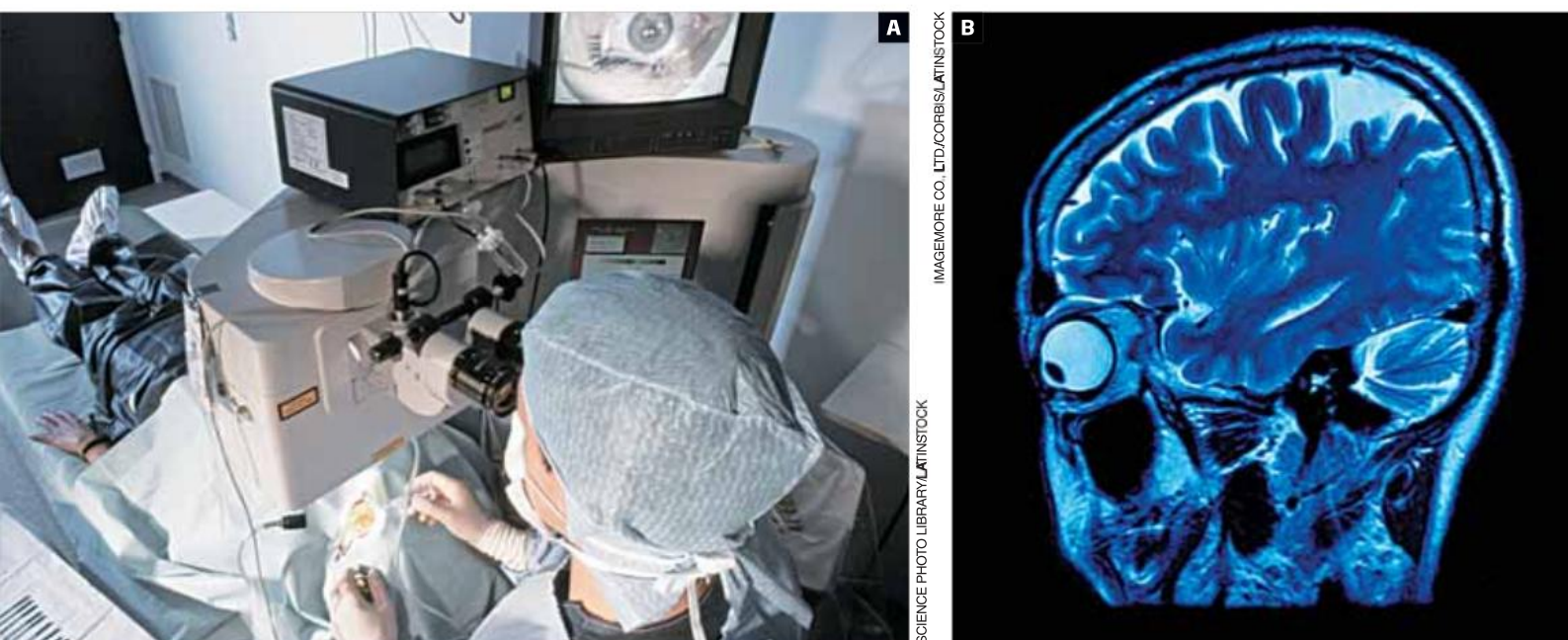


Figura 8 • (A) Cirurgia oftalmológica a laser (LASIK). (B) Ressonância magnética de cabeça humana.

Física de partículas

Em 2010, entrou em funcionamento, na fronteira da Suíça com a França, o maior acelerador de partículas já construído até agora, o **LHC** (Large Hadron Collider – Grande Colisor de Hádrons), que tem cerca de 27 km de circunferência. Sua primeira tarefa foi investigar a estrutura que compõe a matéria. Por meio das colisões de partículas que ocorrem no interior do colisor, os físicos tentam obter a resposta a duas perguntas básicas para o conhecimento humano: de que somos feitos e o que mantém a matéria unida, ou seja, quais são as forças que mantêm juntos os “tijolos” de matéria.

Em maio de 2011, os cientistas do CERN anunciaram a descoberta de uma partícula fundamental para o entendimento da estrutura da matéria. Ela é um dos pilares do chamado modelo padrão da Física de partículas e teve um papel fundamental nos primeiros instantes do surgimento do Universo: o bóson de Higgs, elemento que gerou a massa de partículas como prótons, nêutrons e elétrons, ou seja, da matéria. A descoberta dessa partícula era um dos principais objetivos do LHC. Da mesma forma que, com os óculos, Miguelim passou a ver os pequenos grãos de areia e as formiguinhas, os físicos tentam “enxergar” a matéria na sua essência utilizando o LHC. Para isso, os cientistas fazem experimentos com colisões de partículas a velocidades muito próximas à da luz e tentam descobrir se elas são compostas de partículas menores ainda.

Podemos imaginar o acelerador como gigantescos e complexos óculos. O custo total da construção do LHC foi de 4,1 bilhões de dólares, o que levou muitas pessoas a questionar o uso dessa quantia na busca de um conhecimento que pouco ou nada afetaria o cotidiano da população mundial em curto espaço de tempo.

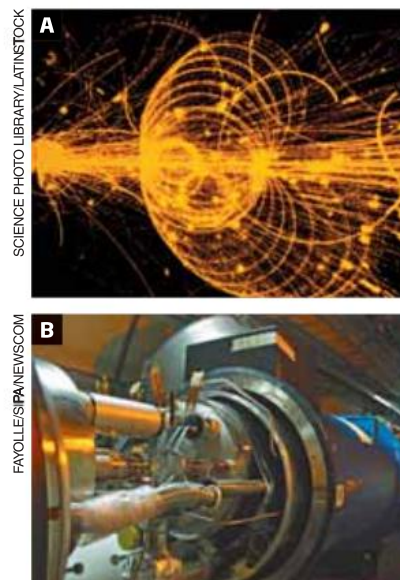


Figura 9 • (A) Colisão de partículas subatômicas registradas em detectores, no CERN. (B) Acelerador de partículas LHC.

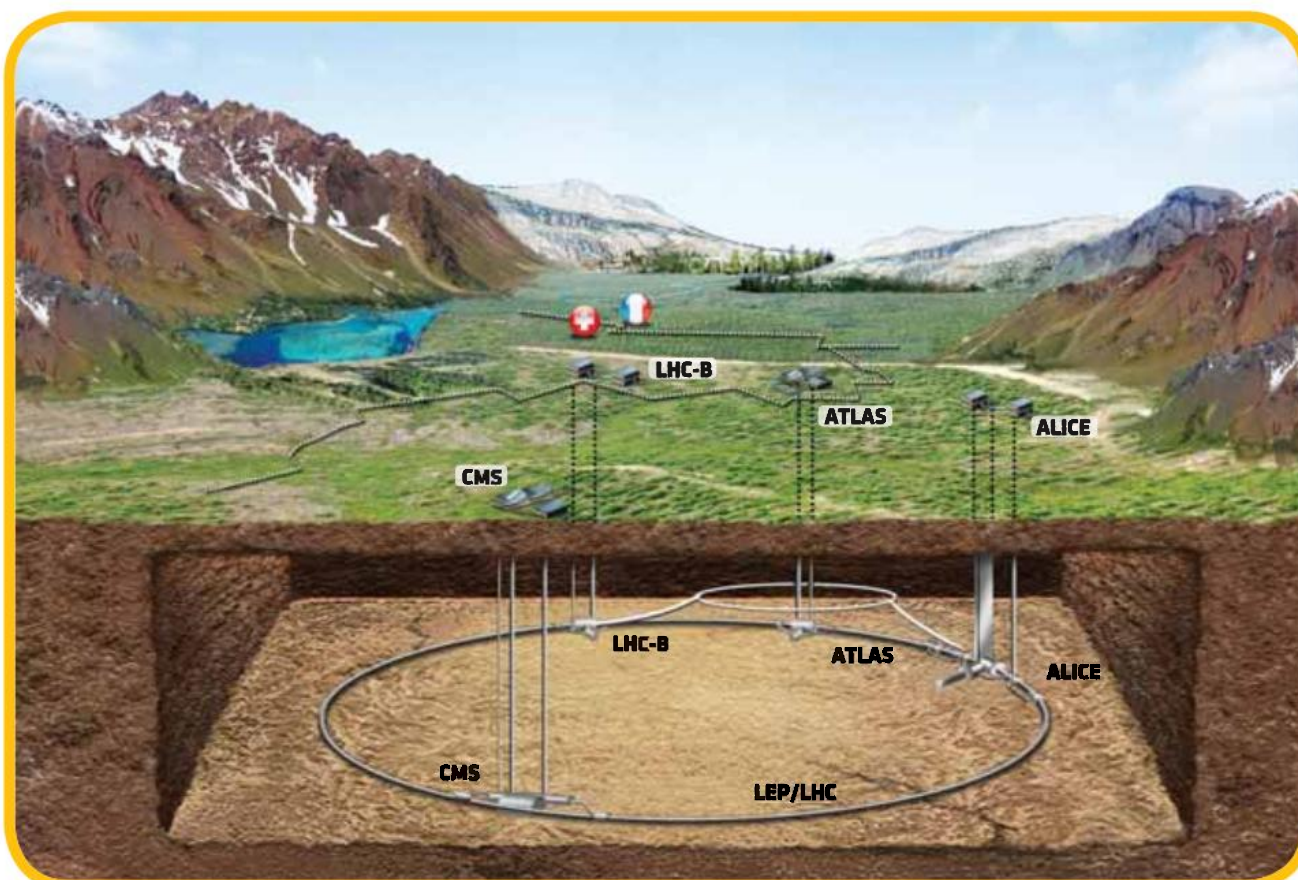


Figura 10 • Representação sem escala e com cores-fantasia do complexo subterrâneo do LHC, no CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire – Centro Europeu para Pesquisa Nuclear).

Vincular o conhecimento científico à sua aplicabilidade tem-se revelado um equívoco ao longo da história. É possível citar um grande número de descobertas científicas que não tiveram uma aplicação tecnológica imediata, mas, posteriormente, mostraram-se fundamentais para a melhoria da qualidade de vida da humanidade. É o caso, por exemplo, das **ondas eletromagnéticas**. Previstas pelo físico escocês James Clerk Maxwell e detectadas pelo físico alemão Rudolf Hertz, em 1888, as ondas eletromagnéticas tiveram inicialmente pouco ou nenhum impacto sobre a vida das pessoas. Posteriormente, constatou-se que elas eram um meio rico e eficaz de transmissão de informações, decorrendo dessa descoberta a criação da televisão, das transmissões via satélite, da telefonia, dos avançados aparelhos de diagnóstico, como os tomógrafos etc. Hoje, não conseguimos imaginar nosso mundo sem essa tecnologia.

Já dissemos que o conhecimento pode nos levar a uma nova forma de olhar o mundo. O CERN, instituição responsável pela construção do LHC, contribuiu para uma das maiores revoluções na história recente do ser humano, aquela originada pelo uso da internet. Foi no CERN que surgiu a famosa rede "**www**" (world wide web), cujo objetivo inicial era agilizar a troca de informações entre os pesquisadores dos diversos países que participavam das experiências que ocorriam em Genebra, na Suíça, onde se localiza o centro de pesquisas. Não é possível determinar ao certo em que área a revolução gerada por essa descoberta se concentra, dada a sua abrangência e diversificação: educação, saúde, economia, ciência etc. A internet é um exemplo do que é conhecido como subproduto da Ciência básica. Em um projeto científico como o LHC, diversas áreas da Engenharia são levadas ao limite de seu conhecimento com o intuito de tornarem realizáveis as concepções de construção e de funcionamento; para isso, é necessário o **desenvolvimento de tecnologias que, na maioria das vezes, não terão aplicação imediata**.

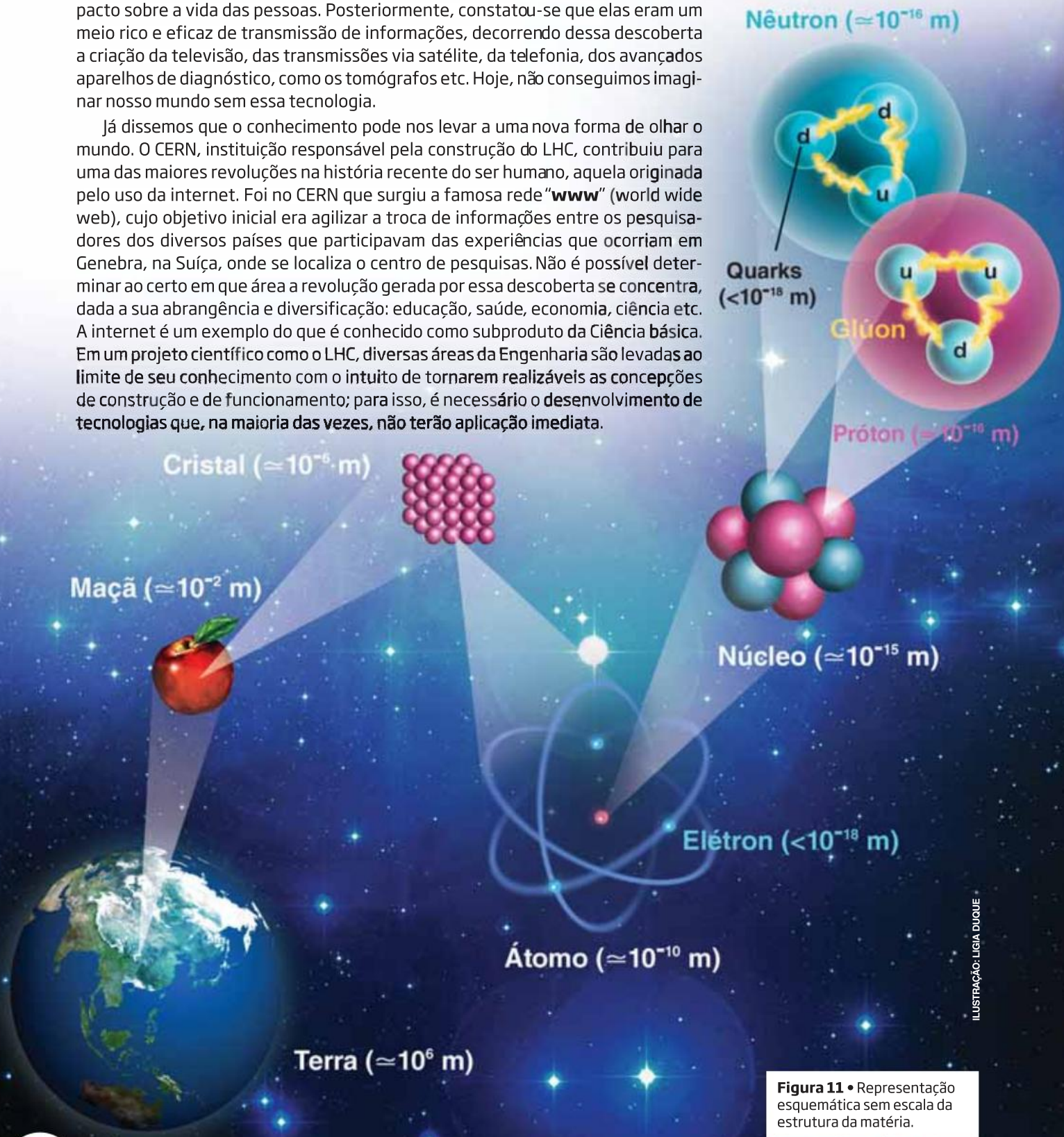


Figura 11 • Representação esquemática sem escala da estrutura da matéria.

Nanotecnologia

De todos os olhares que a Física consegue abarcar, talvez aquele voltado à **Nanotecnologia** seja o responsável pela alteração mais radical no modo de vida humano. A ideia da Nanotecnologia surgiu em uma palestra do físico norte-americano **Richard Feynman** (1918-1988), na qual ele descreveu as consequências de manipular átomos. Mas já não manipulamos átomos? Afinal, produzimos energia a partir do núcleo atômico. Então que contribuição a Nanotecnologia traria para o conhecimento humano?

Até o presente momento, conseguimos manipular imensas quantidades de átomos em conjunto, mas não individualmente. A Nanotecnologia trata exatamente dessa capacidade: mover átomos individualmente. Uma ideia corrente, porém incorreta, é que essa nova área do conhecimento trata apenas da miniaturização de máquinas e outros tipos de dispositivos. A miniaturização é apenas uma das consequências dos estudos da Nanotecnologia. As pesquisas nessa área, no entanto, são muito mais complexas e abrangentes. Para ter uma ideia de como ela poderá afetar o modo de vida das pessoas, vamos imaginar a seguinte situação: em um aterro sanitário, temos à disposição uma quantidade enorme de lixo ou, em outras palavras, uma quantidade enorme de átomos de diversos elementos: carbono, oxigênio, nitrogênio, hidrogênio etc. Esses átomos estão organizados de tal maneira que não podemos reaproveitá-los, uma vez que não conseguimos movê-los um a um. Se houvesse um modo de separar e organizar os átomos desses elementos e, sobretudo, se soubéssemos como movê-los individualmente, poderíamos instalar no aterro sanitário pequenas unidades produtoras, chamadas de nanofábricas, com o objetivo, por exemplo, de construir moléculas de petróleo, de água, ou de alimento, a partir do lixo.

4 Como a Física se expressa

Assim como outros campos do conhecimento, a Física utiliza uma linguagem própria para traduzir seus conceitos e permitir sua manipulação. No decorrer do curso de Física, você entrará em contato com um conjunto de palavras e expressões próprias dos fenômenos estudados. Aprenderá, por exemplo, que termos como “massa” e “peso” expressam grandezas diferentes e que “calor” e “temperatura” não são equivalentes. Além disso, para representar e “traduzir” os conceitos e permitir sua manipulação, a Física utiliza a **Matemática**. Para os físicos, de modo geral, é a Matemática que possibilita uma compreensão mais abrangente do universo físico. A Matemática permite expressar, de forma sintética e precisa, o conhecimento da natureza por meio das leis físicas. Esse importante campo do saber humano vai ajudá-lo também a estruturar, de maneira mais consistente, o aprendizado do conhecimento físico.

Assim, é essencial para sua aprendizagem que você se torne capaz de relacionar sua vivência aos conceitos físicos sem abrir mão das relações matemáticas que os envolvem, atrelando a elas cada vez mais **significados**, à medida que seu curso avança. É por isso que nos preocupamos em oferecer, ao longo dos capítulos, inúmeras situações em que você seja capaz de reconhecer elementos de seu cotidiano, daquilo que assiste na televisão ou ouve no rádio, do que lê nos jornais, nas revistas, na internet e nas redes sociais. A prática de resolver questões e problemas vai capacitá-lo a lidar matematicamente com os conceitos e leis fundamentais sem, contudo, se restringir à simples memorização de fórmulas. Esperamos que os “desafios” propostos nesta coleção representem outra forma de conhecer e de aprender sobre o mundo.

Finalmente, esperamos que você, assim como nós, autores-professores desta coleção, sinta como pode ser prazeroso conhecer além daquilo que nosso olhar alcança, com o auxílio precioso dos *óculos de Miquilim* que a Física nos oferece.

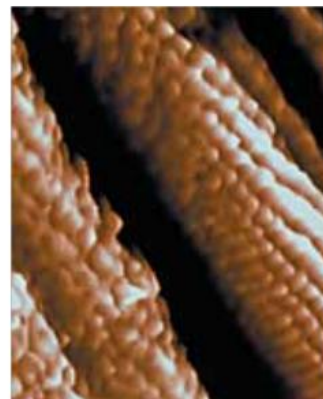


Figura 12 • Microfotografia de nanotubos de carbono. Ampliação: 12 milhões de vezes (cores-fantasia).

EYE OF SCIENCE/SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

Você precisa saber!

Ao longo do Ensino Médio, você aprenderá como a Física interpreta muitos dos fenômenos ligados:

- ao *movimento*, com o estudo da **Mecânica**;
- ao *som*, aprendendo **Acústica**;
- ao *calor*, por meio do conhecimento da **Termodinâmica**;
- à *luz*, explorando a **Óptica**;
- à *eletricidade*, por meio da análise do **Eletromagnetismo**.

UNIDADE

1

Movimentos

Para começo de conversa

Como alguém posicionado na Lua enxergaria os movimentos executados pela Terra?



S1

Professor, consulte o *Suplemento* para obter orientações sobre a questão introdutória, os objetivos desta unidade e a proposta de abordagem inicial dos conteúdos.

É esperado que os alunos consigam imaginar **que**, se estivessem **em** um ponto da face da Lua voltada **para** a Terra, enxergariam o planeta nascendo de um lado **e** se pondo do outro, semelhante ao modo como enxergamos, na Terra, o movimento **diário** aparente do Sol. **Apenas** o período seria diferente, de aproximadamente 29 dias terrestres.

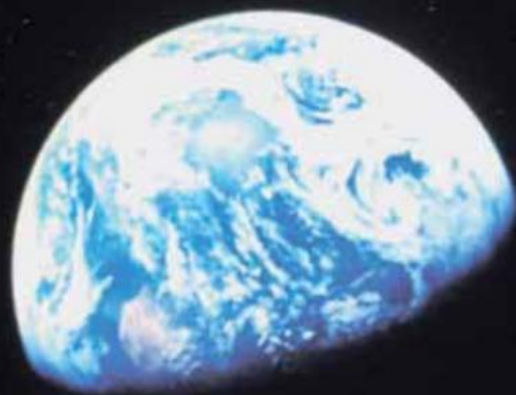


Foto da Terra vista das proximidades da superfície da Lua, obtida pelos astronautas da Apollo 8, em 1968. O fundo que representa o espaço é uma concepção artística.

Capítulos

- 1 Conceitos de Cinemática e movimento uniforme (MU)
- 2 Movimento uniformemente variado (MUV)
- 3 Lançamento vertical no vácuo

A referência do movimento

Do ponto de vista de um observador na Terra, é a Lua que se move no céu. Se, no entanto, o observador pudesse viajar até a Lua e, de lá, observasse a Terra, ele afirmaria: — É a Terra que se move no céu.

Nesta unidade, veremos que, para descrever um movimento, é preciso considerar um ponto de vista, ou um referencial. Aquilo que parece descrever uma trajetória curva sob certo ponto de vista pode parecer uma trajetória reta sob outro.



FOTOS: NASA

Decolagem da nave Apollo 8, em 1968. Sua missão era orbitar a Lua e obter informações para o pouso de uma nave tripulada, o que ocorreu em 1969.

Conceitos de Cinemática e movimento uniforme (MU)

ou: É possível subir caindo?

 S2

No Suplemento, você encontra orientações para trabalhar a questão introdutória.

1 Introdução

Em um salto com paraquedas, uma pessoa que ainda está com o equipamento fechado cai rapidamente e vê a que está com o paraquedas aberto se afastando, no sentido contrário. Assim, a pessoa em queda livre tem a impressão de que a outra, com o paraquedas aberto, está subindo.

Você está parado na calçada de uma movimentada rua esperando o semáforo abrir para atravessar. Nesse momento, passa um ônibus que, apesar de se afastar rapidamente, não impede que você veja um amigo dentro dele, sentado próximo à janela, lhe acenando (fig. 1). Qual é o movimento que cada um de vocês vê o outro executar?

Se o ônibus estiver se dirigindo para o norte, você verá seu amigo acompanhando esse movimento. Assim, sob o seu ponto de vista, o movimento do seu amigo, junto com o ônibus, é em direção ao norte (fig. 2A). No entanto, seu amigo, que está dentro do ônibus passando por você, parece vê-lo se afastando, no sentido contrário ao movimento dele, isto é, ele vê você indo para o sul (fig. 2B).

ILUSTRAÇÕES:
ALEX ARGOZINO E MARIO KANNO



Figura 1 • Como podemos descrever o movimento que os amigos veem um em relação ao outro?



Figura 2 • O movimento do seu amigo dentro do ônibus em relação a você, que está fora, é para o norte, e o seu movimento em relação ao ônibus é para o sul.



Esse é apenas um exemplo que nos mostra a relatividade do movimento, que, como estudaremos neste capítulo, está relacionada à escolha de um referencial de observação.



Figura 3 • Se você estivesse dentro de um carro viajando por uma estrada, você estaria em movimento ou em repouso (parado)? Achou a pergunta mal formulada, sem sentido? Antes de responder, pense em relação a que você está em repouso. Depois, faça o mesmo pensando em relação a que você está em movimento. Após o estudo do conceito do que denominamos **referencial** ou **sistema de referência**, você perceberá com mais clareza a validade da questão.

2 O movimento é relativo: referencial e trajetória

Referencial

Observe a foto das pessoas instantes após se lançarem no ar em direção à superfície, momentos antes de o paraquedas abrir (fig. 4), e responda: onde está o fotógrafo?



Figura 4 • Como o fotógrafo obteve esta foto?

Muito provavelmente, esta foto foi obtida por uma pessoa que também se movia junto com as outras. Para o fotógrafo, as pessoas estão praticamente paradas, enquanto, para alguém no solo, todos (fotógrafo e paraquedistas) estão caindo em alta velocidade. Com esse exemplo, podemos concluir que os paraquedistas estão parados (em repouso) em relação ao referencial localizado no fotógrafo, pois não há, no decorrer do tempo, variação da posição desses paraquedistas em relação à posição do fotógrafo. No entanto, os paraquedistas estão em movimento em relação a um referencial fixo (uma árvore, um poste etc.) localizado no solo, pois, no decorrer do tempo, ocorre variação da posição dos paraquedistas em relação ao referencial fixo no solo. Isso nos mostra que as características do movimento ou do repouso de um corpo dependem da posição do observador em relação a esse corpo, isto é, dependem de onde o observador está situado.

O movimento é relativo.

- Um corpo está parado ou em repouso se sua posição **não** variar no decorrer do tempo em relação a um referencial (ou sistema de referência).
- Um corpo está em movimento caso sua posição varie no decorrer do tempo em relação a um referencial (ou sistema de referência).

Trajétória

Consideremos agora o exemplo de um objeto que cai do topo do mastro de um veleiro em movimento com velocidade constante (fig. 5, na página seguinte). Como o trajeto da queda desse objeto é visto por alguém que está no barco? E por alguém parado na praia?

Para alguém no barco, a queda do objeto parece desenhar um percurso retilíneo, uma vez que o objeto cai acompanhando o mastro do veleiro. Uma pessoa na praia não terá essa mesma visão.



Figura 5 • O objeto é representado por um ponto azul situado no topo do mastro.



Figura 6 • Vista da queda do objeto por um observador que está no barco.



Figura 7 • Vista da queda do objeto por um observador parado na praia.

FOTOS: DAVE PATTISON/ALAMY/GLOW IMAGES

A trajetória do objeto em queda depende da posição do observador, isto é, depende do referencial adotado. Para um observador que se move junto com o barco, o objeto descreve uma trajetória retilínea (fig. 6). Para o observador na praia, o objeto descreve uma trajetória parabólica (fig. 7).

Para definir o estado de movimento ou de repouso de um corpo, devemos sempre conhecer o referencial adotado para esse estudo. Da mesma maneira, devemos saber qual é o referencial quando caracterizamos a trajetória de um corpo. Geralmente, adota-se um observador em repouso relativamente à Terra como referencial para o estudo do movimento dos corpos.

As trajetórias a seguir ilustram situações em que o referencial adotado é um observador em repouso relativamente à Terra. Imagine que esse observador é você.

EDU LYRAPULSAR/IMAGENS



Figura 8 • A imagem representa as trajetórias de veículos à noite, registrando o percurso da luz dos faróis. As câmeras fotográficas que permitem manter o obturador aberto por determinado período de tempo possibilitam esse registro.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Figura 9 • As gotas de água congelam-se depois de expelidas pelos escapamentos de aviões a jato. O conjunto de gotas congeladas forma os rastros, as trajetórias desses aviões no céu.



VENTURA/SHUTTERSTOCK

3 Posição, distância percorrida e deslocamento escalar

Em certo momento de uma viagem de automóvel, o motorista resolve parar para almoçar em um restaurante localizado no quilômetro 230 de uma estrada (fig. 10).

O fato de o motorista parar no marco quilométrico 230 não significa necessariamente que ele já percorreu, nessa viagem, 230 km, mas que ele está, nesse momento, na posição 230 de uma trajetória, determinada pelo traçado da estrada, em relação a um ponto inicial (marco zero).

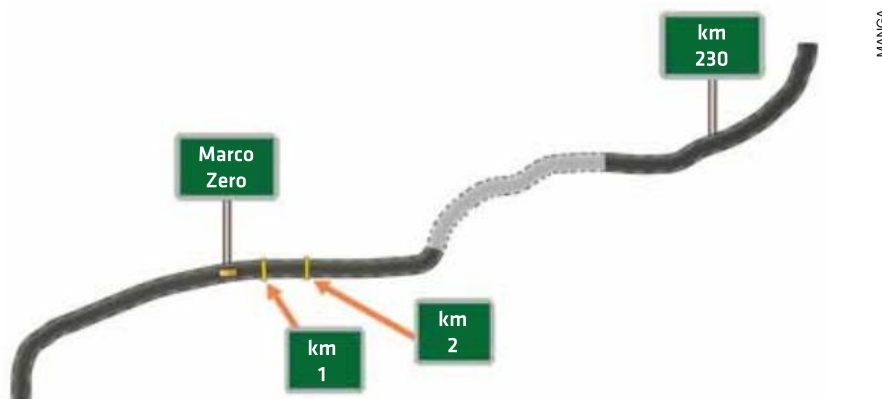


Figura 10 • Localização do motorista em relação ao marco zero da estrada.

Dois aspectos devem ser levados em conta na determinação da posição de um corpo em uma trajetória. Um deles é o estabelecimento da origem da marcação, ou seja, o marco zero. O outro é a orientação da trajetória (fig. 11).

Para o saber físico, há uma distinção bastante precisa entre os conceitos de deslocamento escalar e de distância percorrida. **Deslocamento escalar**, ou variação da posição, é a diferença algébrica entre as posições final e inicial do corpo. Assim, se s_2 for a posição final e s_1 a posição inicial, o deslocamento escalar, que indicamos por Δs , será:

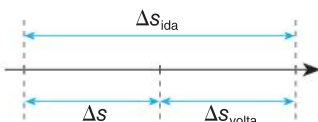
$$\Delta s = s_2 - s_1$$

Portanto, deslocamento escalar é uma grandeza que pode ter resultados positivos ou negativos, dependendo do sentido do movimento do corpo. E pode até mesmo ser nula, quando a posição de partida do corpo coincidir com a posição de chegada.

Quando um corpo inverte o sentido de seu movimento, podemos pensar em dois deslocamentos: um de ida e outro de volta.

O deslocamento final do corpo, Δs , é:

$$\Delta s = \Delta s_{\text{ida}} + \Delta s_{\text{volta}}$$



A distância percorrida (D), nesse caso, deve ser igual à soma dos valores absolutos dos dois deslocamentos, de ida e de volta. Assim:

$$D = |\Delta s_{\text{ida}}| + |\Delta s_{\text{volta}}|$$

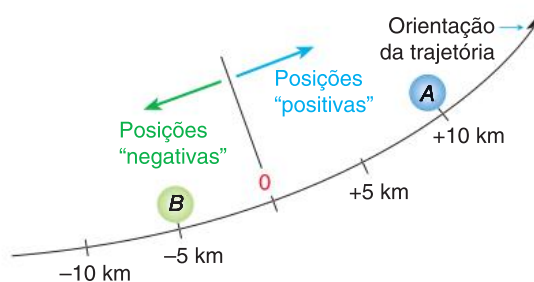


Figura 11 • Representação esquemática de uma trajetória com a indicação de sua orientação e das posições "positivas" e "negativas".

S3

O **Suplemento** traz comentários sobre a frequente dificuldade dos alunos na distinção entre deslocamento e distância percorrida.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Dentro de um ônibus que se movimenta da esquerda para a direita com velocidade constante, uma menina lança para cima uma bolinha, que sobe e volta à sua mão. Nesse mesmo momento, uma pessoa parada na calçada vê o movimento da bolinha dentro do ônibus.

- Descreva a trajetória da bolinha de acordo com a visão da menina no ônibus.
- Descreva a trajetória da bolinha de acordo com a visão da pessoa parada na calçada.



Resolução

- A menina e a bolinha se movem junto com o ônibus. Portanto, para a menina, o movimento da bolinha é o de subir e descer em trajetória retilínea, como se o ônibus estivesse parado.
- A pessoa na calçada vê o ônibus passando e considera que a bolinha sobe e desce fazendo uma curva, uma parábola.



R2 O marco zero de uma estrada que une duas cidades, A e B , está localizado a 30 km de A e a 42 km de B .



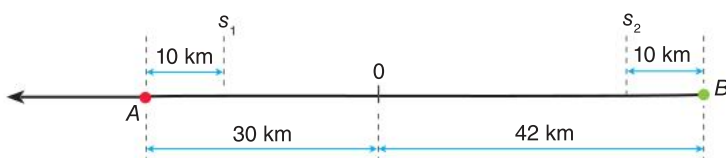
- Considerando a trajetória orientada de A para B , qual é o deslocamento de um veículo que vai do km 12 ao km 36?
- Considerando a trajetória orientada de B para A , qual é o deslocamento de um veículo que parte de uma distância de 10 km à direita de A e chega a uma distância de 10 km à esquerda de B ?

Resolução

- O km 12 e o km 36 estão à direita do marco zero, no sentido de B , visto ser esta a orientação admitida. Assim, o deslocamento é:

$$\Delta s = s_2 - s_1 \Rightarrow \Delta s = 36 - 12 \therefore \Delta s = 24 \text{ km}$$

b)



Nas condições descritas, a posição inicial do veículo é $s_1 = +20$ km, e sua posição final é $s_2 = -32$ km. Assim, seu deslocamento é:

$$\Delta s = s_2 - s_1 \Rightarrow \Delta s = -32 - 20 \therefore \Delta s = -52 \text{ km}$$

Isto é, o veículo deslocou-se 52 km no sentido contrário ao da trajetória.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- Um avião monomotor, voando baixo e horizontalmente, deixa cair um saco de mantimentos. Qual é a trajetória desse saco vista por uma pessoa em terra, bem embaixo do avião?
- Enquanto uma bicicleta se movimenta no plano horizontal, conforme a figura abaixo, um ponto M gira junto com a roda da frente.



- Como é o desenho da trajetória desse ponto vista por um observador imóvel e situado na calçada?
 - Como é o desenho da trajetória desse ponto vista por um observador correndo ao lado do ciclista com a mesma velocidade da bicicleta?
- Uma joaninha caminha paralelamente a uma fita métrica. Inicialmente posicionada ao lado do

centímetro “8”, ela estava ao lado do centímetro “40” após 4 segundos e, depois de mais 5 segundos, tinha a seu lado o centímetro “44”. Considerando a fita métrica e sua escala definidores da trajetória da joaninha, qual foi seu deslocamento:

- nos 4 primeiros segundos?
- nos últimos 5 segundos?

- Dois automóveis, A e B , percorrem uma mesma estrada retilínea. Observando o movimento desses automóveis e assinalando suas posições na trajetória ao longo do tempo, construiu-se a seguinte tabela de valores:

t (s)	0	10	20	30	40
Posição de A (m)	0	150	300	450	600
Posição de B (m)	800	600	400	200	0

- Qual dos dois automóveis, A ou B , percorre a trajetória no sentido contrário à orientação estabelecida?
- Qual dos dois automóveis, A ou B , percorre maior distância por segundo?

4 Velocidade escalar média (v_m)

Eram 11 h da manhã quando você passou pelo quilômetro 80 (km 80) da estrada e 12 h 30 min quando parou para almoçar no restaurante do quilômetro 230 (km 230) (fig. 12, A e B).

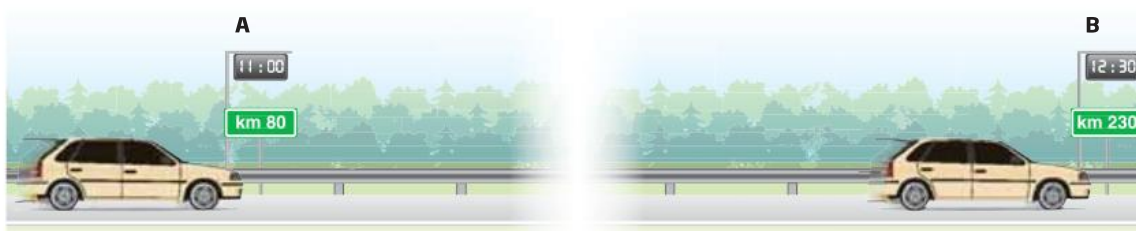


Figura 12 • Representação do trajeto de um automóvel entre os instantes **A**, 11 h, e **B**, 12 h 30 min.

O deslocamento do seu automóvel entre 11 h e 12 h 30 min foi de:

$$\Delta s = 230 \text{ km} - 80 \text{ km} = 150 \text{ km}$$

em um intervalo de tempo igual a 1 hora e meia, que indicamos assim:

$$\Delta t = 12 \text{ h } 30 \text{ min} - 11 \text{ h } 00 \text{ min} = 1 \text{ h } 30 \text{ min (ou } 1,5 \text{ h)}$$

Então, você se deslocou 150 km em 1,5 h, o que dá uma média de 100 km por hora ($150 : 1,5 = 100$). Portanto, sua velocidade escalar média foi, nesse trecho da viagem, igual a 100 km/h.

Velocidade escalar média (v_m) de um corpo em determinado percurso é a razão entre o deslocamento escalar realizado pelo corpo (Δs) e o intervalo de tempo para realizar esse deslocamento (Δt).

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

A unidade mais usada no cotidiano para exprimir a velocidade escalar média é o “quilômetro por hora” (km/h), embora o Sistema Internacional de Unidades (SI) adote a unidade “metro por segundo” (m/s). Como uma hora tem 3.600 segundos e um quilômetro tem 1.000 metros, a relação entre esses dois modos de expressar a velocidade média pode ser obtida da seguinte forma:

Conversão entre m/s e km/h

$$1 \text{ m/s} = \frac{\frac{1}{1.000} \text{ km}}{\frac{1}{3.600} \text{ h}} = \frac{1}{1.000} \cdot \frac{3.600}{1} \text{ km/h} = 3,6 \text{ km/h}$$

Você precisa saber!

Sistema Internacional de Unidades (SI)

O Sistema Internacional de Unidades (SI), criado em 1960, define as abreviaturas e os padrões de todas as unidades de medida, tomando por base unidades de sete grandezas consideradas independentes (ver tabela). As unidades de medida das demais grandezas são, portanto, combinações de duas ou mais unidades dessas sete. Na tabela ao lado, estão relacionadas as unidades-padrão no SI.

Grandeza	Unidade	Símbolo
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
corrente elétrica	ampère	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
quantidade de matéria	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

Já sabe responder?

É possível subir caindo?



DOMINGOS AQUINO

QUESTÕES RESOLVIDAS

R3 Numa prova de 100 metros rasos, considerada a mais rápida do atletismo, o recorde mundial é aproximadamente igual a 10 s. Qual é o valor da velocidade escalar média, em km/h, de um atleta nessa prova?

► Resolução

A velocidade escalar média do atleta, em m/s, é igual a:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{10} \therefore v_m = 10 \text{ m/s}$$

Como $3,6 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s}$, podemos multiplicar por 3,6 o valor obtido da velocidade em m/s para escrevê-lo em km/h. Assim:

$$v_m = 10 \cdot 3,6 \therefore v_m = 36 \text{ km/h}$$

Portanto, a velocidade escalar média do atleta na prova é de 10 m/s ou 36 km/h.

R4 Um ônibus partiu de uma cidade X às 7 h 30 min da manhã em direção a uma cidade Y , distante 405 km. Às 9 h 30 min, o ônibus chegou a uma lanchonete e lá ficou por 20 min. Finalmente, às 12 h, chegou a seu destino final. Qual foi a velocidade escalar média do ônibus, em km/h e em m/s, em todo o percurso?

Resolução

Observe a representação da situação descrita no enunciado:

ADILSON SECCO



A velocidade escalar média é a relação entre o deslocamento (Δs) e o tempo despendido no trajeto (Δt). Nesse caso, independentemente do tempo de parada, temos:

$$\Delta s = 405 \text{ km e } \Delta t = 4 \text{ h } 30 \text{ min}$$

Como 60 min = 1 h:

$$60 \text{ min} \text{ ————— } 1 \text{ h}$$

$$30 \text{ min} \text{ ————— } x$$

$$x = \frac{30}{60} \therefore x = 0,5 \text{ h}$$

Assim: $\Delta t = 4 \text{ h} + 0,5 \text{ h} = 4,5 \text{ h}$

A velocidade escalar média, em km/h, é igual a:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{405}{4,5} \therefore v_m = 90 \text{ km/h}$$

Uma vez que $3,6 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s}$, para converter para m/s o valor da velocidade dada em km/h, basta dividir 90 por 3,6. Assim:

$$v_m = 90 : 3,6 \therefore v_m = 25 \text{ m/s}$$

Portanto, a velocidade escalar média do ônibus foi de 90 km/h, ou 25 m/s.

R5 Um ciclista percorre uma estrada passando por três pontos, A, B e C, de acordo com o seguinte esquema:

ADILSON SECCO



Ele vai de A até C, sem parar em B, demorando 1 h 15 min nesse percurso.

Ao chegar a C, retorna imediatamente e, após mais 30 min de viagem, chega a B.

Calcule o valor da velocidade escalar média do ciclista, em km/h:

a) no trecho AC;

b) no trecho CB;

c) em todo o percurso, de A a C e voltando a B.

Resolução

a) O ciclista percorreu 50 km em 1 h 15 min ou em 1,25 h, uma vez que 15 min correspondem a um quarto de hora ou, ainda, a 0,25 h.

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50}{1,25} \therefore v_m = 40 \text{ km/h}$$

Portanto, a velocidade escalar média do ciclista no trecho AC foi igual a 40 km/h.

b) Considerando a trajetória orientada no sentido de A para C, o ciclista, ao voltar de C para B, deslocou-se negativamente. Assim, Δs , nesse caso, é igual a -15 km , $\Delta t = 0,5 \text{ h}$ e a velocidade escalar média do ciclista nesse trecho é:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-15}{0,5} \therefore v_m = -30 \text{ km/h}$$

O valor negativo da velocidade escalar média serve para mostrar que o movimento ocorreu no sentido contrário ao da orientação da trajetória.

c) O deslocamento do ciclista em todo o percurso foi de 35 km, uma vez que, nesse caso, $\Delta s = s_B - s_A = 35 \text{ km}$, e o tempo gasto no percurso foi de 1 h 45 min, ou 1,75 h. Assim:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{35}{1,75} \therefore v_m = 20 \text{ km/h}$$

Observação: No dia a dia, não temos o hábito de orientar a trajetória de um movimento, por isso, normalmente, calculamos a velocidade média pela razão entre a **distância percorrida** e o tempo decorrido no percurso. Assim, se um automóvel deslocou-se 50 km em um sentido e 15 km no sentido contrário e, nesse percurso, demorou 1,75 h, calculamos a velocidade média desenvolvida da seguinte maneira:

$$v_m = \frac{50 \text{ km} + 15 \text{ km}}{1,75 \text{ h}} = \frac{65 \text{ km}}{1,75 \text{ h}} \approx 37 \text{ km/h}$$

O valor assim obtido (37 km/h) difere do resultado da questão (20 km/h), que considera o deslocamento escalar no cálculo da velocidade escalar média e, portanto, a comparação entre o sentido do movimento do corpo e o sentido definido pela orientação da trajetória. A descrição matemática dos movimentos, necessária em muitos aspectos, exige tal orientação, de maneira que aceitaremos o valor 20 km/h como a velocidade escalar média nesse caso.

Conclusão: Nos movimentos em que o corpo se desloca primeiro em um sentido e logo após retorna no sentido oposto, temos:

$$v_{\text{escalar média}} \quad v_{\text{média}}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

5 A velocidade escalar média de um automóvel em determinado trecho de uma estrada foi igual a 60 km/h. Com base apenas nessa informação, quais das afirmativas a seguir podem ser consideradas **sempre** corretas?

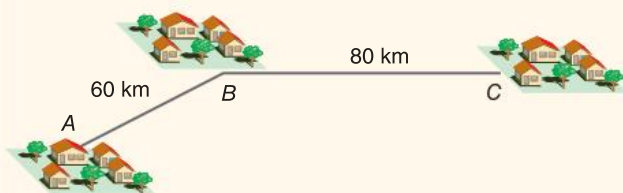
- a) O automóvel desenvolveu velocidade constante e igual a 60 km/h em todo o trecho.
- b) A velocidade do automóvel no trecho considerado nunca foi nula, ou seja, o automóvel nunca parou.
- c) O maior valor da velocidade desenvolvida pelo automóvel foi igual a 120 km/h.
- d) Se metade do trecho foi percorrida com velocidade escalar média de 40 km/h, o restante foi percorrido com velocidade escalar média de 80 km/h.
- e) Se a viagem demorou 2 horas, o deslocamento do automóvel na trajetória considerada foi de 120 km.

6 O motorista de um automóvel deseja cumprir um trecho de 40 km com velocidade escalar média de 80 km/h. Se nos primeiros 15 minutos ele manteve velocidade escalar média de 40 km/h, qual deverá ser a velocidade escalar média no trecho restante de modo que ele consiga atingir seu objetivo?

7 Uma pessoa que pratica constantemente exercícios físicos consegue completar uma corrida de 10 km em 1 h. Supondo que a pessoa cumpriu os primeiros 5 km com a velocidade escalar média de 15 km/h, quanto tempo demorou para cumprir os 5 km restantes?

8 Uma viagem de 120 km é realizada com velocidade escalar média de 80 km/h na primeira metade do percurso e 100 km/h na metade final. É correto afirmar que a duração da viagem seria a mesma se ela fosse realizada com velocidade constante de 90 km/h? Por quê?

9 Observe a representação de uma estrada que liga três cidades, A, B e C.



Um motorista parte com seu veículo da cidade A e, após 45 minutos, está passando pela cidade B. Nesse momento, percebe que está atrasado e resolve aumentar em 20% o valor da velocidade escalar média que desenvolveu até então. Se ele mantiver o novo valor de velocidade até o final, chegando à cidade C, quanto tempo terá durado a viagem desde a cidade A?

10 O som se move no ar a 340 m/s e no ferro a 3.400 m/s. Uma pessoa próxima de um trilho de trem ouve dois sons de uma mesma pancada, um proveniente dos trilhos e o outro proveniente do ar, separados por 0,18 s. Qual é o comprimento do trilho no trecho que separa a pessoa do lugar onde ocorreu a pancada?

11 (Unicamp-SP) Andar de bondinho no complexo do Pão de Açúcar no Rio de Janeiro é um dos passeios aéreos urbanos mais famosos do mundo. Marca registrada da cidade, o Morro do Pão de Açúcar é constituído de um único bloco de granito, despido de vegetação em sua quase totalidade e tem mais de 600 milhões de anos. O passeio completo no complexo do Pão de Açúcar inclui um trecho de bondinho de aproximadamente 540 m da Praia Vermelha ao Morro da Urca, uma caminhada até a segunda estação no Morro da Urca e um segundo trecho de bondinho de cerca de 720 m do Morro da Urca ao Pão de Açúcar.

A velocidade escalar média do bondinho no primeiro trecho é $v_1 = 10,8$ km/h e, no segundo, é $v_2 = 14,4$ km/h. Supondo que, em certo dia, o tempo gasto na caminhada no Morro da Urca somado ao tempo de espera nas estações é de 30 minutos, o tempo total do passeio completo da Praia Vermelha até o Pão de Açúcar será igual a:

- a) 33 min
- b) 36 min
- c) 42 min
- d) 50 min

12 (UPE) Um automóvel vai de P até Q com velocidade escalar média de 20 m/s e, em seguida, de Q até R com velocidade escalar média de 10 m/s. A distância entre P e Q vale 1 km, e a distância entre Q e R, 2 km. Qual é a velocidade escalar média em todo o percurso em m/s?

- a) 15
- b) 12
- c) 9
- d) 10
- e) 20

13 (Enem) Uma empresa de transportes precisa efetuar a entrega de uma encomenda o mais breve possível. Para tanto, a equipe de logística analisa o trajeto desde a empresa até o local da entrega. Ela verifica que o trajeto apresenta dois trechos de distâncias diferentes e velocidades máximas permitidas diferentes. No primeiro trecho, a velocidade máxima permitida é de 80 km/h e a distância a ser percorrida é de 80 km. No segundo trecho, cujo comprimento vale 60 km, a velocidade máxima permitida é 120 km/h.

Supondo que as condições de trânsito sejam favoráveis para que o veículo da empresa ande continuamente na velocidade máxima permitida, qual será o tempo necessário, em horas, para a realização da entrega?

- a) 0,7
- b) 1,4
- c) 1,5
- d) 2,0
- e) 3,0

5 Movimento uniforme

Vamos tomar como exemplo um móvel que se desloca sobre uma trajetória retilínea, cuja posição seja registrada a cada segundo, conforme a figura 13.

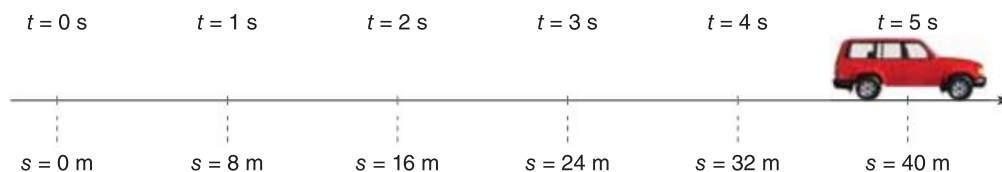


Figura 13 • O deslocamento do móvel é constante a cada segundo.

Nesse movimento, o móvel se desloca 8 m a cada segundo, o que indica que sua velocidade escalar média é constante em cada intervalo de 1 s. Quando um móvel realiza **movimento uniforme (MU)**, podemos diminuir o intervalo de observação de 1 s para valores cada vez menores e, mesmo assim, a velocidade escalar média se manterá constante. Quando o intervalo analisado é extremamente pequeno, a velocidade média escalar obtida é denominada **velocidade instantânea**.

Um móvel realiza movimento uniforme (MU) em determinado intervalo de tempo quando sua velocidade escalar instantânea for mantida constante e diferente de zero em todo o intervalo considerado.

6 Função horária da posição em um movimento retilíneo uniforme (MRU)

Um corpo em **movimento retilíneo uniforme** percorre sempre a mesma distância em intervalos de tempo iguais, pois desenvolve velocidade constante. Isso significa que seu deslocamento escalar é diretamente proporcional ao tempo de percurso, ou seja, sua velocidade escalar média tem um único valor durante o percurso.

Assim, é possível prever em que posição o móvel estará em um instante t qualquer por meio de uma equação matemática que relaciona s e t . Admitindo $v_m = v$, temos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

Para $t_0 = 0$, vem:

$$v = \frac{s - s_0}{t} \Rightarrow vt = s - s_0 \Rightarrow s = s_0 + vt$$

Essa equação é denominada **função horária da posição**, ou **função horária do espaço** do móvel.

A função horária da posição $s = f(t)$ de um corpo em movimento retilíneo uniforme (MRU) é do tipo:

$$s = s_0 + vt$$

em que v é a velocidade escalar constante desenvolvida pelo corpo e s_0 é a posição inicial que ele ocupa na trajetória.

Observe que a função horária da posição em um MRU é uma função polinomial do 1º grau, crescente ou decrescente, dependendo do sinal da velocidade. Esse sinal indica se o móvel está se movendo a favor ou contra a orientação



S4

No *Suplemento*, há orientações para o trabalho com MRU.

estabelecida como positiva na trajetória, portanto, não tem relação com a rapidez. Isso quer dizer que se deslocam com a mesma rapidez dois corpos que percorrem uma mesma trajetória com velocidade $+80 \text{ km/h}$ ou -80 km/h ; a diferença é que um se move no sentido da trajetória, e o outro se move no sentido oposto. Assim, podemos classificar o corpo de acordo com o sentido do movimento que executa.

Movimento do móvel a favor da orientação da trajetória:

$$v > 0 \rightarrow \text{movimento progressivo}$$

Movimento do móvel contra a orientação da trajetória:

$$v < 0 \rightarrow \text{movimento retrógrado}$$

A representação, em um sistema de eixos cartesianos, do gráfico da posição em função do tempo para um móvel em MRU é uma reta crescente caso o movimento esteja sendo executado a favor da orientação da trajetória e, portanto, sua velocidade seja positiva (fig. 14); caso contrário, a reta será decrescente (fig. 15).

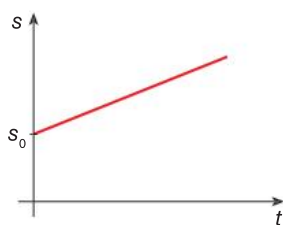


Figura 14 • Gráfico da posição de um móvel em movimento progressivo ($v > 0$), para $s_0 > 0$.

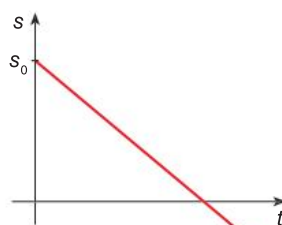


Figura 15 • Gráfico da posição de um móvel em movimento retrógrado ($v < 0$), para $s_0 > 0$.

O gráfico da velocidade em função do tempo para um móvel em MRU é uma reta paralela ao eixo das abscissas (tempo). As linhas horizontais que representam as velocidades de cada móvel indicam que a velocidade é constante e informam o sentido do movimento do móvel (fig. 16 e 17).

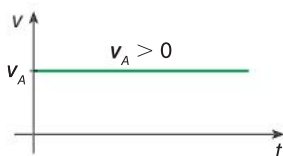


Figura 16 • Gráfico da velocidade pelo tempo para um móvel em movimento progressivo.

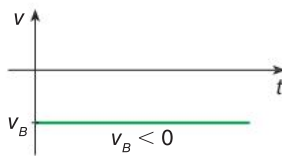


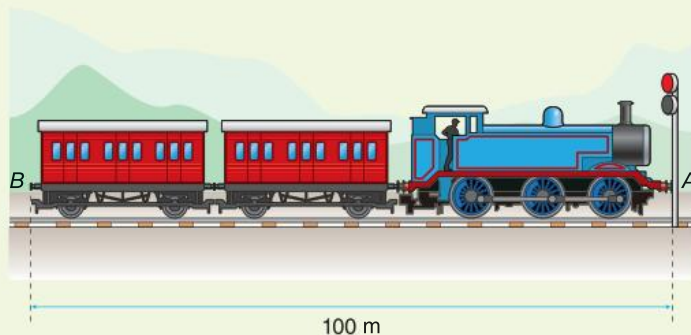
Figura 17 • Gráfico da velocidade pelo tempo para um móvel em movimento retrógrado.

Você precisa saber!

Corpo extenso em movimento

Quando um automóvel passa por uma placa de sinalização em uma rodovia, é desprezível o tempo que ele demora para passar inteiramente pela placa. Nesse caso, dizemos que o automóvel é um **ponto material**, pois suas dimensões interferem muito pouco, ou quase nada, nas variáveis importantes da situação. Todavia, o tempo que um trem demora para passar por uma sinaleira em uma ferrovia não é desprezível. O trem, nesse caso, não pode ser considerado um ponto material, mas, sim, um **corpo extenso**.

Na figura acima, o trem mede 100 m de comprimento, com extremos identificados por dois pontos, A e B, de maneira que a ultrapassagem começa quando o ponto A chega à sinaleira e termina quando B também passar pela sinaleira.



Dependendo do caso, o móvel não pode ser considerado um **ponto material**. Quando isso ocorre, dizemos que se trata de um **corpo extenso**.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R6 Um móvel, desenvolvendo velocidade escalar constante sobre uma trajetória retilínea e orientada, passa pela posição 20 m aos 4 s e pela posição 36 m aos 6 s.

- Determine a função horária do espaço do móvel e classifique seu movimento como progressivo ou retrógrado.
- Qual era a posição do móvel no instante 5,4 s?
- Faça um esboço do gráfico $s \times t$ do movimento do móvel, ressaltando os pontos de corte com os eixos cartesianos.

► Resolução

- O móvel se deslocou 16 metros ($36 \text{ m} - 20 \text{ m}$), em um intervalo de tempo correspondente a 2 segundos ($6 \text{ s} - 4 \text{ s}$). Assim, a velocidade escalar do móvel é dada por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{16}{2} \therefore v = 8 \text{ m/s}$$

Temos, assim, um movimento progressivo.

A posição inicial do móvel, em $t = 0 \text{ s}$, pode ser obtida se retrocedermos o movimento 4 s a partir da posição 20 m. Como a velocidade escalar é 8 m/s, em 4 s o móvel percorre 32 m. Então, a posição inicial do móvel é igual a -12 metros ($20 \text{ m} - 32 \text{ m}$), e a função horária do espaço é:

$$s = -12 + 8t \text{ (s em metros e t em segundos)}$$

- Podemos utilizar a equação obtida no item a:

$$s = -12 + 8t \Rightarrow$$

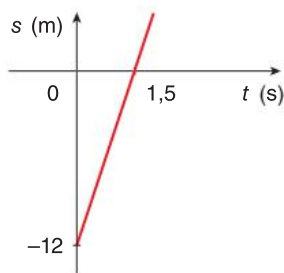
$$\Rightarrow s = -12 + 8 \cdot 5,4$$

$$\therefore s = 31,2 \text{ m (posição do móvel no instante 5,4 s)}$$

- O gráfico tem a forma de uma semirreta com origem no ponto em que $t = 0$ e $s_0 = -12 \text{ m}$. Assim, o corte no eixo vertical é no ponto $(0, -12)$. O corte no eixo horizontal corresponde ao instante em que o corpo cruza o marco zero, isto é, em $s = 0 \text{ m}$, que pode ser assim obtido:

$$s = -12 + 8t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = -12 + 8t \therefore t = 1,5 \text{ s}$$



R7 Dois automóveis, A e B, desenvolvem movimento uniforme sobre a mesma estrada retilínea, no sentido da trajetória, com velocidades escalares iguais a, respectivamente, 72 km/h e 90 km/h. No momento em que A passa pelo quilômetro 100, B passa pelo quilômetro 140.

- Quando A passar pelo quilômetro 140, qual será a posição de B?
- Depois de quanto tempo, a partir do momento em que o automóvel A passar pelo quilômetro 100, a distância entre os dois será igual a 67 km? Qual será, então, a posição de cada automóvel?

► Resolução

- Resolveremos o problema com base nas funções horárias do espaço de cada automóvel.

$$s_A = 100 + 72t \text{ (t em horas e s em quilômetros)}$$

$$s_B = 140 + 90t \text{ (t em horas e s em quilômetros)}$$

Automóvel A no quilômetro 140:

$$140 = 100 + 72t \Rightarrow t = \frac{40}{72} \therefore t = \frac{5}{9} \text{ h}$$

Automóvel B em $t = \frac{5}{9} \text{ h}$:

$$s_B = 140 + 90 \cdot \frac{5}{9} \therefore s_B = 190 \text{ km}$$

Portanto, o automóvel B estará no quilômetro 190 quando o automóvel A estiver no quilômetro 140.

- A diferença entre a posição de B e a de A deve ser igual, nesse caso, a 67 km. Portanto:

$$s_B - s_A = 67 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 140 + 90t - (100 + 72t) = 67 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40 + 18t = 67 \Rightarrow 18t = 27 \therefore t = 1,5 \text{ h}$$

Depois de 1,5 h (1 h 30 min), a distância entre A e B será igual a 67 km. Substituindo t por 1,5 em cada equação horária, obteremos:

$$s_A = 100 + 72t \Rightarrow s_A = 100 + 72 \cdot 1,5$$

$$\therefore s_A = 208 \text{ km}$$

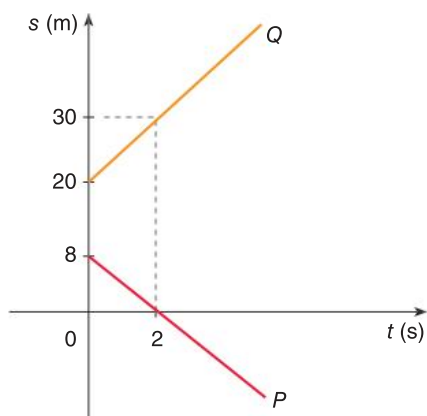
$$s_B = 140 + 90t \Rightarrow s_B = 140 + 90 \cdot 1,5$$

$$\therefore s_B = 275 \text{ km}$$

No instante 1,5 h, o automóvel A estará no quilômetro 208, e o automóvel B, no quilômetro 275.

R8 O movimento retilíneo e uniforme de dois automóveis, Q e P, foi registrado em um único

sistema de eixos cartesianos por meio dos gráficos de suas posições em função do tempo, como na figura.



- Determine a velocidade escalar e a função horária do espaço de cada veículo.
- Qual era a distância entre os dois automóveis aos 6 s de movimento?

Resolução

- a) Automóvel Q:

Posição inicial, $s_0 = 20$ m. Em 2 s, o automóvel deslocou-se 10 metros (30 m $-$ 20 m); então:

$$v_Q = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10}{2} \therefore v_Q = 5 \text{ m/s}$$

Assim, a função horária é:

$$s_Q = 20 + 5t \text{ (SI)}$$

Automóvel P:

Posição inicial, $s_0 = 8$ m. O veículo deslocou-se -8 metros (0 m $-$ 8 m) em 2 s. Assim, sua velocidade escalar é -4 m/s, e a função horária é:

$$s_P = 8 - 4t \text{ (SI)}$$

- b) Vamos determinar a posição de cada automóvel aos 6 s a partir da função horária:

$$s_Q = 20 + 5t \Rightarrow s_Q = 20 + 5 \cdot 6 \therefore s_Q = 50 \text{ m}$$

$$s_P = 8 - 4t \Rightarrow s_P = 8 - 4 \cdot 6 \therefore s_P = -16 \text{ m}$$

Se o automóvel Q ocupava a posição 50 m e o automóvel P ocupava a posição -16 m, a distância entre eles era igual a:

$$s_Q - s_P = 50 - (-16) \therefore s_Q - s_P = 66 \text{ m}$$

- R9** Um maquinista conduzia um trem de 450 m de comprimento que se movimentava com velocidade constante sobre um trecho com trilhos retilíneos e paralelos. Por curiosidade, ele quis descobrir o comprimento de um túnel. Para calcular esse valor, ele mediu o intervalo de tempo

que o trem demorou para atravessar completamente o túnel, obtendo 25 s. Verificou ainda que o valor da velocidade do trem era de, aproximadamente, 108 km/h no trecho considerado. A partir dos dados obtidos, calcule o comprimento do túnel.

Resolução

Temos uma situação em que o comprimento do trem não pode ser desprezado, por isso ele não é considerado um ponto material ou uma partícula, mas, sim, um corpo extenso.

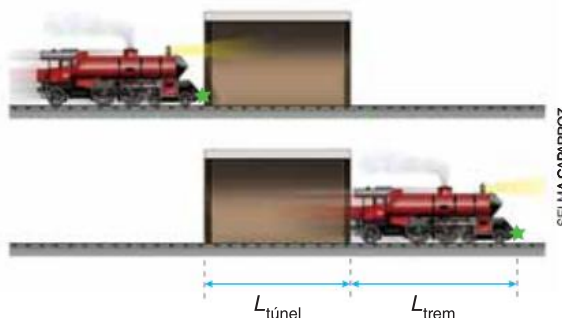
A velocidade média do trem pode ser calculada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Pelo enunciado, sabemos que a velocidade média do trem é igual a 108 km/h, o que equivale a 30 m/s (108 dividido por 3,6 é igual a 30), e que o tempo de travessia do túnel é igual a 25 s. Assim, temos:

$$30 = \frac{\Delta s}{25} \therefore \Delta s = 750 \text{ m}$$

O que representa o valor de 750 m para o deslocamento? Representa o comprimento do trem? Antes de responder, observe a seguinte figura:



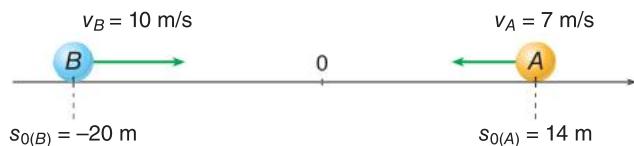
Na figura, há uma marca na frente do trem, que será considerada referência para o estudo do movimento. Observe que essa referência inicia o processo de ultrapassagem quando entra no túnel e finaliza essa passagem total quando tiver se deslocado o comprimento equivalente à soma dos comprimentos do túnel e do trem, como na figura. Assim, o deslocamento da marca de referência é obtido pela soma dos comprimentos do trem e do túnel. Desse modo, a variação da posição que encontramos não representa o comprimento do trem, mas, sim, a variação da posição da marca de referência.

$$\Delta s_{\text{marca de referência}} = L_{\text{trem}} + L_{\text{túnel}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta s_{\text{marca de referência}} = 450 + L_{\text{túnel}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 750 = 450 + L_{\text{túnel}} \therefore L_{\text{túnel}} = 300 \text{ m}$$

- **R10** O esquema representa dois corpos, A e B , que desenvolvem movimentos retilíneos uniformes sobre a mesma trajetória, com suas respectivas posições iniciais e valores **absolutos** de velocidades.



- Escreva as funções horárias dos móveis A e B .
- Represente, em um mesmo sistema de eixos, os gráficos da posição em função do tempo ($s \times t$) dos móveis A e B .
- Determine o instante e a posição de encontro entre os móveis A e B .
- Construa, em um mesmo sistema de eixos, o gráfico das velocidades dos móveis A e B .

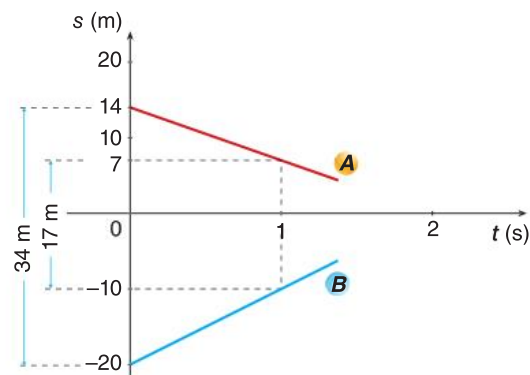
► Resolução

- O sentido da velocidade do móvel A é contrário ao da orientação da trajetória. Assim, consideramos $v_A < 0$, e o movimento desse móvel é classificado como **retrógrado**. Já o sentido da velocidade do móvel B é o mesmo da orientação da trajetória. Desse modo, temos $v_B > 0$, e o movimento desse móvel é classificado como **progressivo**.
As funções horárias da posição do corpo A e do corpo B são:

corpo A : $s_A = 14 - 7t$ (SI)

corpo B : $s_B = -20 + 10t$ (SI)

- O gráfico do móvel A é uma função decrescente porque o corpo tem velocidade $v_A < 0$. O corpo B , por se mover a favor da orientação da trajetória, será representado por uma reta crescente.



- O instante de encontro pode ser determinado igualando as funções horárias dos dois móveis, pois, para que haja encontro, A e B devem estar na mesma posição.

$$s_A = s_B \Rightarrow 14 - 7t = -20 + 10t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 34 = 17t \therefore t = 2 \text{ s}$$

O ponto de cruzamento entre os móveis, nesse caso, vai ocorrer sobre o marco zero, como é possível perceber ao substituir t por 2 em qualquer das duas funções horárias.

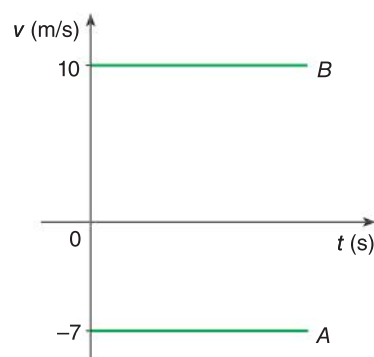
$$s_A = 14 - 7t \Rightarrow s_A = 14 - 7 \cdot 2 \therefore s_A = 0 \text{ m}$$

ou

$$s_B = -20 + 10t \Rightarrow s_B = -20 + 10 \cdot 2$$

$$\therefore s_B = 0 \text{ m}$$

- Como os móveis A e B têm velocidades constantes, as retas são paralelas ao eixo dos tempos.



QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

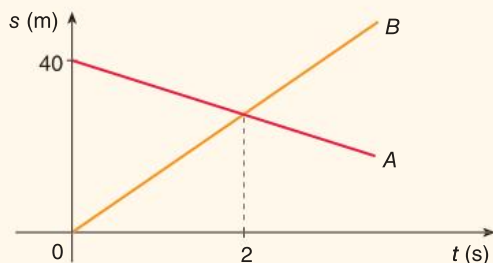
- 14** Em qual das situações a seguir o móvel descrito pode ser considerado um corpo extenso?

- Um automóvel deslocando-se numa viagem de Salvador a Recife.
- Um automóvel passando pelo pedágio de uma estrada federal.
- Um trem atravessando uma ponte sobre um vão de 20 m.

- Um avião aterrissando.
- Uma tartaruga passando por uma linha traçada no solo.
- Um navio em viagem do Rio de Janeiro a Tóquio.
- Uma bola de futebol entrando no gol.
- Uma atleta competindo na prova de 100 m rasos.

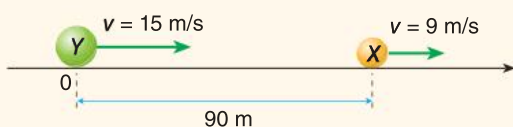
- 15 Uma centopeia de 8 cm de comprimento caminha em linha reta com velocidade praticamente constante de 0,5 cm/s. Quanto tempo a centopeia demora para passar completamente por um poste? Despreze a espessura do poste.

- 16 No gráfico abaixo, estão registradas as posições de dois corpos, A e B, que se movem com velocidades constantes sobre a mesma trajetória retilínea.



O módulo da velocidade do corpo A é 8 m/s.

- a) Determine a velocidade do corpo B. Classifique o movimento como progressivo ou retrógrado.
b) Determine a função horária do espaço do móvel B.
c) Determine a distância entre os corpos aos 3 s.
- 17 Observe a representação do instante inicial do MRU de dois automóveis, X e Y, sobre a mesma trajetória.



Considere a origem da trajetória sobre Y, no instante inicial, e determine:

- a) a função horária do espaço de cada automóvel;
b) o instante e a posição da ultrapassagem de Y por X.
- 18 A função horária de um corpo que se movimenta por uma trajetória retilínea é $s = -20 + 5t$ (SI). Considere esse movimento e calcule:
- a) o valor da velocidade do corpo aos 4 s;
b) a posição do corpo aos 4 s;
c) seu deslocamento no intervalo entre 0 s e 4 s;
d) a distância percorrida nos primeiros 6 segundos.
- 19 Na tabela, estão representadas as posições de dois corpos, A e B, que se movimentam sobre a mesma trajetória retilínea.

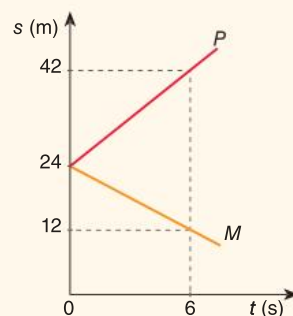
Tempo (s)	0	1	2	3	4
Posição do corpo A (m)	0	5	10	15	20
Posição do corpo B (m)	-8	-3	2	7	12

Qual é a equação horária da posição de cada corpo?

- 20 Represente em um gráfico cartesiano a variação, em função do tempo, das posições de dois automóveis, A e B, que desenvolvem movimento uniforme sobre a mesma trajetória retilínea, sendo 15 m/s e 7 m/s, respectivamente, os valores das velocidades de A e de B. Suponha que inicialmente a distância entre eles é de 88 m e que:

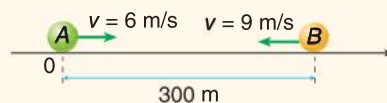
- a) os dois automóveis percorrem a trajetória no sentido de sua orientação;
b) os dois automóveis desenvolvem sentidos opostos, com o movimento de A concordando com o sentido da orientação da trajetória.

- 21 O gráfico abaixo representa o movimento de dois automóveis, M e P, pela mesma estrada retilínea.



- a) Quais são as funções horárias da posição desses automóveis?
b) Qual era a distância entre eles aos 2 s?
c) Quanto tempo, a contar do instante inicial, demorará para que a distância entre M e P seja igual a 60 m?

- 22 Observe a seguir a representação do instante inicial do movimento em MRU de dois móveis, A e B, sobre a mesma trajetória.



Considere a origem da trajetória em A, no instante inicial, e determine:

- a) a função horária do espaço de cada móvel;
b) o instante de tempo e a posição em que ocorre o cruzamento entre os dois móveis.

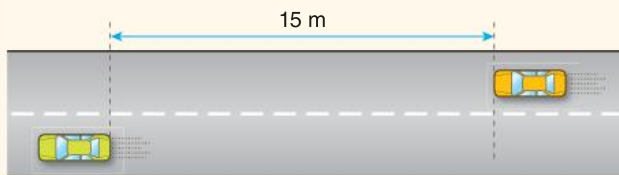
- 23 (Uerj) Em um longo trecho retilíneo de uma estrada, um automóvel se desloca a 80 km/h e um caminhão a 60 km/h, ambos no mesmo sentido e em movimento uniforme. Em determinado instante, o automóvel encontra-se 60 km atrás do caminhão.

O intervalo de tempo, em horas, necessário para que o automóvel alcance o caminhão é cerca de:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

- 24** (Acafe-SC) Filas de trânsito são comuns nas grandes cidades, e duas de suas consequências são: o aumento no tempo da viagem e a irritação dos motoristas. Imagine que você está em uma pista dupla e enfrenta uma fila. Pensa em mudar para a fila da pista ao lado, pois percebe que, em determinado trecho, a velocidade da fila ao lado é 3 carros/min, enquanto que a velocidade da sua fila é 2 carros/min.

Considere o comprimento de cada automóvel igual a 3 m.



Indique no caderno a alternativa que mostra o tempo, em min, necessário para que um automóvel da fila ao lado que está a 15 m atrás do seu possa alcançá-lo.

- a) 2 b) 3 c) 5 d) 4

ADILSON SECCO

Trilhando o caminho das competências

Coordenadas geográficas

Para localizar um ponto na superfície do globo terrestre, podemos utilizar duas coordenadas geográficas: latitude e longitude.

A latitude pode ser definida como a distância, em graus, entre um ponto sobre a superfície da Terra e o plano do Equador, ou plano equatorial. É importante lembrar que a medida dos ângulos é calculada considerando o interior da esfera terrestre, não a superfície. Valores de latitude sul definem paralelos ao

sul do Equador, enquanto valores de latitude norte definem localizações em paralelos ao norte do Equador.

No mapa a seguir, podemos observar uma simplificação da superfície terrestre com a localização de algumas cidades e suas latitudes.

O dia terrestre é de 24 horas e, nesse intervalo de tempo, um ponto em latitude zero “percorre” em torno de 40.200 km, resultado do produto entre 2π , aproximadamente 6,28, e a medida do raio terrestre, cerca de 6.400 km.



- 1** Qual é, em km/h, o valor aproximado da velocidade média de rotação de um ponto da superfície terrestre em latitude zero, para um observador fixo fora da Terra?

- 2** A velocidade média de rotação de um ponto da superfície terrestre em latitude 30° sul será maior, menor ou igual à do ponto em latitude zero? Justifique.

FERNANDO JOSÉ FERREIRA

Movimento uniformemente variado (MUV)

ou: É possível acelerar diminuindo a velocidade?



S5

No *Suplemento*, você encontra orientações para trabalhar a questão introdutória.

1 Introdução

Sim, é possível acelerar diminuindo a velocidade. Quando um corpo se movimenta contra o sentido da trajetória, sua velocidade é negativa. Se os valores de velocidade passam, por exemplo, de -7 m/s a -10 m/s, embora matematicamente -10 seja menor que -7 , o valor absoluto da velocidade aumentou e, portanto, o corpo acelerou.

O movimento de um automóvel, de uma bicicleta ou mesmo o deslocamento de uma pessoa caminhando dificilmente se desenvolverão com velocidade escalar constante por longo intervalo de tempo. O mais comum, nesses casos, são variações no valor da velocidade, que aumentam ou diminuem dependendo das condições momentâneas do movimento.

Variar o valor da velocidade escalar implica **acelerar** o móvel. **Aceleração escalar** é uma medida da rapidez com que o móvel altera o valor de sua velocidade escalar, aumentando-o ou diminuindo-o.

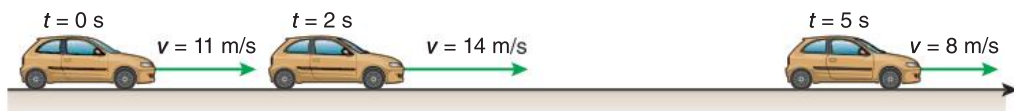


ED ALVES/CBDA PRESS

Figura 1 • O complicado trânsito das grandes cidades brasileiras exige alterações constantes no valor da velocidade dos veículos: frear, trocar de marcha, acelerar, frear novamente, reduzir a marcha, acelerar, trocar de marcha, frear, parar, colocar a primeira marcha, acelerar...

2 Aceleração escalar média de um corpo em movimento retilíneo

Observe na figura 2, por exemplo, a representação de um automóvel em três momentos sucessivos. De 0 s a 2 s, ele aumentou sua velocidade escalar de 11 m/s para 14 m/s e, de 2 s a 5 s, diminuiu de 14 m/s para 8 m/s.



ADILSON SECOCO

Figura 2

Supondo que o automóvel se desloque no sentido da orientação da trajetória, a aceleração escalar média desenvolvida em cada intervalo pode ser assim calculada:

- De $t = 0$ s a $t = 2$ s \rightarrow variação de 3 m/s em 2 s: $a = \frac{3 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 1,5 \text{ m/s}^2$
- De $t = 2$ s a $t = 5$ s \rightarrow variação de -6 m/s em 3 s: $a = \frac{-6 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = -2 \text{ m/s}^2$

A **aceleração escalar média** (a_m) de um corpo em movimento retilíneo é a razão entre a variação de sua velocidade escalar (Δv) e a duração do intervalo de tempo (Δt) em que ocorreu a variação.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

3 Movimento acelerado e movimento retardado

Um corpo que se move no mesmo sentido da orientação da trajetória desenvolve **movimento progressivo**. No exemplo que analisamos anteriormente, o automóvel desenvolvia movimento progressivo; por isso, o sinal de sua velocidade foi considerado positivo. No entanto, o valor de sua aceleração escalar média foi positivo em um intervalo de tempo e negativo no outro (fig. 3).

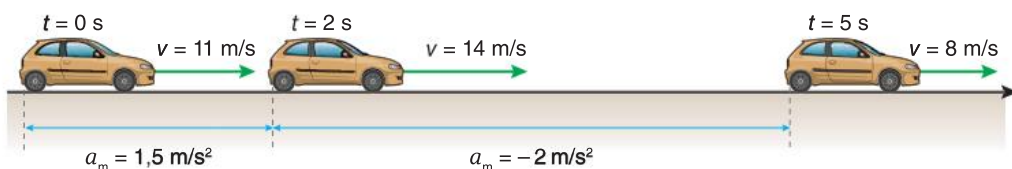


Figura 3

Dizemos que o movimento progressivo desse automóvel foi **acelerado** no intervalo entre 0 s e 2 s, pois o módulo de velocidade aumentou no decorrer do tempo ($|v_2| > |v_1|$) (fig. 4). No intervalo entre 2 s e 5 s (fig. 5), o movimento progressivo é **retardado**, pois o módulo de velocidade diminuiu no decorrer do tempo ($|v_2| < |v_1|$).



Figura 4 • Movimento progressivo acelerado: deslocamento no sentido da orientação da trajetória e módulo de velocidade crescente ($|v_2| > |v_1|$).



Figura 5 • Movimento progressivo retardado: deslocamento no sentido da orientação da trajetória e módulo de velocidade decrescente ($|v_2| < |v_1|$).

E se um móvel percorrer a trajetória no sentido contrário ao adotado como positivo?

O movimento no sentido contrário ao da orientação da trajetória é denominado **movimento retrógrado**. Nesse caso, para a correta descrição matemática dos movimentos, consideramos que a velocidade do corpo tem **sinal negativo** (figs. 6 e 7).



Figura 6 • Movimento retrógrado acelerado: deslocamento no sentido contrário ao da orientação da trajetória e módulo de velocidade crescente ($|v_2| > |v_1|$).



Figura 7 • Movimento retrógrado retardado: deslocamento no sentido contrário ao da orientação da trajetória e módulo de velocidade decrescente ($|v_2| < |v_1|$).

4 Movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV)

Um movimento retilíneo que se desenvolve com aceleração escalar constante durante certo intervalo de tempo é denominado **movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV)**.

Note que, como a aceleração escalar é constante, podemos obter uma equação que relaciona a velocidade escalar do móvel ao tempo t :

$$a_m = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

considerando $t_0 = 0$, vem:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow at = v - v_0 \Rightarrow v = v_0 + at$$

Essa equação é denominada **função horária da velocidade** do móvel.

Trata-se de uma função do 1º grau cuja representação em um sistema de eixos cartesianos ($v \times t$) é uma reta. A função será uma reta crescente se a aceleração do movimento for positiva (fig. 8); se a aceleração for negativa, a função será uma reta decrescente (fig. 9).

De modo geral, para um corpo em movimento retilíneo uniformemente variado com velocidade escalar inicial v_0 e aceleração escalar constante a , podemos escrever a seguinte equação para a função horária de sua velocidade escalar:

$$v = v_0 + at$$

Vale observar que essa equação pode ser aplicada a qualquer tipo de movimento retilíneo uniformemente variado, seja retrógrado, seja progressivo, acelerado ou retardado.

Observe a representação do movimento de um automóvel na figura 10.



Figura 10 • Diminuindo o módulo de sua velocidade em 2 m/s a cada segundo, aos 4 s, a velocidade será nula.

Nessa situação, o automóvel desenvolve movimento **retrógrado** e **retardado**, com o módulo de velocidade diminuindo 2 m/s a cada segundo. Se continuar a diminuir dessa maneira, aos 4 s a velocidade será nula. Daí em diante, o automóvel inverterá o sentido de seu movimento, deslocando-se no mesmo sentido da orientação da trajetória.

Supondo que o automóvel inverta o sentido de seu movimento, mantendo o módulo de sua aceleração, passará a desenvolver em marcha a ré, a partir de $t = 4$ s, movimento **progressivo** e **acelerado** (fig. 11).

O movimento de $t = 0$ até $t = 5$ s está representado no gráfico da figura 12.



Figura 11 • Decorridos 4 s, o automóvel inverte o sentido de seu movimento e passa a se deslocar no sentido da orientação da trajetória, acelerando. Assim, após 4 s, ele desenvolve movimento **progressivo** e **acelerado**.

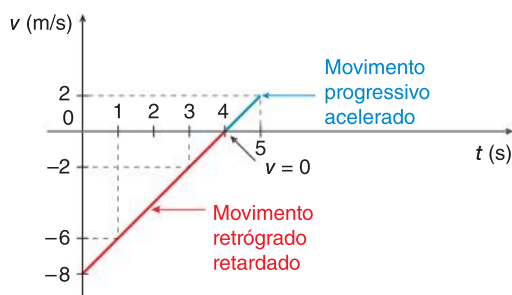
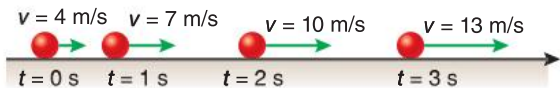


Figura 12 • Gráfico da velocidade escalar do móvel pelo tempo para a situação apresentada nas figuras 10 e 11.

QUESTÕES RESOLVIDAS

No Suplemento, apresentamos justificativas e sugestões para a abordagem do cálculo do valor de grandezas físicas a partir da área sob as curvas.

- R1** Observe na figura abaixo a representação do movimento de um corpo com velocidade escalar inicial (em $t = 0$ s) não nula.

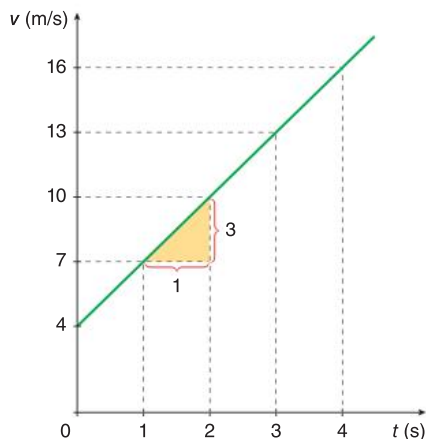


- Desenhe o gráfico $v \times t$, supondo que o corpo mantém sua aceleração nos instantes posteriores a $t = 3$ s.
- Determine a função horária da velocidade.

► Resolução

- A partir dos dados da figura, podemos escrever a seguinte tabela e desenhar o gráfico $v \times t$ correspondente.

t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	4	7	10	13	16



- Como pode ser observado no gráfico, a velocidade escalar aumenta 3 m/s a cada segundo, o que significa que a aceleração escalar do corpo é igual a 3 m/s². Assim, podemos escrever:

$$v - 4 = 3t \Rightarrow v = 4 + 3t \text{ (SI)}$$

- R2** A velocidade escalar inicial de um automóvel era igual a 20 m/s, quando o motorista precisou reduzi-la uniformemente à razão de 2,5 m/s².

- Escreva a função horária da velocidade escalar.
- Calcule o deslocamento do automóvel nos 3 s após o início da frenagem.

► Resolução

- Supondo que o movimento ocorra no sentido da orientação positiva da trajetória, temos $v_0 = 20$ m/s e $a = -2,5$ m/s². Assim, a

função horária da velocidade escalar do automóvel é:

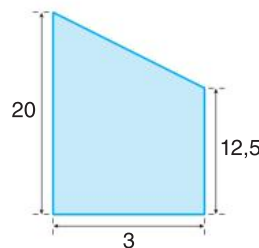
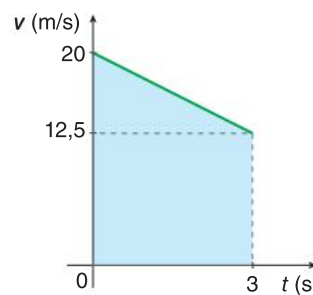
$$v = 20 - 2,5 t \text{ (SI)}$$

- O valor da velocidade escalar de um automóvel em MRUV varia constantemente, a cada intervalo unitário de tempo. Observando o gráfico $v \times t$ desse automóvel, pode-se obter seu deslocamento por meio da área compreendida entre o segmento de reta que representa a função horária da velocidade escalar e o eixo horizontal.

Para calcular o deslocamento pedido, precisamos, inicialmente, determinar a velocidade escalar do automóvel aos 3 s.

$$v = 20 - 2,5 \cdot 3 \therefore v = 12,5 \text{ m/s}$$

Com base no gráfico a seguir, que representa a situação, podemos obter o deslocamento calculando a área entre a curva e o eixo horizontal, que, nesse caso, corresponde à área de um trapézio de bases 12,5 e 20 e altura 3.



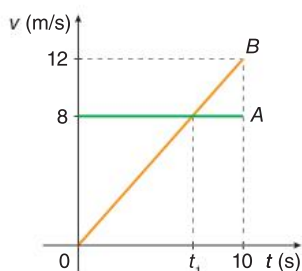
Assim:

$$\text{Área} \stackrel{N}{=} \Delta s \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(12,5 + 20) \cdot 3}{2}$$

$$\therefore \Delta s = 48,75 \text{ m}$$

O deslocamento do automóvel em 3 s de desaceleração é igual a 48,75 m.

- R3** O gráfico a seguir representa as velocidades de dois móveis, A e B, que percorrem a mesma trajetória retilínea.



- Em relação a esse gráfico, determine a aceleração escalar de cada móvel.
- Calcule a distância percorrida pelo móvel A e pelo móvel B nos 10 s representados no gráfico.
- Qual é o instante t_1 no qual os dois móveis têm velocidades iguais?

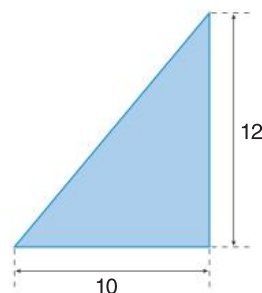
► Resolução

- O móvel A mantém velocidade constante e igual a 8 m/s. Assim, sua aceleração é nula.
O móvel B acelera constantemente de 0 a 12 m/s em 10 s. Assim, sua aceleração é:

$$a = \frac{12 - 0}{10} \therefore a = 1,2 \text{ m/s}^2$$

- O móvel A desenvolve velocidade constante de 8 m/s. Logo, em 10 s, percorrerá 80 m.
O móvel B desenvolve MRUV. A área sob a curva, correspondente ao triângulo de base

10 e altura 12, é numericamente igual ao deslocamento procurado.



$$\text{Área} \stackrel{N}{=} \Delta s \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{10 \cdot 12}{2} \therefore \Delta s = 60 \text{ m}$$

Portanto, em 10 s, o móvel B percorreu a distância de 60 m.

- Pelo gráfico, notamos que as retas se cruzam num ponto em que $v = 8 \text{ m/s}$. Assim, será esse o valor comum da velocidade para os dois móveis. A função horária da velocidade do móvel B é:

$$v = v_0 + at \therefore v = 0 + 1,2t \text{ (SI)}$$

Quando $v = 8 \text{ m/s}$, teremos:

$$8 = 1,2 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{8}{1,2} = \frac{80}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{20}{3} \therefore t_1 \approx 6,7 \text{ s}$$

Portanto, os dois móveis terão velocidades iguais a 8 m/s no instante $t_1 \approx 6,7 \text{ s}$.

QUESTÕES PROPOSTAS

- Manter valor constante de aceleração por muito tempo é algo bastante difícil para um automóvel. Basta lembrar, por exemplo, que os automóveis têm câmbios que permitem a troca de marchas quando a rotação do motor exige. Nesses casos, quase sempre o valor da aceleração em 1ª marcha é diferente do valor da aceleração em 2ª marcha, e assim por diante.

Se um automóvel em 1ª marcha acelera uniformemente de 0 a 36 km/h em 3,6 s e, em seguida, em 2ª marcha, acelera, também uniformemente, de 36 km/h a 54 km/h em 3,0 s, em qual das marchas mantém maior valor de aceleração? Quanto a mais, percentualmente?

- Suponha que, durante um teste, um automóvel acelere uniformemente de 0 a 108 km/h em 12 s, e que, em seguida, desacelere uniformemente de 108 a 0 km/h em 8 s, ou seja, que

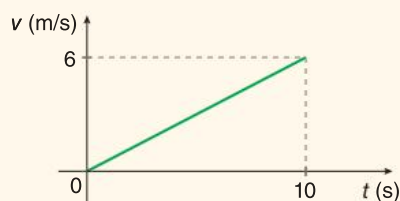
demore 4 s a menos para parar do que para acelerar, considerando o mesmo valor de variação de velocidade. Em relação a esse automóvel, responda:

- Em qual trecho, quando aumenta ou quando diminui a velocidade, o automóvel desenvolve maior valor de aceleração?
 - Quantos metros a mais o automóvel percorrerá na etapa em que aumentar a velocidade em relação à etapa em que estiver freando?
- Um corpo está em MRUV. Sua velocidade escalar varia no tempo segundo os dados da tabela abaixo.

t (s)	0	1	2	3	4	5
v (m/s)	6	4	2	0	-2	-4

- a) Em relação a esse movimento, qual é o valor da velocidade inicial do corpo? E o valor da aceleração?
- b) O movimento é acelerado ou retardado? Por quê?

- 4 O gráfico a seguir representa a velocidade escalar de um móvel durante 10 s movendo-se por uma estrada retilínea.



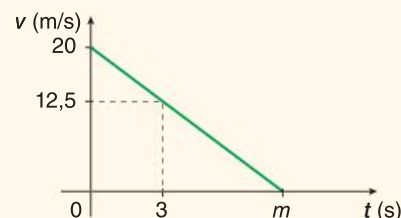
- a) Qual é a aceleração escalar do móvel aos 3 s?
- b) Qual é a distância percorrida pelo móvel nos 10 s?
- 5 Construa o gráfico da velocidade escalar de um corpo que parte do repouso e acelera constantemente a $1,8 \text{ m/s}^2$ durante 10 s e, posteriormente, mantém a velocidade adquirida nos próximos 8 s.
A partir do gráfico construído, calcule a distância percorrida pelo corpo em todo o intervalo de tempo representado.
- 6 Observe a representação do movimento de um corpo em dois instantes sucessivos de tempo:



Supondo que o movimento desenvolvido seja uniformemente variado, calcule:

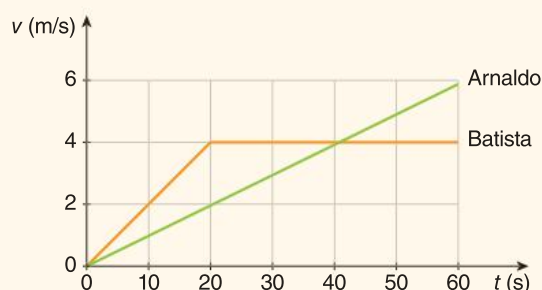
- a) a aceleração escalar do corpo;
- b) o deslocamento escalar do corpo no intervalo representado;
- c) a velocidade do corpo em $t = 5,5 \text{ s}$, supondo que ele mantenha as características do movimento representado.
- 7 A velocidade escalar de um automóvel, inicialmente igual a 12 m/s , aumentou para 16 m/s em 2 s, e, em seguida, diminuiu para 10 m/s em 6 s.
- a) Qual foi, em m/s^2 , a aceleração escalar média do automóvel nos 2 s iniciais?
- b) Qual foi, em m/s^2 , a aceleração escalar média do automóvel nos últimos 6 s?
- c) Supondo que nos últimos 6 s o automóvel tenha desenvolvido movimento uniformemente variado, qual foi seu deslocamento escalar nesse intervalo?

- 8 O gráfico da figura representa a velocidade escalar desenvolvida por um automóvel que percorreu uma estrada retilínea.



Com base nos dados representados no gráfico, responda:

- a) O movimento do automóvel foi uniformemente variado entre 0 s e 3 s? Por quê?
- b) Qual é a função matemática relacionando v e t que podemos associar a esse gráfico?
- c) Qual é e o que significa o instante de tempo indicado no gráfico pela letra m ?
- 9 Um veículo em movimento retilíneo uniformemente variado foi fotografado duas vezes. No instante da primeira foto, a velocidade instantânea do veículo era igual a 8 m/s , e no instante da segunda foto, 5 s após a primeira, ele desenvolvia velocidade instantânea de 20 m/s . Qual era a aceleração escalar do veículo e quantos metros ele se deslocou entre as duas fotos?
- 10 (UFRGS-RS) Trens Maglev, que têm como princípio de funcionamento a suspensão eletromagnética, entrarão em operação comercial no Japão, nos próximos anos. Eles podem atingir velocidades superiores a 550 km/h . Considere que um trem, partindo do repouso e movendo-se sobre um trilho retilíneo, é uniformemente acelerado durante 2,5 minutos até atingir 540 km/h . Nessas condições, a aceleração do trem em m/s^2 é:
- a) 0,1 c) 60 e) 216
- b) 1 d) 150
- 11 (Fuvest-SP) Arnaldo e Batista disputam uma corrida de longa distância. O gráfico das velocidades dos dois atletas, no primeiro minuto da corrida, é mostrado na figura.



Determine:

- a aceleração a_B de Batista em $t = 10$ s;
- as distâncias d_A e d_B percorridas por Arnaldo e Batista, respectivamente, até $t = 50$ s;
- a velocidade média v_A de Arnaldo no intervalo de tempo entre 0 e 50 s.

12 (Unesp) Um motorista dirigia por uma estrada plana e retilínea quando, por causa de obras, foi obrigado a desacelerar seu veículo, reduzindo sua velocidade de 90 km/h (25 m/s) para 54 km/h (15 m/s). Depois de passado o trecho em obras, retornou à velocidade inicial de 90 km/h. O gráfico representa como variou a velocidade escalar do veículo em função do tempo, enquanto ele passou por esse trecho da rodovia.



Caso não tivesse reduzido a velocidade devido às obras, mas mantido sua velocidade constante de 90 km/h durante os 80 s representados no gráfico, a distância adicional que teria percorrido nessa estrada seria, em metros, de:

- 1.650
- 800
- 950
- 1.250
- 350

5 A função horária da posição no MRUV

Quando um móvel acelera uniformemente durante determinado intervalo de tempo, podemos obter sua posição na trajetória em qualquer instante do movimento se conhecermos o valor de sua aceleração e de sua velocidade inicial. Podemos representar esse movimento com uma equação que relaciona a posição (s) do móvel ao tempo (t) do percurso.

Vamos considerar, por exemplo, um móvel que, em determinado instante ($t = 0$ s), tenha velocidade v_0 e que sua velocidade varie uniformemente com aceleração a . Essa situação pode ser representada por um gráfico $v \times t$, como o da figura 13.

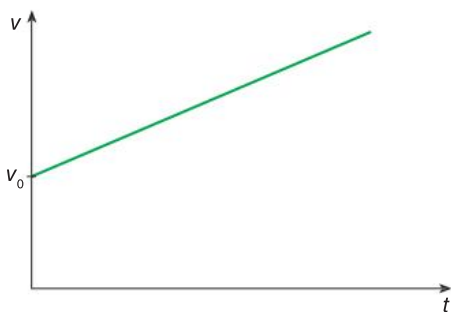


Figura 13

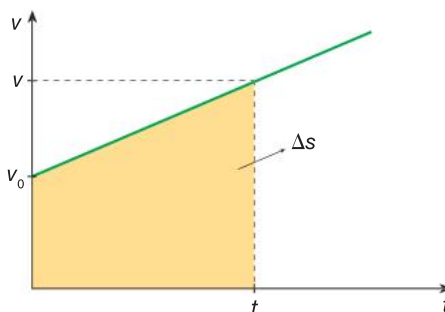


Figura 14

Sabemos que, se considerarmos um instante t qualquer do movimento, poderemos determinar o deslocamento do móvel (Δs) por meio da área sob a curva do gráfico $v \times t$, como na figura 14.

O polígono selecionado é um trapézio; assim, podemos escrever:

$$\text{Área} = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}$$

No instante t , o móvel apresenta velocidade escalar v , dada por: $v = v_0 + at$ (fig. 15). Assim, ao calcular a área sob o gráfico, obtemos uma expressão matemática que relaciona o deslocamento (Δs) de um móvel em MRUV ao tempo (t). Veja:

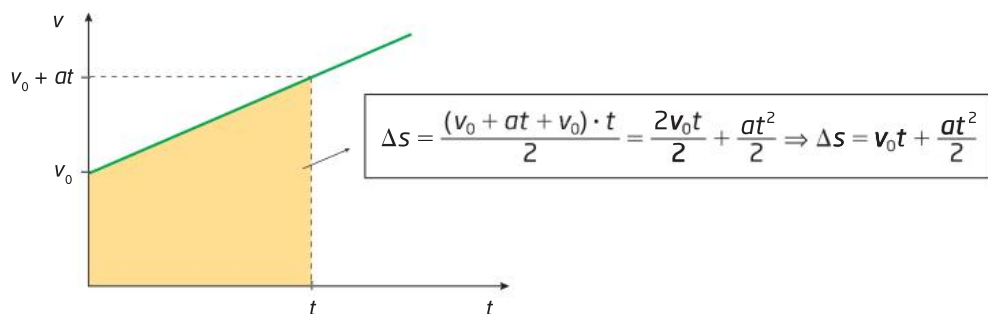


Figura 15

Um corpo em MRUV, com velocidade escalar inicial v_0 e aceleração escalar a , tem seu deslocamento escalar Δs descrito em função do tempo t da seguinte maneira:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

O deslocamento escalar (Δs) de um corpo em movimento é a diferença entre duas posições, uma final (s) e outra inicial (s_0). Isto é:

$$\Delta s = s - s_0$$

Portanto, podemos escrever uma equação que relaciona a posição s de um corpo em MRUV com o tempo decorrido t desta forma:

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Assim, a função horária da posição s de um corpo em MRUV com velocidade escalar inicial v_0 , aceleração escalar a e posição inicial s_0 é dada por:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Equação de Torricelli

Como vimos, as equações horárias da velocidade e do deslocamento de um corpo são:

$$v = v_0 + at \text{ e } \Delta s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Podemos combinar essas duas equações e obter outras. Uma dessas combinações permite obter uma equação que independe do tempo, isto é, uma equação não horária, conhecida como **equação de Torricelli**. Para obtê-la, isolamos t na função horária da velocidade e substituímos a expressão encontrada na função horária do deslocamento, considerando $a \neq 0$.

Da função horária para a velocidade escalar, temos:

$$v = v_0 + at \Leftrightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

Substituindo a expressão acima na função horária da posição, encontramos:

$$\begin{aligned} \Delta s &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta s &= \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{a} + \frac{v^2 - 2v \cdot v_0 + v_0^2}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= v_0^2 + 2a\Delta s \end{aligned}$$

A equação obtida acima é conhecida como **equação de Torricelli**.

Vejamos um exemplo de aplicação da equação de Torricelli.

Um automóvel trafega por uma estrada e, em determinado momento, o motorista desacelera de 25 m/s até o repouso ($v = 0$ m/s), com aceleração constante de módulo igual a 2,5 m/s². Para obter seu deslocamento, podemos fazer:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 0 = 25^2 + 2 \cdot (-2,5) \cdot \Delta s \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta s = \frac{625}{5} \therefore \Delta s = 125 \text{ m}$$

Isso significa que o automóvel se deslocou 125 m.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R4 Considere a seguinte representação do movimento de um corpo sobre uma trajetória retilínea orientada.



Supondo que o corpo desenvolva movimento uniformemente variado entre 0 s e 2 s e que $v_1 = 20$ m/s e $v_2 = 15$ m/s, determine, para esse corpo:

- o valor de sua aceleração;
- a função horária de sua velocidade;
- a função horária do espaço;
- o valor de s_1 .

► Resolução

a) O corpo diminuiu sua velocidade escalar de 20 m/s para 15 m/s em 2 s. Assim, o valor de sua aceleração, suposto constante, é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 20}{2} \therefore a = -2,5 \text{ m/s}^2$$

b) A função horária de sua velocidade é:

$$v = v_0 + at \therefore v = 20 - 2,5t \text{ (SI)}$$

c) A função horária do espaço do corpo é:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

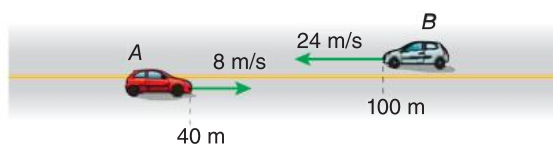
$$\therefore s = 10 + 20t - 1,25t^2 \text{ (SI)}$$

d) A posição s_1 ocupada pelo corpo aos 2 s é:

$$s = 10 + 20t - 1,25t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_1 = 10 + 20 \cdot 2 - 1,25 \cdot 2^2 \therefore s_1 = 45 \text{ m}$$

R5 Dois móveis, A e B, percorrem, em sentidos opostos, a mesma estrada de pista dupla. Em certo instante, as velocidades e as posições dos móveis obedecem à representação abaixo.



Suponha que, a partir desse instante, o móvel A passe a acelerar a 2,0 m/s², e o móvel B passe a desacelerar a 4 m/s².

- Determine as funções horárias dos espaços de cada móvel, supondo a trajetória orientada no sentido do movimento de A.
- Determine o instante, contado a partir da situação representada, em que ocorre o encontro entre os móveis.

► Resolução

a) Para o móvel A, que percorre a trajetória no sentido de sua orientação, acelerando, temos:

$$s_0 = 40 \text{ m} \quad v_0 = 8 \text{ m/s} \quad a = 2 \text{ m/s}^2$$

A função horária de seu espaço é:

$$s_A = 40 + 8t + t^2 \text{ (SI)}$$

Para o móvel B, que percorre a trajetória no sentido contrário ao de sua orientação, desacelerando, temos:

$$s_0 = 100 \text{ m} \quad v_0 = -24 \text{ m/s} \quad a = 4 \text{ m/s}^2$$

A função horária de seu espaço é:

$$s_B = 100 - 24t + 2t^2 \text{ (SI)}$$

b) No momento do encontro entre os móveis, ambos ocuparão a mesma posição na trajetória, isto é, $s_A = s_B$, ou:

$$40 + 8t + t^2 = 100 - 24t + 2t^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow t^2 - 32t + 60 = 0$$

A resolução dessa equação de 2º grau fornece o instante procurado.

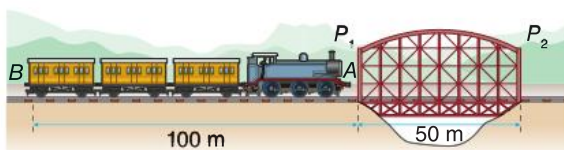
$$t = \frac{32 \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60}}{2 \cdot 1} = \frac{32 \pm \sqrt{784}}{2} = \\ = \frac{32 \pm 28}{2}$$

Essa equação tem duas raízes: $t = 2$ s ou $t = 30$ s. Como interpretamos tais resultados?

Em 2 s, contados a partir da situação representada, haverá um primeiro cruzamento entre os dois móveis. Como o móvel B desacelera, chegará o momento em que sua velocidade se tornará nula e, se o móvel mantiver o MRUV, inverterá o sentido de seu movimento. Se isso ocorrer, o móvel B, por desenvolver maior aceleração que A, alcançará o móvel A depois de 30 s, contados a partir do instante inicial. Assim, a resposta à questão é esta:

Haverá um primeiro encontro entre os móveis aos 2 s e, mantidas as acelerações, outro encontro aos 30 s.

- R6** Um trem de 100 m de comprimento entra em uma ponte de 50 m de comprimento com velocidade de 20 m/s. Durante a travessia, o trem freia uniformemente, saindo completamente da ponte após 10 s. Qual é o valor da velocidade do trem no instante em que completa a travessia da ponte?



Resolução

A ultrapassagem é iniciada quando o ponto A, à frente do trem, coincide com o ponto P_1 , que marca o início da ponte, e termina quando o ponto B, na traseira do trem, coincide com o ponto P_2 , que marca o fim da ponte. Nesse percurso, o ponto B e, portanto, todo o trem terão percorrido 150 m.

Temos, então: $v_0 = 20 \text{ m/s}$; $\Delta s = 150 \text{ m}$ e $t = 10 \text{ s}$

Aplicando a função horária da posição de um móvel em MRUV:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 150 = 20 \cdot 10 + \frac{1}{2} a \cdot 10^2 \therefore a = -1 \text{ m/s}^2$$

A aceleração do trem, durante a ultrapassagem, foi igual a -1 m/s^2 , isto é, o trem diminuiu sua velocidade à razão de 1 m/s a cada segundo. Para obter o valor da velocidade do trem ao final da ultrapassagem, podemos fazer:

$$v = v_0 + at \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 20 - 1 \cdot 10 \therefore v = 10 \text{ m/s}$$

Portanto, ao sair inteiramente da ponte, a velocidade do trem era de 10 m/s.

QUESTÕES PROPOSTAS

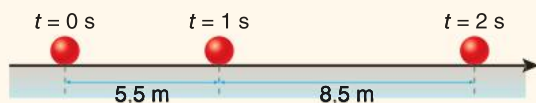
Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 13** A função horária do espaço de um corpo em movimento é dada por:

$$s(t) = 4 - 8t + 2t^2$$

em que s é dado em metros e t , em segundos.

- Qual é a posição do corpo aos 4 s?
 - Em qual(is) instante(s) de tempo o corpo assume a posição 4 m?
- 14** A figura a seguir representa as posições sucessivas de um corpo que desenvolveu movimento uniformemente variado em função do tempo.



Supondo que em $t = 0 \text{ s}$ a velocidade escalar do corpo era igual a 4 m/s, determine:

- o valor da aceleração escalar do corpo;
- a distância percorrida pelo corpo entre o 2º e o 3º segundos do movimento.

- 15** Um veículo parte do repouso e durante 1 minuto desenvolve aceleração escalar constante de $1,0 \text{ m/s}^2$. A seguir, sua velocidade escalar permanece constante durante 40,0 s e depois continua com desaceleração constante de $0,5 \text{ m/s}^2$ até parar. Calcule a distância percorrida pelo veículo no trecho descrito.

- 16** Dois móveis partem do repouso, acelerando de um mesmo ponto, em direções perpendiculares. A aceleração escalar de um deles é igual a 2 m/s^2 e a do outro é igual a $1,5 \text{ m/s}^2$. Qual é a distância que separa os dois móveis após 4 s?

- 17** No momento em que um trem de 100 m de comprimento, deslocando-se a 20 m/s, começava a entrar em um túnel de 300 m de comprimento, o maquinista acionou os freios imprimindo uma aceleração escalar constante de módulo $0,5 \text{ m/s}^2$, durante 10 s. A velocidade escalar final atingida, após essa fase, foi mantida até que o trem saísse completamente do túnel. Quanto tempo durou a travessia?

18 Um automóvel viaja com velocidade de 90 km/h num trecho retilíneo de uma rodovia quando, subitamente, o motorista vê um animal parado na pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear a 5,0 m/s², o carro percorre 15 m. Qual deve ser a distância mínima entre o automóvel e o animal no instante em que o motorista o vê para que não ocorra o atropelamento?

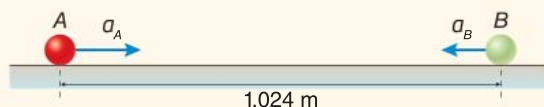
19 Um automóvel cumpriu um percurso retilíneo com 1 km de comprimento da seguinte maneira:

- partiu acelerando a 2,4 m/s² até atingir a velocidade escalar de 18 m/s;
- manteve constante, durante 40 segundos, a velocidade escalar adquirida anteriormente;
- freou durante 6 segundos até atingir a velocidade escalar de 6 m/s;
- manteve, até o final do percurso, a velocidade escalar final do trecho anterior.

Calcule:

- o módulo da aceleração escalar do automóvel no trecho onde ocorreu a frenagem;
- a duração total do movimento, em segundo.

20 Dois móveis, A e B, partem do repouso, ao mesmo tempo, de pontos separados por 1.024 m em uma estrada retilínea, conforme representado na figura.



Sendo os movimentos dos dois móveis uniformemente variados com aceleração escalar de 1,2 m/s² e 0,8 m/s², respectivamente, depois de quanto tempo e em qual ponto da estrada ocorrerá o cruzamento entre eles?

6 Gráficos $s \times t$ do MRUV

A velocidade de um corpo que desenvolve movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) varia constantemente durante certo período de tempo, aumentando ou diminuindo um mesmo valor em intervalos de tempo iguais. Essa variação constante, como estudamos, é a aceleração escalar do corpo.

Vamos analisar, por exemplo, o caso de um corpo que, inicialmente a 20 m/s (no sentido da orientação da trajetória), passa a ter aceleração escalar constante igual a -2 m/s^2 (fig. 16).

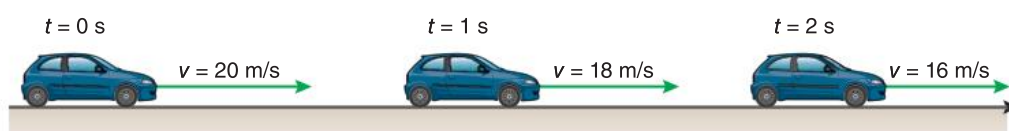


Figura 16 • Representação de um móvel com aceleração escalar constante e igual a -2 m/s^2 .

A função horária da velocidade (v) desse corpo é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 20 - 2t \text{ (SI)}$$

e a função horária da posição (s) do corpo é:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = s_0 + 20t - t^2 \text{ (SI)}$$

Vamos supor ainda que em $t = 0$ o corpo ocupava a posição $s_0 = 0$ na trajetória, de maneira que podemos escrever:

$$s = 20t - t^2 \text{ (SI)}$$

Atribuindo, nessas equações, alguns valores para o tempo de percurso, poderemos obter, em correspondência, a posição ocupada pelo corpo e a velocidade instantânea em cada caso. A tabela 1 registra alguns desses valores correspondentes.

Tabela 1						
$t \text{ (s)}$	0	1	2	3	4	5
$v \text{ (m/s)}$	20	18	16	14	12	10
$s \text{ (m)}$	0	19	36	51	64	75

Se as características do movimento desse corpo não forem alteradas nos intervalos de tempo seguintes, chegará o instante em que sua velocidade será nula, ele inverterá o sentido de seu movimento e, daí em diante, passará a acelerar no sentido oposto ao da orientação da trajetória. Nessa condição, poderemos desenhar os gráficos a seguir para representar o movimento (fig. 17):

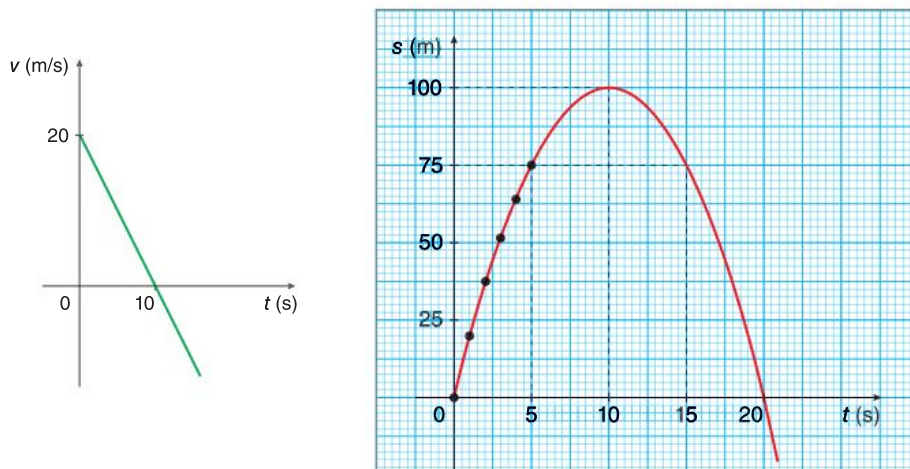


Figura 17 • O gráfico $v \times t$ é uma reta, e o gráfico $s \times t$ é uma parábola.

O gráfico da posição de um corpo em função do tempo, no MRUV, é uma parábola. A posição e o formato da parábola dependerão das condições do movimento, isto é, de o corpo se mover a favor ou contra o sentido da orientação da trajetória, de ele estar aumentando ou diminuindo o valor absoluto de sua velocidade, de sua velocidade inicial etc. Os esquemas a seguir e os gráficos correspondentes representam algumas dessas situações (fig. 18 e 19).

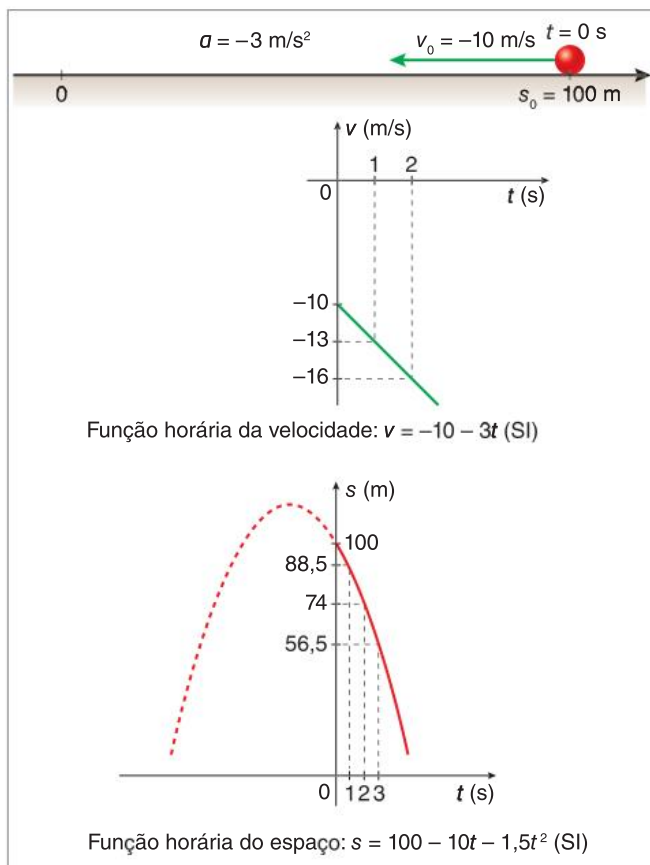


Figura 18 • O corpo acelera no sentido contrário ao da orientação da trajetória. Seu movimento pode ser classificado em retrógrado e acelerado.

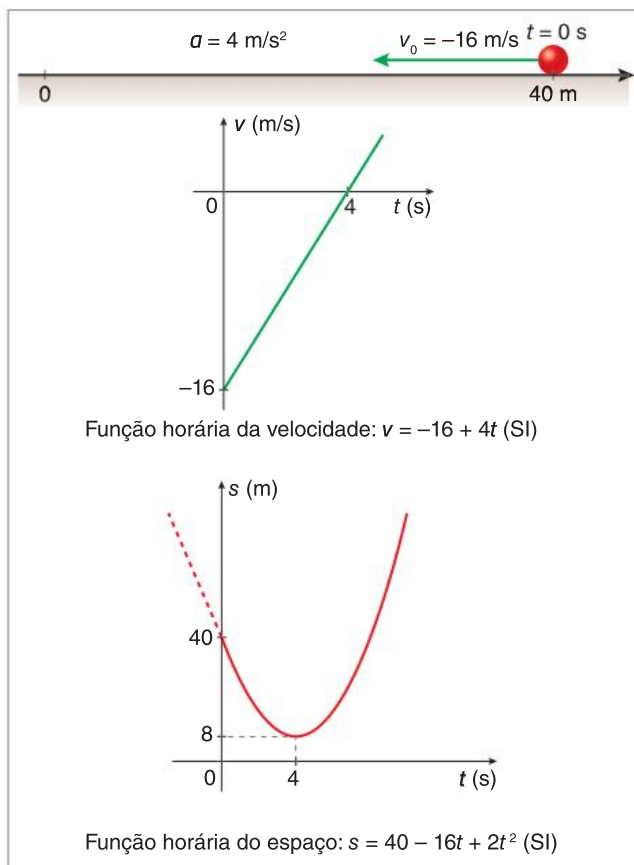


Figura 19 • De 0 s a 4 s, o corpo se movimenta no sentido contrário ao da orientação da trajetória. Seu movimento, nesse intervalo de tempo, pode ser classificado em retrógrado e retardado. Em 4 s, ocorre a inversão de sentido do movimento. Após 4 s, o movimento é progressivo e acelerado.

Já sabe responder?

É possível acelerar diminuindo a velocidade?



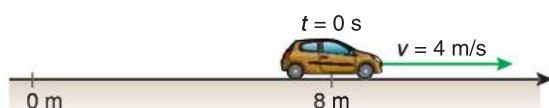
QUESTÕES RESOLVIDAS

R7 Um móvel se desloca em movimento uniformemente variado (MRUV) sobre uma trajetória retilínea, percorrendo-a no sentido positivo de sua orientação, com aceleração de $1,2 \text{ m/s}^2$. No instante $t = 0 \text{ s}$, a velocidade do móvel tinha módulo igual a 4 m/s e ocupava a posição $s = 8 \text{ m}$.

- Quais são as funções horárias da velocidade e do espaço desse movimento?
- Construa o gráfico $v \times t$ desse movimento e assinale o valor da velocidade do móvel no instante $t = 3,5 \text{ s}$.

► Resolução

a)



Dados: $a = 1,2 \text{ m/s}^2$; $v_0 = 4 \text{ m/s}$ e $s_0 = 8 \text{ m}$

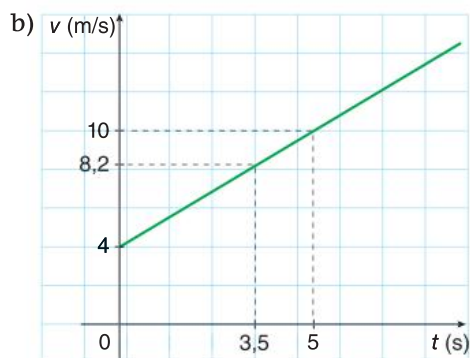
Função horária da velocidade $v(t)$:

$$v = 4 + 1,2t \text{ (SI)}$$

Função horária do espaço $s(t)$:

$$s = 8 + 4t + \frac{1,2}{2} t^2$$

$$\therefore s = 8 + 4t + 0,6t^2 \text{ (SI)}$$



A velocidade do móvel aos $3,5 \text{ s}$ é:

$$v = 4 + 1,2 \cdot 3,5 \therefore v = 8,2 \text{ m/s}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

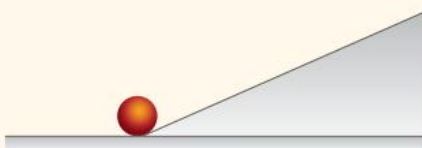
Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 21** Um móvel parte do repouso acelerando a $2,4 \text{ m/s}^2$. Construa a tabela abaixo no caderno e complete-a com valores de v e s . Considere que o móvel partiu da origem dos espaços.

$t \text{ (s)}$	0	1	2	3	4	5
$v \text{ (m/s)}$						
$s \text{ (m)}$						

Completada a tabela, escreva as funções horárias da velocidade escalar e da posição do móvel e desenhe os gráficos $v \times t$ e $s \times t$, para $0 \leq t \leq 5 \text{ s}$.

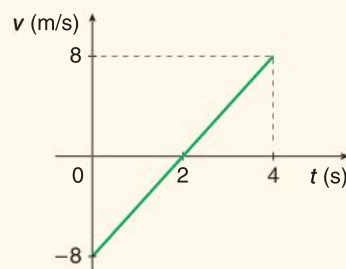
- 22** Observe no desenho a representação de um plano inclinado e de uma pequena bola colocada no ponto mais baixo do plano.



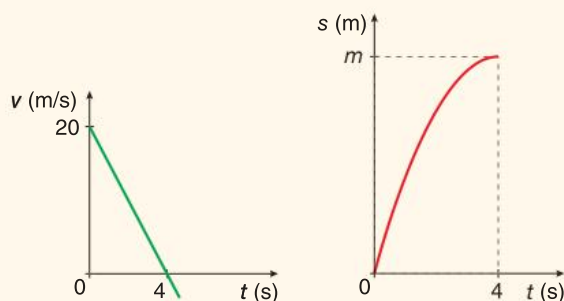
Em certo instante, alguém chuta a bola plano acima, e ela adquire velocidade de 14 m/s . Durante a subida no plano, a bola perde velocidade até parar, inverte seu movimento e passa a descer. Quando ela chega ao ponto de onde partiu, na base do plano, sua velocidade tem módulo igual a 14 m/s , no sentido inverso ao inicial. Supondo que a bola tenha demorado 7 segundos subindo o plano e outros 7 segundos descendo o plano:

- desenhe o gráfico $v \times t$ de todo o movimento da bola durante os 14 segundos;
 - calcule o valor da aceleração com que a bola diminui sua velocidade na subida do plano;
 - calcule a distância que a bola percorreu na subida do plano;
 - considerando a posição inicial da bola no ponto mais baixo do plano, represente o gráfico $s \times t$ de seu movimento durante os 14 segundos.
- 23** Um corpo em MRUV tem seu movimento descrito pela função $s = 8 - 6t + t^2$, em que s é dado em metros e t , em segundos. Para esse corpo, determine:
- sua posição em $t = 3 \text{ s}$;
 - sua velocidade escalar inicial e sua aceleração escalar;
 - o tipo de movimento realizado entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 1 \text{ s}$;
 - o instante em que se inverte o sentido do movimento.

- 24** O gráfico $v \times t$ do movimento de um corpo que partiu da origem de uma trajetória orientada é representado pela figura:

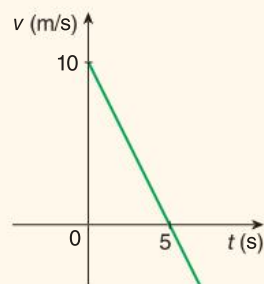


- Classifique o movimento do corpo entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 2 \text{ s}$.
 - Classifique o movimento do corpo entre $t = 2 \text{ s}$ e $t = 4 \text{ s}$.
 - Determine a equação s em função de t do movimento do corpo.
- 25** Observe os gráficos $v \times t$ e $s \times t$ do movimento de um corpo em MRUV.



Para esse movimento, determine:

- o módulo da aceleração escalar do corpo;
 - o valor de m no gráfico $s \times t$.
- 26** (Uern) Seja o gráfico da velocidade em função do tempo de um corpo em movimento retilíneo uniformemente variado representado abaixo.



Considerando a posição inicial desse movimento igual a 46 m , então a posição do corpo no instante $t = 8 \text{ s}$ é:

- 54 m
- 62 m
- 66 m
- 74 m

Testes automobilísticos

Para avaliar as características dos automóveis e compará-las, com o objetivo de informar o consumidor, algumas revistas especializadas em automobilismo promovem testes em que registram, entre outros, alguns dados sobre aceleração e frenagem dos veículos.

Observe a tabela a seguir, baseada nos testes de uma dessas revistas, com dados comparativos de três modelos de automóveis de diferentes fabricantes. Nesse teste, o piloto acelera o carro com o objetivo de conseguir o melhor desempenho, percorrendo a distância de 1.000 m no menor tempo possível.



© 2015 CNES/ASTRIUM/GOOGLE EARTH IMAGES

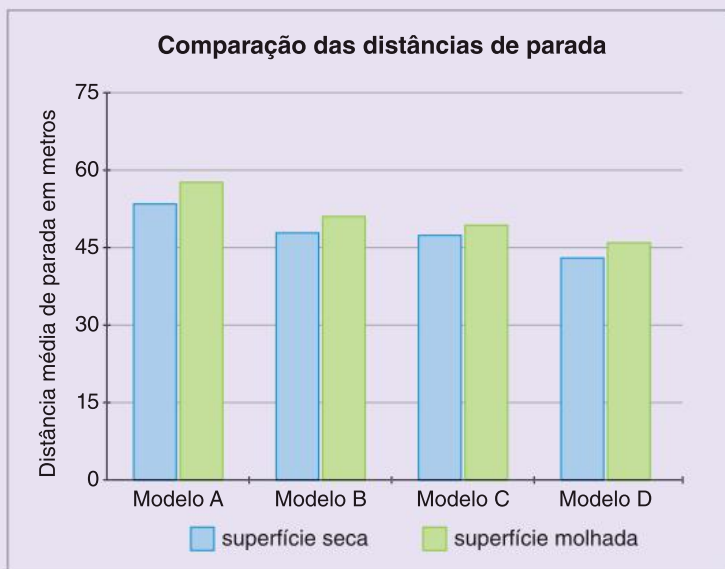
Pista de teste de automóveis de uma montadora.

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
0-100 km/h	12,3 s	12,2 s	12,7 s
0-1.000 m	34,5 s 145,3 km/h	34,2 s 148,2 km/h	34,4 s 147,6 km/h

Na primeira linha da tabela, registra-se o tempo que cada modelo leva para ir de 0 a 100 km/h; na segunda linha, indicam-se o tempo total despendido no percurso de 1.000 m e a velocidade final instantânea atingida.

Outros tipos de testes automobilísticos mostram que as distâncias de frenagem dos automóveis dependem do tipo de superfície e do modelo testado. Afinal, modelos diferentes têm massas diferentes, além de não apresentarem a mesma aerodinâmica, importante quando se considera a resistência do ar. Assim, por essas e por outras condições, um teste comparativo de frenagem de automóveis precisa ser bem completo.

Um desses testes foi realizado por um fabricante com quatro modelos distintos, e os resultados médios obtidos estão registrados no gráfico ao lado.



NELSON MATSUDA

Dados obtidos em: <<http://goo.gl/S6sUIg>>. Acesso em: 22 out. 2015.

- Determine o valor da:
 - aceleração escalar média do modelo 1 até atingir 100 km/h;
 - velocidade escalar média do modelo 2 ao percorrer 1.000 m;
 - aceleração escalar média do modelo 3 para percorrer 1.000 m.
- Algum dos modelos indicados no gráfico, A, B, C ou D, apresentou maior eficiência na frena-

gem em superfície molhada do que em superfície seca?

- Qual dos modelos indicados no gráfico, A, B, C ou D, apresentou a melhor performance na frenagem em superfície seca?
- Considerando que a velocidade inicial de todos os modelos era a mesma, aproximadamente 90 km/h, qual dos modelos, A, B, C ou D, apresentou o maior valor de desaceleração? Qual foi esse valor, aproximadamente?

Lançamento vertical no vácuo

ou: É possível uma moeda acelerar mais do que um automóvel esportivo?

1 Introdução

 **S7**

No *Suplemento*, você encontra orientações para trabalhar a questão introdutória.

Um carro esportivo, considerado um dos mais rápidos do mundo, segundo seu fabricante, pode ir de 0 km/h a 100 km/h em 3,7 segundos, o que corresponde a uma aceleração escalar média de $7,5 \text{ m/s}^2$. Desconsiderando a resistência do ar, a moeda, ao cair, acelera a aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$. Logo, a moeda acelera mais que o automóvel.

Todos os corpos próximos à superfície da Terra são atraídos por ela e, se nada os impedir, cairão em sua direção. Dizemos que é a atração gravitacional da Terra que “puxa” toda a matéria em direção ao centro do planeta.

A tentativa dos seres humanos de compreender a ação da gravidade permitiu significativos avanços da ciência, que podem ser observados, entre outros exemplos, no voo dos aviões, no lançamento dos foguetes (fig. 1) e até nos brinquedos de um parque de diversões.



CHINA DAILY/REUTERS/LATINSTOCK

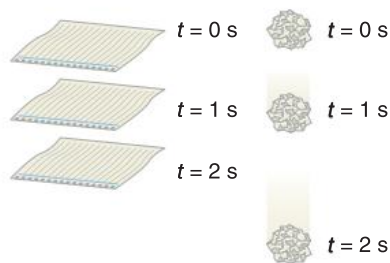
Figura 1 • Lançamento do foguete chinês Long March-6, na província de Shanxi, em Taiwan, 2015.

 **S8**

Consulte o *Suplemento* para obter orientações sobre o trabalho com os conteúdos deste capítulo.

2 Queda livre e aceleração da gravidade

No movimento de queda, nas proximidades da superfície da Terra, qualquer corpo atravessa uma camada de ar, que oferece resistência à passagem desse corpo. O efeito dessa resistência é maior em alguns corpos do que em outros, dependendo, principalmente, de seu formato (fig. 2).



ADILSON SECCO

Figura 2 • Uma folha de papel que cai aberta é submetida a uma maior resistência do ar do que uma folha que cai amassada e transformada em uma pequena bolinha.

Numa situação hipotética, se não houvesse a camada de ar em torno da Terra, todos os objetos cairiam em direção à superfície da mesma forma, fosse uma folha de papel aberta, fosse uma enorme peça de ferro. Esse movimento é chamado de **queda livre**, isto é, uma queda sem nenhuma resistência, ou, em outras palavras, no vácuo. Um dos primeiros a pensar sobre isso foi Galileu Galilei, cientista italiano que viveu entre os séculos XVI e XVII.

Galileu observou que, se um martelo e uma pena fossem soltos da mesma altura numa região onde não houvesse ar, isto é, no vácuo, o martelo e a pena cairiam com a mesma aceleração e, portanto, chegariam juntos ao chão. Embora não existam registros seguros sobre a veracidade da ocorrência, conta-se que Galileu soltou duas bolas de ferro de massas bem distintas do alto da torre de Pisa para comprovar sua ideia sobre um valor único de aceleração de queda para todos os corpos, independentemente do valor da massa de cada um.

Séculos mais tarde, em 1971, quando a missão norte-americana Apollo 15 chegou à Lua, um dos astronautas foi filmado soltando um martelo de uma das mãos e uma pena da outra, para que todos, pela televisão, pudessem acompanhar a verificação da teoria de Galileu sobre a queda dos corpos.

Aceitando o fato de que todos os corpos caem no vácuo com a mesma aceleração, a próxima questão é: qual é o valor dessa aceleração nas proximidades da Terra?

Experimentos realizados em tubos de vácuo acoplados a uma máquina fotográfica permitem dimensionar a aceleração escalar de queda de um corpo qualquer. A figura 3 representa um desses experimentos, no qual o corpo percorre aproximadamente 4,9 m em 1 s. Observe:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 4,9 = 0 + 0 \cdot 1 + \frac{1}{2} a \cdot 1^2 \therefore a = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Assim, desprezando a resistência do ar, corpos soltos próximos à superfície da Terra caem em queda livre, com aceleração escalar aproximadamente igual a $9,8 \text{ m/s}^2$. Esse valor de aceleração é conhecido como **aceleração da gravidade** e é indicado pela letra g . Na resolução de muitos problemas, atribui-se a g o valor aproximado de 10 m/s^2 .

O movimento de queda livre é uniformemente variado (MRUV), com aceleração escalar igual ao valor da aceleração da gravidade terrestre:

$$g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$$

EXPLORE EM HISTÓRIA

Pesquise a contribuição dos estudos de Galileu Galilei, pensador do Renascimento italiano, para o desenvolvimento da Ciência Moderna.

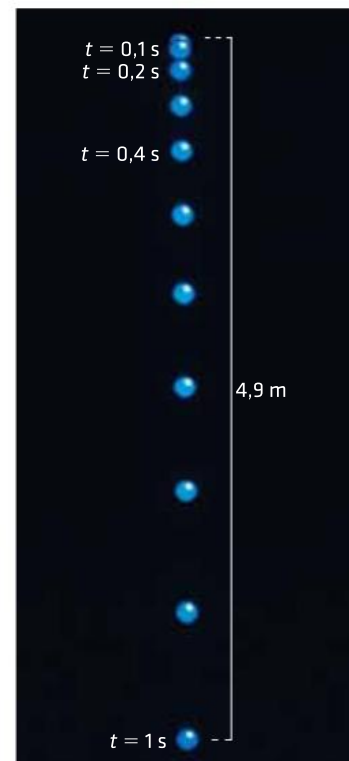


Figura 3 • Foto estroboscópica da queda de uma esfera realizada em intervalos constantes de tempo. O aumento da distância percorrida a cada intervalo de tempo caracteriza um movimento acelerado.

KENNETH EDWARDS/SCIENCE SOURCE/LATINSTOCK

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Despreze a resistência do ar e calcule o tempo de queda de uma pedra abandonada de uma altura de 20 m em relação ao solo.

(Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

► Resolução

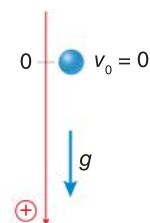
Vamos considerar uma trajetória vertical orientada positivamente para baixo, com a origem coincidindo com o ponto inicial da queda. Dessa forma, a aceleração da gravidade, por ter o mesmo sentido que a orientação da trajetória, será considerada positiva.

Aplicando a função horária do espaço do MRUV, temos:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 20 = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 10 t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 = 5 t^2 \therefore t = 2 \text{ s}$$

Portanto, o tempo de queda, nesse caso, é igual a 2 s.



ADILSON SECCO

- R2** Qual é a velocidade com que uma pedra abandonada de uma altura de 45 m atinge o solo? (Despreze a resistência do ar e suponha $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

► **Resolução**

Podemos resolver a questão por meio da equação de Torricelli, $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$. Para tanto, consideramos a trajetória orientada positivamente para baixo, de modo que o sinal da aceleração da gravidade seja positivo.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 45 \Rightarrow v^2 = 900$$

$$\therefore v = 30 \text{ m/s}$$

Portanto, a pedra atinge o solo com velocidade escalar de 30 m/s.

- R3** Da janela do 8º andar, a 30 m de altura, uma pessoa lança uma esfera verticalmente para baixo com velocidade escalar de 10 m/s. Depois de quanto tempo a esfera lançada terá percorrido a metade da distância até o solo?

► **Resolução**

Vamos orientar a trajetória positivamente para baixo, com a origem coincidindo com o ponto de lançamento, de modo que $s_0 = 0 \text{ m}$ e a velocidade escalar inicial e a aceleração da gravidade tenham sinais positivos.

A função horária do espaço no MUV permite escrever:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 15 = 0 + 10t + 5t^2 \Rightarrow$$

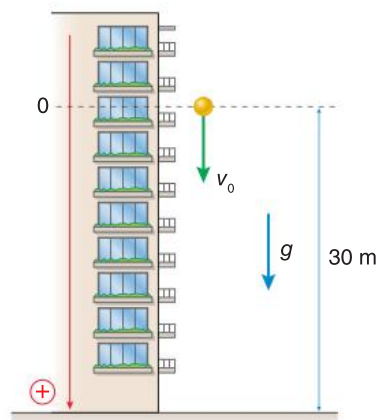
$$\Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \therefore t = -3 \text{ s ou } t = 1 \text{ s}$$

Portanto, depois de 1 s (pois a solução $t = -3$ não convém para a resolução do problema), a esfera terá percorrido a metade da distância até o solo. Vale observar que o tempo necessário para ela percorrer toda a distância de 30 m (dobro de 15 m) não é igual a 2 s (dobro de 1 s), como se pode perceber pelo cálculo:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 = 0 + 10t + 5t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 + 2t - 6 = 0 \therefore t \approx 1,64 \text{ s}$$



LUIZ RÚBIO

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

(Sempre que necessário, considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- 1 Distraidamente, o morador do 7º andar de um prédio deixa cair a carteira, que 3 s mais tarde atinge o solo, 30 m abaixo. Desconsidere o atrito com o ar e responda: o movimento de queda da carteira foi uma queda livre? Justifique.
- 2 Uma pequena pedra despenca do 8º andar de um edifício, a 31,25 m do solo. Desprezando a resistência do ar, calcule:
 - a) o tempo que a pedra demora para atingir o solo;
 - b) a velocidade escalar com que a pedra atinge o solo;
 - c) a altura, em relação ao solo, em que a pedra estava 2 s após ter iniciado a queda;
 - d) a distância que a pedra havia percorrido quando sua velocidade instantânea era igual a 15 m/s.
- 3 Lançando um objeto verticalmente para baixo com velocidade escalar de 8 m/s, qual será sua velocidade escalar ao atingir o solo, 30 m abaixo do ponto de lançamento? Despreze o atrito com o ar. (Utilize: $\sqrt{664} \approx 25,8$)

4 Um corpo em queda livre, a partir do repouso, percorre certa distância d nos dois primeiros segundos da queda. Qual é a distância que o corpo percorrerá nos 2 s seguintes?

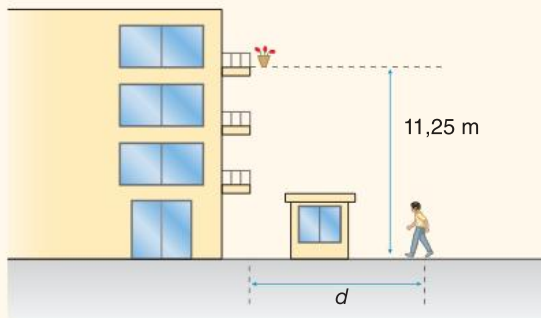
5 Durante uma ventania, um vaso cai da janela do 3º andar de um prédio, a 11,25 m de altura; enquanto isso, uma pessoa caminha em direção ao prédio com velocidade escalar constante de 1,5 m/s.

Despreze a resistência do ar e calcule a distância inicial entre a pessoa e a base do prédio para que o vaso caia no chão rente aos pés da pessoa.

6 Um objeto cai de uma altura $\frac{x}{4}$ e demora 3 s para chegar ao solo. Desprezando a resistência do ar, calcule o tempo que o objeto demoraria para atingir o solo caso fosse solto de uma altura igual a $2x$.

7 (UEL-PR) Para calcular a altura de uma ponte sobre o leito de um rio, um garoto abandonou uma pedra da ponte, a partir do repouso, e mediu o tempo transcorrido até que ela atingisse a superfície da água. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e sabendo que o tempo de queda da pedra foi de 2,2 segundos, pode-se afirmar que a altura da ponte, em metros, é um valor próximo de:

- a) 16 c) 22 e) 48
b) 20 d) 24



3 Lançamento vertical para cima

Um objeto lançado verticalmente para cima, com determinado valor de velocidade escalar, sobe, diminuindo, a cada segundo, o valor de sua velocidade escalar de $9,8 \text{ m/s}$, para na altura máxima, inverte o sentido de seu movimento e passa a descer acelerando, aumentando, a cada segundo, o valor de sua velocidade escalar de $9,8 \text{ m/s}$, como mostra a figura 4. Nessa situação, desconsideramos a resistência do ar.

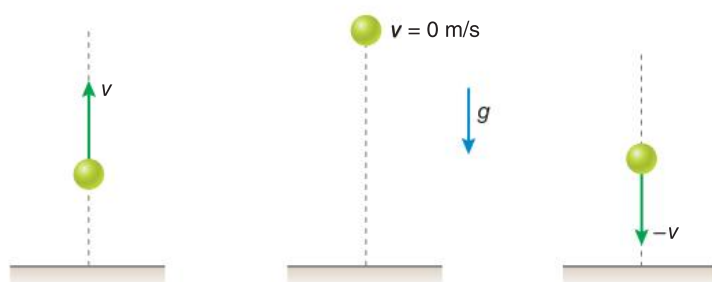


Figura 4 • A velocidade escalar de um objeto lançado verticalmente para o alto inverte de sentido no ponto mais alto da trajetória.

Portanto, o sentido da velocidade escalar do objeto é invertido durante o trajeto, mas o sentido da aceleração da gravidade é sempre o mesmo: para baixo. Por isso, convém estabelecer claramente o sentido da orientação da trajetória na resolução das situações-problema que envolvam lançamento vertical.

Vamos considerar, por exemplo, uma pedra lançada verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade escalar igual a v_0 . Orientando a trajetória positivamente para cima e fazendo coincidir a origem com o ponto do qual a pedra foi lançada (fig. 5), temos os seguintes dados para o problema:

$$v_0 > 0 \quad a = g < 0$$

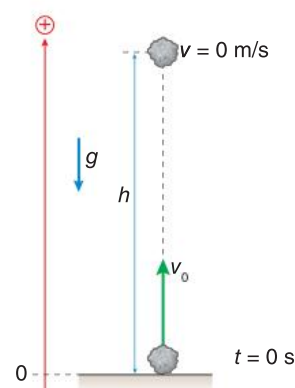


Figura 5

Se a velocidade escalar é maior que zero e a aceleração da gravidade é menor que zero, podemos afirmar que o movimento de subida da pedra é uniformemente variado (MRUV) e retardado.

Como o módulo da aceleração da gravidade é o mesmo tanto na subida quanto na descida, o tempo gasto pelo móvel para subir será o mesmo que levará para descer. Em outras palavras, para atingir a altura máxima e lá parar, invertendo o sentido de seu movimento, o corpo perde o mesmo valor de velocidade escalar que ganha ao descer.

Assim, com essa orientação de trajetória, podemos ressaltar:

No lançamento vertical para cima sem resistência do ar, durante a subida temos MRUV retardado até a altura máxima, ponto em que a velocidade se anula. Durante a descida, temos MRUV acelerado. Nesse movimento, o tempo de subida é igual ao tempo de descida.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R4 Duas pedras, A e B, de massas, respectivamente, 1 kg e 2 kg, foram lançadas verticalmente para cima, ambas com velocidades escalares de 15 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, responda:

- Qual das duas pedras atingiu a maior altura em relação ao solo?
- Qual a altura máxima, em relação ao solo, atingida pelas pedras?
- Em quais instantes as pedras atingiram a altura de 10 m em relação ao solo?

► Resolução

- As duas pedras atingiram a mesma altura em relação ao solo, uma vez que foram lançadas com a mesma velocidade. As massas diferentes não interferiram na altura.
- Vamos aplicar a equação de Torricelli, orientando a trajetória positivamente para cima e fazendo coincidir a origem com o solo.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

Como a velocidade do corpo é nula no ponto mais alto, temos:

$$0 = 15^2 + 2 \cdot (-10)\Delta s \Rightarrow 20\Delta s = 225$$

$$\therefore \Delta s = 11,25 \text{ m}$$

Portanto, a altura máxima atingida pelas pedras foi de 11,25 m.

- Respeitando a orientação adotada anteriormente, vamos aplicar a função horária do espaço no MRUV.

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow s = 0 + 15t - 5t^2 \Rightarrow$$

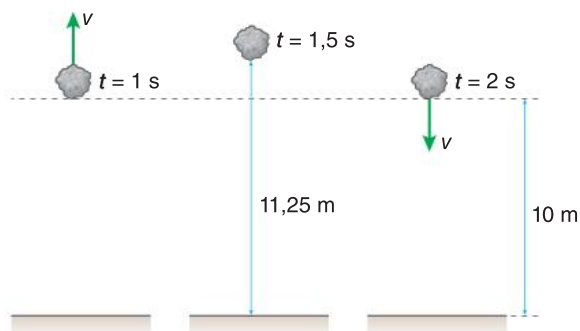
$$\Rightarrow 10 = 0 + 15t - 5t^2 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ s e } t = 2 \text{ s}$$

Portanto, as pedras atingiram duas vezes a altura de 10 m. A primeira vez, durante a subida, 1 s após o lançamento, e a segunda vez, na descida, 2 s após o lançamento.

Observação: O tempo decorrido para que a pedra atinja o ponto mais alto da trajetória pode ser calculado de várias maneiras. Uma delas é pela média aritmética entre os valores dos intervalos de tempo correspondentes à altura de 10 m. Assim:

$$t_{(+ \text{ alto})} = \frac{(1 + 2)}{2} \therefore t_{(+ \text{ alto})} = 1,5 \text{ s}$$



R5 Um objeto foi lançado verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade escalar de 12 m/s. Construa os gráficos $v \times t$ e $s \times t$ do movimento do objeto desde o instante do lançamento até o instante em que ele retorna ao solo, adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar.

Resolução

Vamos adotar a trajetória orientada positivamente para cima e a origem coincidindo com o solo. Nessas condições, temos as seguintes funções horárias para o movimento descrito:

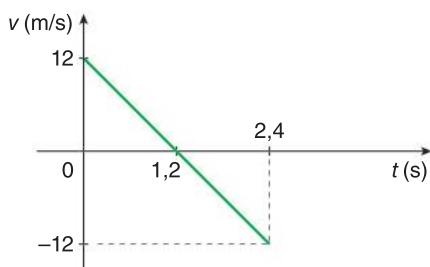
$$v = v_0 + at \therefore v = 12 - 10t \text{ (SI)}$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \therefore s = 12t - 5t^2 \text{ (SI)}$$

Ao retornar ao solo, o objeto terá velocidade escalar de módulo igual àquela com que foi lançado, porém com sinal negativo, uma vez que percorre a trajetória no sentido contrário ao estabelecido para sua orientação. Isso permite determinar o tempo total do percurso do objeto:

$$v = v_0 + at \Rightarrow -12 = 12 - 10t \therefore t = 2,4 \text{ s}$$

Assim, o gráfico $v \times t$ do movimento do objeto tem o seguinte formato:



Convém observar que o tempo de subida é igual a 1,2 s, metade do tempo total de percurso. O gráfico, sempre decrescente, mostra que, até 1,2 s, a velocidade diminuiu de valor, mas que, entre 1,2 s e 2,4 s, aumentou de valor, porém no sentido oposto ao definido pela orientação da trajetória.

O gráfico $s \times t$ desse movimento é uma parábola que corta o eixo horizontal em dois valores: em $t = 0 \text{ s}$ e em $t = 2,4 \text{ s}$. O vértice da parábola corresponde ao ponto de maior altura do percurso, isto é, ao instante $t = 1,2 \text{ s}$. A altura máxima precisa ser determinada e, para isso, podemos aplicar a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 0 = 12^2 + 2 \cdot (-10)\Delta s$$

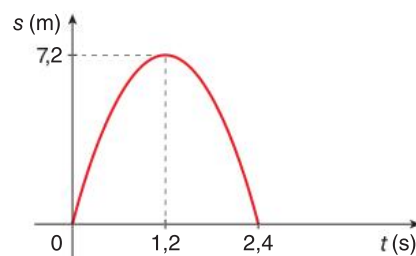
$$\therefore \Delta s = 7,2 \text{ m}$$

Ou podemos aplicar $t = 1,2 \text{ s}$ na função horária da posição do objeto:

$$s = 12t - 5t^2 \Rightarrow s = 12 \cdot 1,2 - 5(1,2)^2$$

$$\therefore s = 7,2 \text{ m}$$

Logo, o gráfico $s \times t$ é:



Já sabe responder?

É possível uma moeda acelerar mais do que um automóvel esportivo?



QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

8 Uma pedra é lançada para cima com velocidade escalar de 36 km/h, num local, aqui na Terra, onde é possível desprezar a resistência do ar. Quais são os valores da velocidade e da aceleração escalar da pedra no ponto mais alto? (Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

9 Com qual valor de velocidade escalar devemos lançar uma pedra verticalmente para cima para que ela atinja a altura máxima de 12 m? Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

10 Um pequeno projétil é atirado verticalmente para cima e após 5 s volta à posição da qual foi lançado. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule:

- a velocidade escalar de lançamento do projétil;
- a altura máxima atingida pelo projétil.

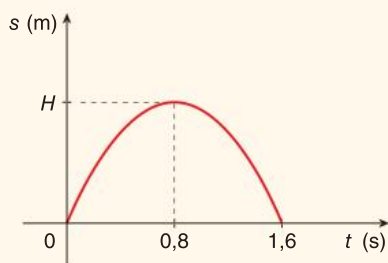
11 A partir do chão, Álvaro lançou uma maçã verticalmente para cima com velocidade escalar de 10 m/s. Helena, em uma janela a 3 m de altura, apanhou a maçã quando ela já estava descendo. Quanto tempo demorou do lançamento até que a maçã:

- atingisse o ponto mais alto de sua trajetória?
- fosse apanhada por Helena? (Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

12 Um corpo foi lançado verticalmente para cima com uma velocidade escalar inicial de 30 m/s e, após 5 s, foi apanhado por uma pessoa. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, construa os gráficos:

- $v \times t$ do corpo durante todo o movimento;
- $s \times t$ do movimento do corpo, assinalando a altura máxima atingida pelo corpo e a altura em que ele estava quando foi apanhado pela pessoa.

13 O gráfico abaixo representa o movimento de um corpo lançado verticalmente para cima numa região onde a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e a resistência do ar pode ser desprezada.



De acordo com o gráfico, responda:

- Qual foi a velocidade escalar de lançamento?
- Qual é o valor de H ?

14 Do alto de uma torre de 60 m de altura foi lançada uma pedra verticalmente para cima com velocidade escalar de 20 m/s, que, na descida, caiu no chão, no pé da torre. Despreze a resistência do ar, adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule:

- o tempo total que a pedra demorou no ar a partir do momento em que foi lançada até atingir o solo;
- a altura máxima, em relação ao solo, atingida pela pedra.

15 Joaquim estava catando goiabas, apoiado em um galho a 2,5 m do chão, quando resolveu lançar verticalmente para cima uma goiaba com velocidade escalar de 16 m/s, para que ela, na descida, caísse no chão e se espatifasse. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule:

- o tempo decorrido entre o momento de lançamento da goiaba e o momento em que ela se espatifou no chão;
- a velocidade escalar da goiaba quando passava por um ponto situado na metade da altura máxima atingida por ela em relação ao chão.

16 (Mackenzie-SP) Ao parar em um cruzamento entre duas avenidas, devido ao semáforo ter mudado para vermelho, o motorista de um automóvel vê um menino malabarista jogando 3 bolas verticalmente para cima, com uma das mãos. As bolas são lançadas uma de cada vez, de uma mesma altura em relação ao solo, com a mesma velocidade inicial e, imediatamente após lançar a 3ª bola, o menino pega de volta a 1ª bola.

O tempo entre os lançamentos das bolas é sempre igual a 0,6 s. A altura máxima atingida pelas bolas é de:

(Dado: aceleração da gravidade = 10 m/s^2)

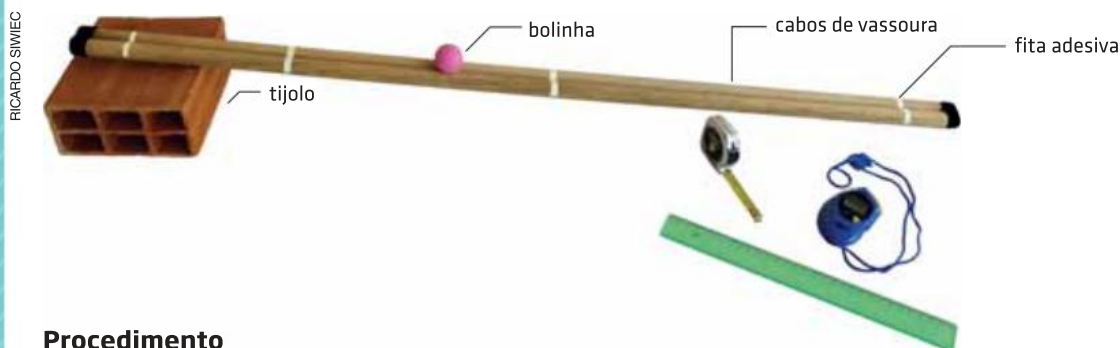
- 90 cm
- 180 cm
- 240 cm
- 300 cm
- 360 cm

O deslocamento no MRUV

O objetivo desta atividade é verificar como o deslocamento varia com o tempo em um movimento sujeito à aceleração escalar constante. Para isso, você vai construir uma pista com dois cabos de vassoura. Certifique-se de que os cabos são lisos, que não apresentam nenhum obstáculo ao movimento (pregos, farpas na madeira etc.). Você também vai precisar de uma bolinha e de um tijolo ou um pedaço de madeira para elevar a pista (veja a figura a seguir). Essa elevação deve ser pequena para que a bola não adquira uma velocidade escalar muito grande, o que dificultaria a marcação do tempo.

Materiais

- Dois cabos de vassoura, tijolo ou pedaço de madeira, fita adesiva, bolinha de gude ou de borracha, fita métrica ou trena, cronômetro, régua e papel milimetrado.



Procedimento

- 1 Junte os dois cabos de vassoura de maneira que suas extremidades fiquem alinhadas e fixe-os com fita adesiva. A pista está pronta e a bolinha deve correr no vão formado pela união dos dois cabos (veja a figura).
- 2 Marque, na pista, com fita adesiva, distâncias proporcionais a quadrados inteiros: 1, 4, 9 e 16. Por exemplo, se a primeira marcação estiver a 7 cm da origem, a segunda deve estar a 28 cm, a terceira, a 63 cm, e a quarta, a 112 cm. Os cabos de vassoura têm aproximadamente 120 cm, portanto você conseguirá quatro medidas de tempo.
- 3 Apoie a pista no tijolo ou no pedaço de madeira.
- 4 Faça no caderno uma tabela para anotar os tempos de cada trecho. Veja o modelo ao lado.
- 5 Construa um gráfico da posição \times tempo no papel milimetrado.
- 6 Procure repetir o experimento pelo menos duas vezes para confirmar os dados obtidos.

Questões

- 1 Os tempos gastos pela bolinha entre cada marcação são iguais?
- 2 Os pontos marcados no gráfico sugerem algum tipo de curva conhecida? Que tipo de função é representada no gráfico da posição \times tempo para o movimento?
- 3 Determine o valor da aceleração escalar da bolinha e a função horária do espaço para o movimento por meio da análise dos pontos do gráfico.
- 4 Você pode filmar o movimento da bolinha com uma câmera de celular e transferir o arquivo do filme para um computador. Os reprodutores de mídia do sistema operacional permitem que você analise o filme com riqueza de detalhes, fornecendo os intervalos de tempo com maior precisão.

S10

No *Suplemento*, você encontra orientações para trabalhar com esta atividade experimental.

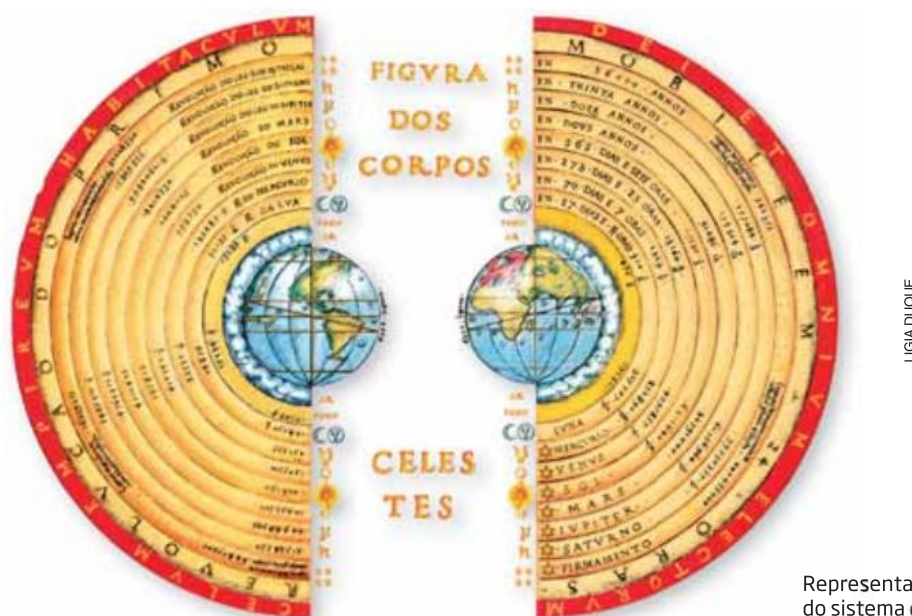
Posição (cm)	Tempo (s)
7	
28	
63	
112	

... a Terra gira ao redor do Sol?

Embora essa pergunta possa ser respondida imediatamente “Sim, é verdade mesmo que a Terra gira em torno do Sol”, durante muitos séculos acreditou-se que a Terra estava no centro do Universo. Essa ideia era, de certa forma, confirmada pelo caminho (trajetória) feito pelos planetas e pelas estrelas no céu noturno. O objetivo deste trabalho em grupo é explorar o conceito de referencial discutido na unidade. Para isso, o grupo deve comparar as trajetórias dos planetas considerando dois sistemas de referência: em um deles, a Terra está no centro do Sistema Solar, conhecido como sistema **geocêntrico**, e no outro, chamado de sistema **heliocêntrico**, o Sol ocupa essa posição central.

S11

O Suplemento apresenta orientações para o trabalho com esta atividade.



Representação esquemática do sistema geocêntrico.

Questões para discussão em grupo

- 1 Pesquise o significado da palavra **planeta** e explique-o.
- 2 Faça duas representações do Sistema Solar em duas folhas de papel. Numa delas, coloque o Sol no centro do sistema e, na outra, coloque a Terra no centro e desenhe o Sol girando em torno da Terra, junto com os demais planetas. Que tipo de trajetória os planetas e as estrelas deveriam seguir quando observados no sistema de referência geocêntrico? E no caso do sistema heliocêntrico?



Socialize

Proponha as duas questões anteriores para, pelo menos, uma pessoa da família. Compare as respostas obtidas com as suas. São respostas semelhantes ou totalmente diferentes? Se forem diferentes, em que diferem? Utilize a linguagem adequada e produza um texto na forma de reportagem de um jornal televisivo, expondo as opiniões colhidas e a do grupo. Argumente a favor e contra os modelos geocêntrico e heliocêntrico.

De acordo com a orientação do professor, leia a reportagem para seus colegas e ouça a avaliação que fizerem.

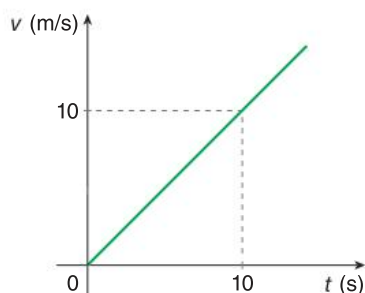
- 1 (EsPCEx) Um móvel descreve um movimento retilíneo uniformemente acelerado. Ele parte da posição inicial igual a 40 m com uma velocidade de 30 m/s no sentido contrário à orientação positiva da trajetória, e a sua aceleração é de 10 m/s^2 no sentido positivo da trajetória. A posição do móvel no instante 4 s é:

a) 0 m
b) 40 m
c) 80 m
d) 100 m
e) 240 m

- 2 (Fuvest-SP) Uma composição ferroviária (19 vagões e uma locomotiva) desloca-se a 20 m/s. Sendo o comprimento de cada elemento da composição 10 m, qual é o tempo que o trem gasta para ultrapassar:

a) um sinaleiro?
b) uma ponte de 100 m de comprimento?

- 3 (PUC-RS) Considere o gráfico abaixo, que representa a velocidade de um corpo em movimento retilíneo em função do tempo, e as afirmativas que seguem.

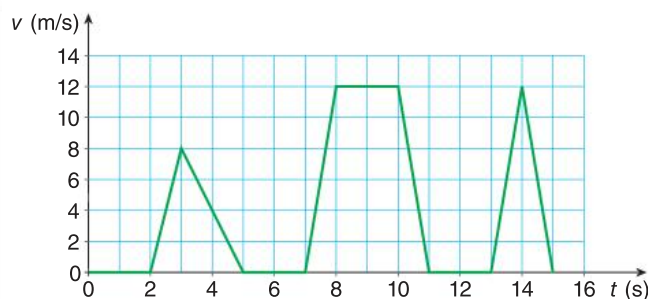


- I. A aceleração do móvel é de $1,0 \text{ m/s}^2$.
II. A distância percorrida nos 10 s é de 50 m.
III. A velocidade varia uniformemente, e o móvel percorre 10 m a cada segundo.
IV. A aceleração é constante, e a velocidade aumenta 10 m/s a cada segundo.

São verdadeiras apenas as afirmativas:

a) I e II
b) I e III
c) II e IV
d) I, III e IV
e) II, III e IV

- 4 (Unesp) O gráfico na figura descreve o movimento de um caminhão de coleta de lixo em uma rua reta e plana, durante 15 s de trabalho.



- a) Calcule a distância total percorrida neste intervalo de tempo.
b) Calcule a velocidade média do veículo.

- 5 (UFPE) Uma esfera de aço de 300 g e uma esfera de plástico de 60 g de mesmo diâmetro são abandonadas, simultaneamente, do alto de uma torre de 60 m de altura. Qual a razão entre os tempos que levarão as esferas até atingirem o solo? (Despreze a resistência do ar.)

a) 5,0
b) 3,0
c) 1,0
d) 0,5
e) 0,2

- 6 (PUC-RJ) Um astronauta, em um planeta desconhecido, observa que um objeto leva 2,0 s para cair, partindo do repouso, de uma altura de 12 m. A aceleração gravitacional nesse planeta, em m/s^2 , é:

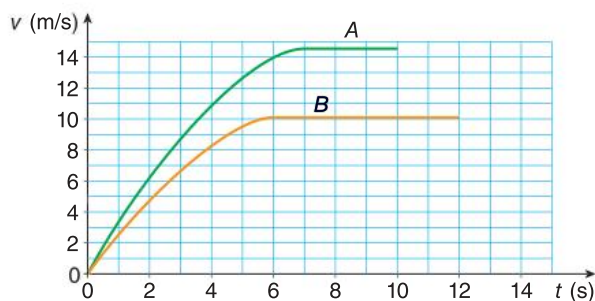
a) 3,0
b) 6,0
c) 10
d) 12
e) 14

- 7 (Mackenzie-SP) Dois corpos, A e B, de massas $m_A = 1,0 \text{ kg}$ e $m_B = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$, respectivamente, são abandonados de uma mesma altura h no interior de um tubo vertical onde existe o vácuo. Para percorrer a altura h :

- a) o tempo de queda do corpo A é igual ao do corpo B.
b) o tempo de queda do corpo A é maior que o do corpo B.
c) o tempo de queda do corpo A é menor que o do corpo B.
d) o tempo de queda depende do volume dos corpos A e B.
e) o tempo de queda depende da forma geométrica dos corpos A e B.

- 8 (Vunesp) Os dois primeiros colocados de uma prova de 100 m rasos de um campeonato de atletis-

ADILSON SECCO



a) 5
b) 25
c) 15
d) 20
e) 10

- a) 1,25 m/s² c) 1,50 m/s² e) 2,00 m/s²
b) 1,40 m/s² d) 1,75 m/s²

- a) 20 d) 30
b) 35 e) 15
c) 25

- a) 20
b) 22
c) 24
d) 25
e) 30

- a) 0,05
b) 11,1
c) 0,18
d) 22,2
e) 0,50

-

a) 0,50 m/s
b) 2,0 m/s
c) 2,5 m/s
d) 4,5 m/s

UNIDADE

2

Cinemática vetorial

Para começo de conversa

Quando o vento sopra de norte para sul, e a correnteza do mar flui de leste para oeste, como orientar um veleiro para que ele navegue no sentido de norte para sul sem utilizar os instrumentos atuais?

CORBIS/LATINSTOCK

ILUSTRAÇÕES: LIGIA DUQUE

A questão faz referência à composição de velocidades do vento e da correnteza, buscando a velocidade resultante para o barco. Nas condições descritas, para que o veleiro se desloque de fato para o sul, será necessário orientar sua velocidade para o sudeste sob determinado ângulo, cuja medida dependerá das velocidades envolvidas.

O uso de vetores para localização

A navegação surgiu de forma independente em diversas partes do mundo antigo, tanto no Oriente quanto no Ocidente, mas o objetivo era semelhante em todos os locais: transportar pessoas e mercadorias e, muitas vezes, utilizar os barcos em combates.

Inicialmente, as embarcações eram movidas a remo, mas a navegação a vela, utilizando a força do vento, não demorou a surgir. Com isso, os barcos se tornaram mais rápidos e eficientes.

Ao longo da história, a evolução da construção naval permitiu que os navegadores enfrentassem longas viagens por alto-mar. Assim, para atravessar os oceanos, as caravelas, as naus e os galeões utilizavam a força do vento como propulsor principal, o leme e alguns instrumentos, como astrolábio, bússola e quadrante. Já os veleiros atuais podem usar essa força como propulsor complementar, pois contam com poderosos motores; além disso, podem corrigir sua rota por meio da orientação por satélite.

Para corrigir a rota ao enfrentar ventos fortes, o piloto das antigas embarcações a vela, utilizando seu conhecimento prático, orientava o barco de modo a compensar o efeito do vento. Veremos, nesta unidade, como isso pode ser feito aplicando os conceitos de grandezas vetoriais.



Capítulos

- 4 Grandezas vetoriais
- 5 Lançamentos no vácuo
- 6 Movimento circular uniforme (MCU)

Grandezas vetoriais

ou: A soma de duas grandezas pode ser menor do que cada uma delas?



S2

No *Suplemento*, você encontra orientações para abordar a questão introdutória.

1 Introdução

Conhecer apenas o valor numérico e a unidade de medida de uma grandeza muitas vezes é suficiente para defini-la. É o caso, por exemplo, das grandezas **massa**, **volume** ou **distância percorrida** (fig. 1), entre outras.

Dependendo do ângulo formado entre dois vetores, o vetor resultante pode ter módulo menor que cada um dos vetores que o compõem.

LIGIA DUQUE



Figura 1 • Representação artística do Autódromo de Interlagos, em São Paulo, SP. Em cada volta desse autódromo, um competidor percorre 4.325 metros.

Massa, volume, distância percorrida e temperatura são exemplos de grandezas denominadas **escalares**, porque não exigem o conhecimento de mais nenhuma informação além de seu valor numérico e de sua unidade de medida para que seu significado fique plenamente compreendido. Ao dizer que a temperatura de um ambiente é -20°C , estamos caracterizando com exatidão o estado térmico do ambiente, a partir de um valor numérico (-20) e de uma unidade de medida ($^{\circ}\text{C}$).

Entretanto, para determinar de forma completa a velocidade de um corpo em movimento, devemos conhecer, além de seu valor numérico e a unidade de medida correspondente, **direção**, indicada por uma reta tangente à trajetória, e o **sentido**, orientação que o corpo segue nessa trajetória.

2 Vetor: representação geométrica

Grandezas como a velocidade de um corpo, para a qual precisamos conhecer a intensidade ou módulo, a direção e o sentido são denominadas **grandezas vetoriais**. Além da velocidade, há outras grandezas vetoriais, como o deslocamento e a aceleração.

Para representar uma grandeza vetorial, utilizamos um **vetor**.

Vetor é um ente matemático que caracteriza a **direção**, o **sentido** e a **intensidade** ou **módulo** de uma grandeza física.

A representação geométrica de um vetor é feita por um segmento de reta orientado, isto é, uma **seta**. A indicação escrita de um vetor é feita por meio de uma pequena seta apontada para a direita sobre a(s) letra(s) que designa(m) a grandeza (fig. 2).

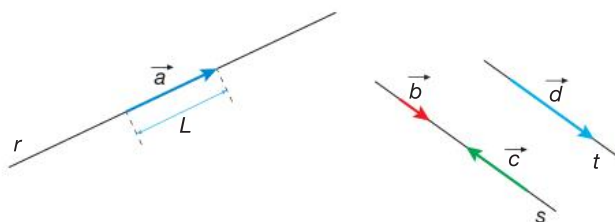


Figura 2 • Quando dois ou mais vetores estão sobre retas suportes paralelas ou sobre a mesma reta suporte, eles têm a mesma direção.

O comprimento (L) da seta está associado ao módulo do vetor, de maneira que, utilizando uma mesma escala, setas de maior comprimento representam grandezas de maior módulo. Ainda na figura 2, observe que a direção é definida pela reta suporte (r) do vetor, e seu sentido é determinado pela ponta da seta. Observe também que os vetores \vec{b} , \vec{c} e \vec{d} têm a mesma direção, pois as retas s e t são paralelas. Os vetores \vec{b} e \vec{d} têm o mesmo sentido, e os pares de vetores $(\vec{b} \text{ e } \vec{c})$ e $(\vec{c} \text{ e } \vec{d})$ têm sentidos opostos. Além disso, o módulo de \vec{d} é maior que o módulo de \vec{c} , que, por sua vez, é maior que o módulo de \vec{b} .

Quando queremos indicar apenas o módulo do vetor, escrevemos a letra que o representa sem a seta sobre ela, ou escrevemos a letra com seta entre barras. Assim, se a velocidade do automóvel da figura 3, no instante representado, tem módulo 12 m/s, escrevemos $v = 12 \text{ m/s}$ ou $|\vec{v}| = 12 \text{ m/s}$.



Figura 3 • O automóvel se move para a direita e está desacelerando. Assim, os vetores velocidade e aceleração têm mesma direção e sentidos opostos.

Resumindo:

- \vec{v} : representação do vetor (caracterizado por módulo, direção e sentido)
- v ou $|\vec{v}|$: representação do módulo do vetor

3 Operações com vetores

Imaginemos a seguinte situação representada na figura 4: um avião parte de uma cidade X com destino a uma cidade Y, 300 km ao norte de X. Depois de reabastecer em Y, o avião parte com destino a uma cidade Z, localizada 400 km a leste de Y.

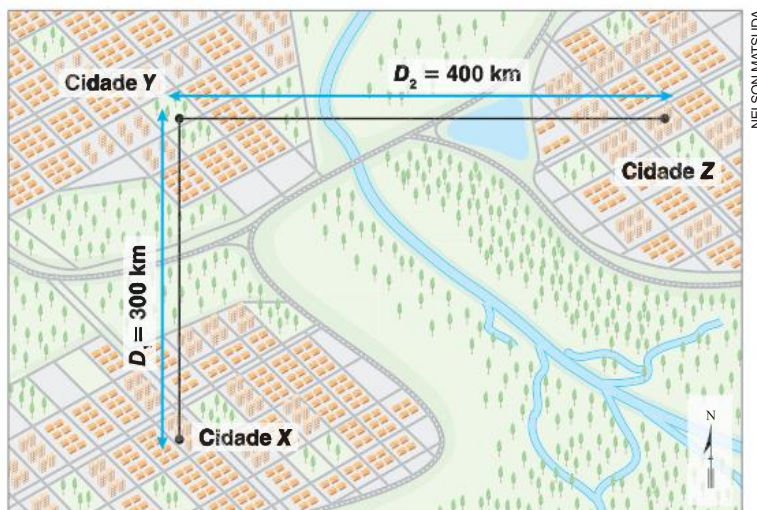


Figura 4 • Representação das cidades X, Y e Z.

A distância (D) percorrida pelo avião em toda a viagem pode ser calculada por uma adição simples, considerando as distâncias percorridas da cidade X para a cidade Y (D_1) e da cidade Y para a cidade Z (D_2).

$$D = D_1 + D_2 \Rightarrow D = 300 + 400 \therefore D = 700 \text{ km}$$

Para grandezas escalares, a soma de valores obedece às regras da adição entre números reais, como na situação anterior, da distância percorrida pelo avião entre as cidades X, Y e Z. Mas, para adicionar grandezas vetoriais, devemos levar em conta, além do módulo, a direção e o sentido de cada parcela.

Retomando a situação do percurso do avião, vamos analisar agora seu deslocamento, que é uma grandeza vetorial. Observe, na figura 5, os vetores que representam os deslocamentos parciais ($\vec{\Delta s}_1$ e $\vec{\Delta s}_2$) e o deslocamento final ($\vec{\Delta s}$).

O deslocamento $\vec{\Delta s}_1$ tem módulo 300 km, direção norte-sul, sentido de sul para norte. O deslocamento $\vec{\Delta s}_2$ tem módulo 400 km, direção leste-oeste, sentido de oeste para leste. Quais são as características do **vetor deslocamento resultante**, $\vec{\Delta s}$, ou, em outras palavras, como obter o resultado da adição vetorial a seguir?

$$\vec{\Delta s} = \vec{\Delta s}_1 + \vec{\Delta s}_2$$

O vetor deslocamento resultante, $\vec{\Delta s}$, tem módulo igual a 500 km, conforme podemos verificar pela aplicação do teorema de Pitágoras:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta s_1)^2 + (\Delta s_2)^2 \Rightarrow (\Delta s)^2 = (300)^2 + (400)^2 \therefore \Delta s = 500 \text{ km}$$

A direção do vetor $\vec{\Delta s}$ é indicada na figura 6 pelo ângulo α , descrito pela inclinação de $\vec{\Delta s}$ em relação à linha leste-oeste. A medida desse ângulo pode ser obtida a partir de uma das razões trigonométricas: seno, cosseno ou tangente.

Para o ângulo α , temos $\text{tg } \alpha = \frac{300}{400} = 0,75$. Usando uma calculadora científica ou uma tabela trigonométrica, verificamos que o ângulo menor que 90° , de tangente igual a 0,75, é de, aproximadamente, 37° . Assim, a direção do vetor deslocamento $\vec{\Delta s}$ forma um ângulo aproximado de 37° com a direção leste-oeste.

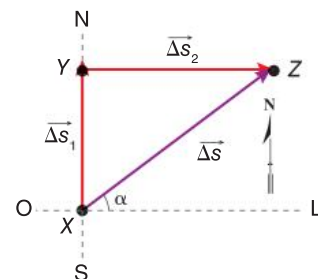


Figura 5 • Deslocamentos efetuados pelo avião da cidade X para a cidade Y e da cidade Y para a cidade Z.

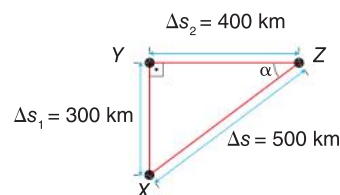


Figura 6 • A direção do deslocamento resultante é determinada pela medida do ângulo α .

Em resumo, o módulo do **vetor resultante** da adição de dois vetores, diferentemente da adição de dois valores de uma grandeza escalar, é obtido levando em conta as características de cada um dos vetores, isto é, seus módulos, suas direções e seus sentidos.

Identificando a origem e a extremidade de cada vetor, podemos obter a resultante entre eles fazendo coincidir a extremidade de um dos vetores com a origem do outro. O vetor resultante da adição desses dois vetores será obtido unindo a origem do primeiro vetor com a extremidade do segundo vetor (fig. 7).

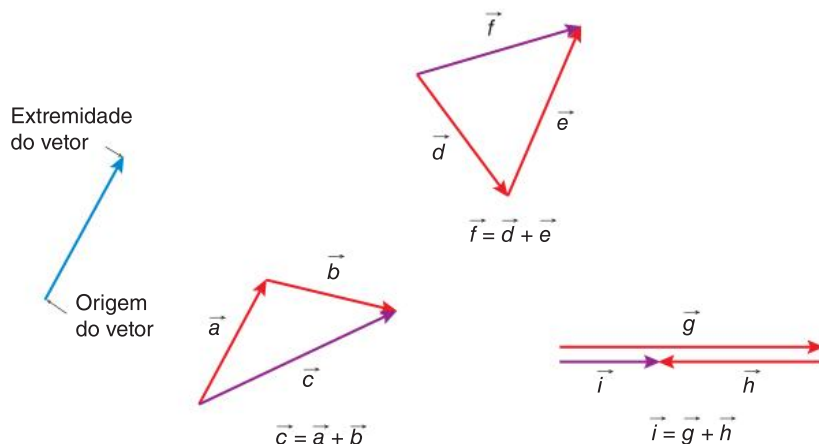
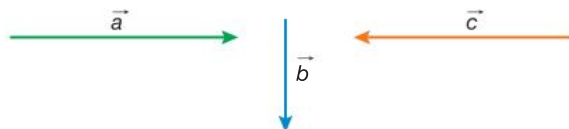


Figura 7 • Alguns exemplos de somas vetoriais.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Observe os três vetores representados a seguir.



Os vetores \vec{a} e \vec{c} têm direção horizontal, e o vetor \vec{b} tem direção vertical. Os módulos de \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} são iguais, respectivamente, a 2 unidades, 1 unidade e 3 unidades. Determinar o vetor resultante de:

- $\vec{a} + \vec{c}$
- $\vec{b} + \vec{c}$

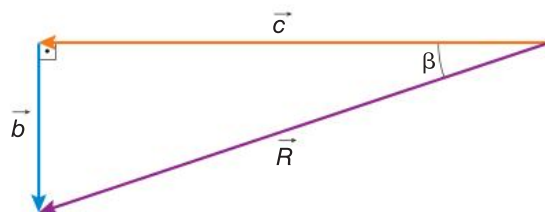
► Resolução

- Se \vec{a} mede 2 unidades e tem sentido da esquerda para a direita, e \vec{c} mede 3 unidades e tem sentido da direita para a esquerda, então o **módulo** do vetor resultante é igual a 1 unidade, sua **direção** é horizontal e seu **sentido** é da direita para a esquerda.



- Faremos coincidir a extremidade de \vec{c} com a origem de \vec{b} . O vetor resultante (\vec{R}) terá ori-

gem coincidente com a origem de \vec{c} , e extremidade final coincidente com a extremidade final de \vec{b} , conforme representado na figura abaixo.



O módulo do vetor \vec{R} pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$R^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow R^2 = 1^2 + 3^2$$

$$\therefore R = \sqrt{10} \approx 3,2 \text{ unidades}$$

A medida do ângulo β fornece a direção do vetor \vec{R} .

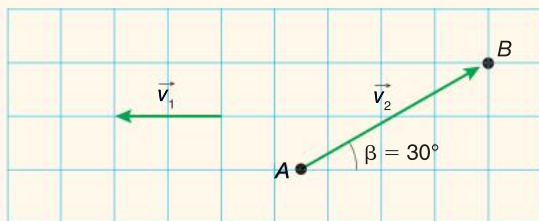
$$\text{tg } \beta = \frac{b}{c} = \frac{1}{3} = 0,333... \therefore \beta \approx 18^\circ$$

Portanto, o módulo do vetor resultante (\vec{R}) é igual a 3,2 unidades, sua direção forma ângulo de 18° com a horizontal e seu sentido é indicado na ilustração pela ponta da seta do vetor \vec{R} .

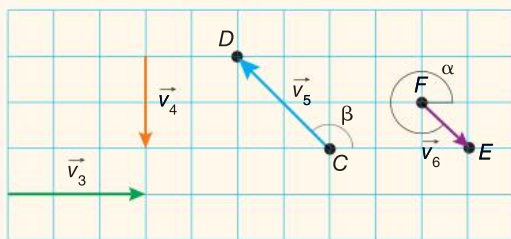
QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1 Na representação a seguir, o vetor velocidade \vec{v}_1 tem direção horizontal e sentido para a esquerda, e o vetor velocidade \vec{v}_2 tem direção definida pelo ângulo $\beta = 30^\circ$ com a horizontal e sentido indicado pela ponta da seta, isto é, de A para B.



Descreva a direção e o sentido dos vetores velocidade indicados na malha quadriculada a seguir.



- 2 A bolinha da figura representa um automóvel se movendo horizontalmente para a direita, desenvolvendo movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

No **instante 1**, o automóvel tem velocidade de módulo 25 m/s e está diminuindo sua velocidade à razão de 5 m/s².



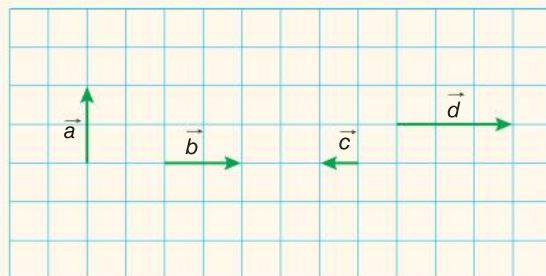
- a) Desenhe os vetores velocidade e aceleração que atuam sobre o automóvel no **instante 2**, que ocorre 3 s após o **instante 1**, adotando as escalas a seguir.

- Para o vetor velocidade: o comprimento do lado de cada quadradinho corresponde a 5 m/s.
- Para o vetor aceleração: o comprimento do lado de cada quadradinho corresponde a 5 m/s².

- b) Desenhe os vetores velocidade e aceleração que atuam sobre o automóvel no **instante 3**, igual a 5 s após o **instante 2**.

Adote a mesma escala do item a.

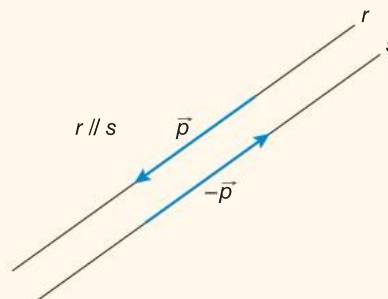
Na resolução dos exercícios 3 e 4, utilize os vetores representados na malha quadriculada abaixo, adotando a escala de 1 unidade para o comprimento do lado de cada quadradinho na horizontal ou na vertical.



- 3 Desenhe os vetores resultantes e escreva seu módulo, sua direção e seu sentido.

- $\vec{b} + \vec{d}$
- $\vec{b} + \vec{c}$
- $\vec{a} + \vec{b}$
- $\vec{a} + \vec{c}$

- 4 Um vetor não nulo, \vec{p} , tem módulo, direção e sentido. O vetor $-\vec{p}$ tem mesmo módulo e mesma direção de \vec{p} , porém tem sentido oposto ao de \vec{p} , conforme exemplificado na ilustração a seguir, em que as direções paralelas dos dois vetores estão representadas por duas retas suportes r e s .



A diferença entre dois vetores, \vec{a} e \vec{b} , é o resultado da adição do vetor \vec{a} e do vetor $-\vec{b}$, oposto de \vec{b} , ou seja, $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Agora, desenhe, para cada caso, os vetores resultantes. Indique também o módulo, a direção e o sentido de cada um deles:

- $\vec{b} - \vec{c}$
- $\vec{a} - \vec{b}$
- $\vec{d} - \vec{a}$



No Suplemento, você encontra orientações extras para o trabalho das operações com vetor.

A regra do paralelogramo e a decomposição de vetores

A caixa representada na figura 8 está sendo puxada por forças com direções diferentes. A resultante dessas forças determinará a direção e o sentido do movimento.

O movimento do objeto ocorrerá sobre uma linha reta traçada entre as direções das forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 . A força resultante (\vec{F}_R) poderá ser representada pela diagonal de um paralelogramo cujos lados não paralelos coincidem com os vetores que indicam as forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 (fig. 9).

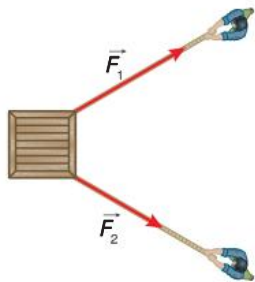


Figura 8 • Duas pessoas puxando uma caixa por meio de duas forças com direções diferentes.

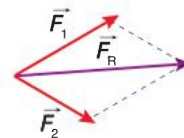
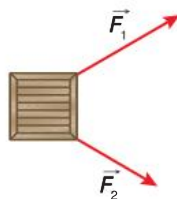


Figura 9 • A regra do paralelogramo é outra maneira de determinar a resultante de dois vetores. A força resultante \vec{F}_R é tal que $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

A determinação da resultante de dois vetores pode ser obtida, de modo semelhante ao realizado para o exemplo que acabamos de analisar, pela **regra do paralelogramo**. De acordo com essa regra, unem-se as origens de dois vetores para os quais se deseja obter o vetor resultante, que deve coincidir com a diagonal do paralelogramo formado pelos dois vetores dados. Observe a representação de alguns exemplos na figura 10.

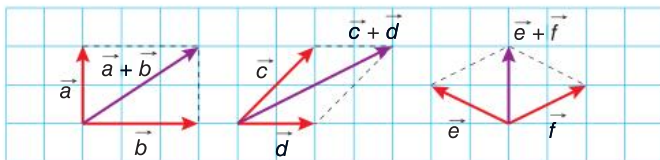


Figura 10 • Aplicação da regra do paralelogramo na determinação da resultante de dois vetores não nulos e com direções diferentes.

Um vetor \vec{v} sempre pode ser expresso como resultante da adição de dois vetores (\vec{v}_x e \vec{v}_y), tendo um deles direção horizontal, e o outro, direção vertical.

Os dois vetores da figura 11, identificados como \vec{v}_x e \vec{v}_y , são as **componentes retangulares** ou **projeções ortogonais** do vetor \vec{v} . As componentes retangulares de um vetor podem, em conjunto, substituí-lo, mantendo-se o módulo, a direção e o sentido do vetor original.

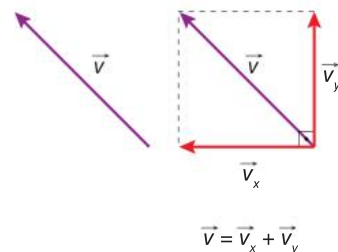
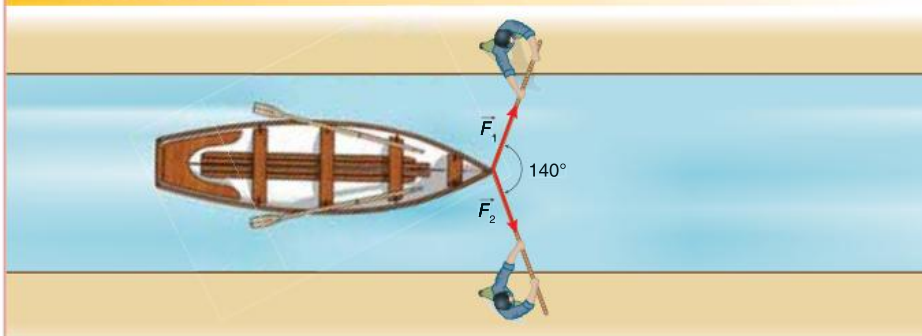


Figura 11 • Vetor \vec{v} como resultante dos vetores \vec{v}_x e \vec{v}_y .

Já sabe responder?

A soma de duas grandezas pode ser menor do que cada uma delas?

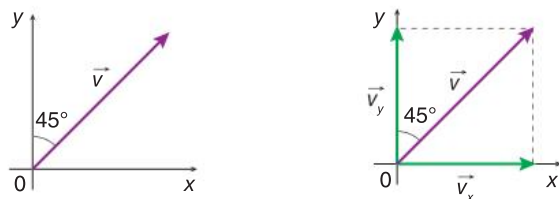


QUESTÕES RESOLVIDAS

R2 Quais são as componentes retangulares do vetor velocidade de módulo 10 m/s e direção que forma ângulo de 45° com a vertical?

► Resolução

A situação descrita pode ser representada da seguinte forma:



As componentes retangulares têm, nesse caso, mesmo módulo, uma vez que o ângulo entre o vetor \vec{v} e qualquer uma das componentes mede 45° . Assim, podemos aplicar o teorema de Pitágoras e escrever:

$$v^2 = (v_x)^2 + (v_y)^2, \text{ mas } v_x = v_y, \text{ logo: } (10)^2 = (v_x)^2 + (v_x)^2 \Rightarrow 2(v_x)^2 = 100 \Rightarrow$$

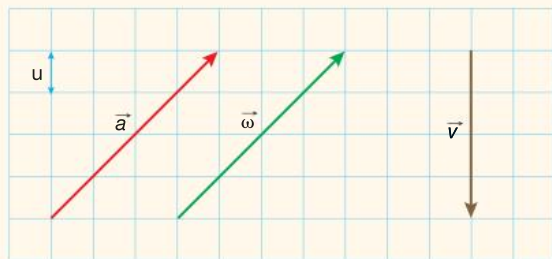
$$\Rightarrow v_x = \sqrt{50} \therefore v_x = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Portanto, as componentes retangulares do vetor têm módulo de $5\sqrt{2}$ m/s.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

5 Observe a figura em que foram representados três vetores, \vec{a} , \vec{w} e \vec{v} . Considerando a medida do lado do menor quadrado da malha como uma unidade (u), determine o módulo, a direção e o sentido do vetor resultante de:

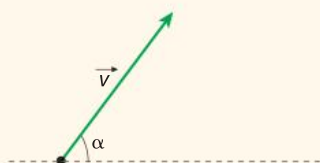


a) $\vec{a} + \vec{w}$

b) $\vec{a} - \vec{w}$

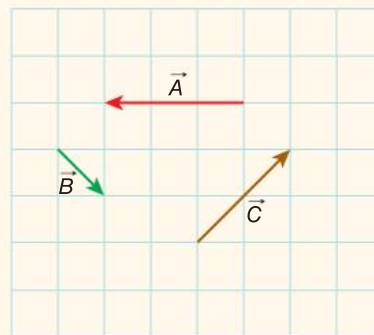
c) $\vec{a} + \vec{v}$

6 Dado o vetor \vec{v} , representado abaixo, determine o módulo de suas componentes retangulares \vec{v}_x e \vec{v}_y .



$$|\vec{v}| = 8 \text{ u} \\ \sin \alpha = 0,8 \\ \cos \alpha = 0,6$$

7 (Fatec-SP) Dados os vetores \vec{A} , \vec{B} e \vec{C} , representados na figura em que cada quadricula apresenta lado correspondente a uma unidade de medida, é correto afirmar que a resultante dos vetores tem módulo:



- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 6

Lançamentos no vácuo

ou: Por que os atletas que lançam dardos o fazem sempre pelo mesmo ângulo?

O maior alcance é sempre conseguido quando o lançamento é realizado sob um ângulo de 45° com a horizontal. A verificação matemática desse fato pode ser encontrada no *Suplemento para o professor*.

1 Introdução

 S4

No *Suplemento*, você encontra um experimento que será útil na abordagem da questão introdutória.

Em diversas situações estudadas em Física, é mais conveniente analisar o movimento como se ele fosse executado em duas direções perpendiculares independentes. Pense, por exemplo, no caso de um balão que sobe sofrendo a influência de um vento lateral. Enquanto sobe verticalmente, o balão se desloca horizontalmente por causa do vento (fig. 1). Movimentos desse tipo podem ser estudados como se fossem realizados de maneira independente nas duas direções. Nesse caso, estaremos **decompondo o movimento**.



FOTOS: BOYLOS/SHUTTERSTOCK

Figura 1 • Ao mesmo tempo que sobe verticalmente, o balão se move horizontalmente.

Nos esportes, encontramos muitas situações que permitem a mesma análise realizada para estudar o movimento do balão. O movimento de uma bola lançada por um atleta, por exemplo, pode ser estudado por meio da decomposição desse movimento nos eixos horizontal e vertical. Da mesma maneira, o movimento de um esportista de saltos ornamentais pode ser analisado, para efeito de estudo, nas direções vertical e horizontal: enquanto desce verticalmente, o atleta se distancia horizontalmente do trampolim do qual saltou.

2 Independência de movimentos simultâneos

Como vimos nos exemplos anteriores, a decomposição do movimento só pode ser efetuada porque os movimentos na direção vertical e horizontal são tratados de forma independente. Vejamos outra situação em que isso ocorre. Um pescador, posicionado na margem de um rio, ajeitando os remos de seu barco enquanto observa as folhas que boiam e são arrastadas pela correnteza, sabe que movimentar o barco rio acima exige um esforço bem maior que descer o rio a favor da correnteza. Nessa situação, estão presentes dois movimentos, um independente do outro: o movimento das águas, que gera a correnteza do rio, e o movimento do barco em relação às águas. Para compreender essa independência, basta pensar que a retirada do barco do rio em nada interferirá no valor da velocidade da correnteza, da mesma forma que o barco pode ser conduzido em um rio com correnteza ou em um lago sereno e calmo, com valor único de velocidade em relação às águas.

O **princípio da independência dos movimentos simultâneos**, proposto por Galileu, trata de situações semelhantes à do barco conduzido pela correnteza do rio e pode ser enunciado da seguinte maneira:

Quando um movimento é composto por dois ou mais movimentos que ocorrem ao mesmo tempo, podemos analisar cada um deles independentemente dos demais, mantendo, em cada caso, suas características físicas.

Considere um barco a motor que consegue desenvolver velocidade de módulo igual a 8 m/s quando navega em uma represa cujas águas são calmas, ou seja, em que não há correnteza. O valor da velocidade do barco em relação às águas, nesse caso, é igual à velocidade com que um observador parado na margem do lago o vê passar.

Ao navegar em um rio onde existe correnteza, o valor da velocidade do barco dependerá da posição do referencial de observação. Vamos supor que o módulo da velocidade da correnteza do rio ($\vec{v}_{\text{rio/margem}}$) seja igual a 1 m/s. Nessa condição, para um observador parado em uma das margens do rio ($\vec{v}_{\text{barco/margem}}$), o barco parecerá desenvolver 9 m/s, se navegar a favor da correnteza, e 7 m/s, se navegar contra a correnteza (fig. 2). Em relação à água do rio, entretanto, a velocidade do barco ($\vec{v}_{\text{barco/rio}}$) será, em todos os casos, igual a 8 m/s, velocidade imposta pelo motor.

3 Lançamento horizontal no vácuo

Imagine um helicóptero que está sobrevoando uma região deserta onde há um posto de vigilância. O piloto precisa jogar um pacote de mantimentos para as pessoas que trabalham no posto e sabe que deverá soltá-lo antes de passar pela vertical correspondente ao posto (fig. 3).

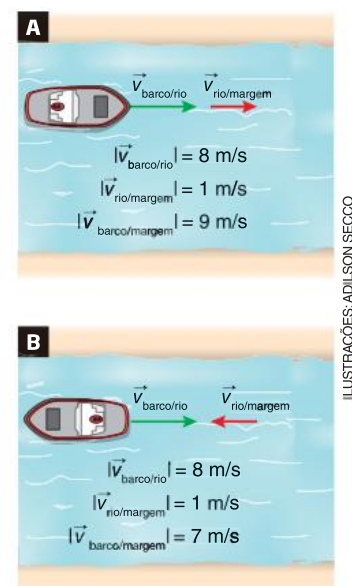


Figura 2 • (A) Quando o barco se move com velocidade de 8 m/s em um rio com correnteza favorável de 1 m/s, a velocidade do barco em relação a uma pessoa em repouso nas margens do rio é igual a 9 m/s. (B) Mas, se o barco se mover com velocidade de 8 m/s em um rio com correnteza desfavorável de 1 m/s, sua velocidade para uma pessoa em repouso em uma das margens do rio será de 7 m/s.

S5

Veja no **Suplemento orientações para a abordagem dos conteúdos do capítulo**.

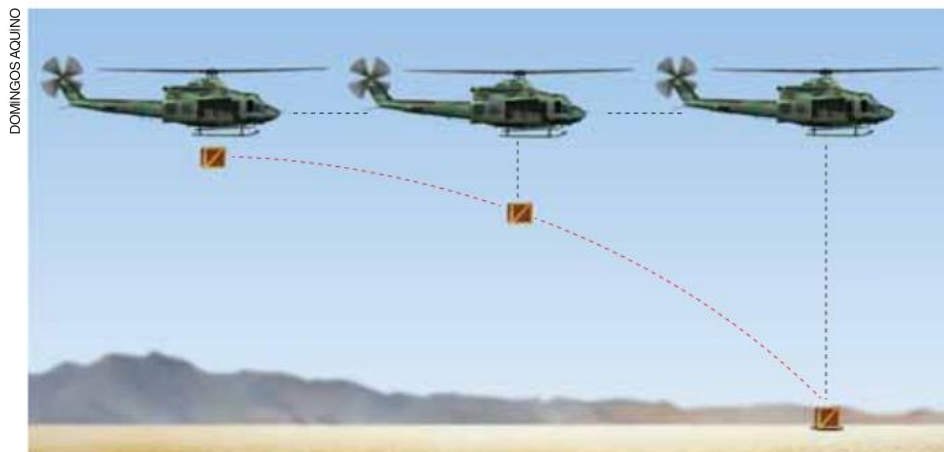


Figura 3 • O pacote, ao ser abandonado, tem a mesma velocidade do avião. Em um momento qualquer, intermediário da queda, a velocidade do pacote é resultante de duas velocidades: uma na horizontal e outra na vertical.

Desprezando a resistência do ar, um corpo lançado horizontalmente de certa altura, com determinado valor de velocidade, atinge o solo em certo tempo t . Outro corpo, solto, na vertical, da mesma altura, isto é, com velocidade inicial nula, demora para atingir o solo o mesmo intervalo de tempo t . Afinal, tanto num caso como no outro, a única aceleração a que ficam sujeitos os corpos é a aceleração da gravidade (g).

A figura 4 representa a queda de duas bolinhas, uma azul e outra laranja, de uma certa altura (H) em relação ao solo. A bolinha azul é lançada horizontalmente para a direita com determinado valor de velocidade ($\vec{v}_{0(x)}$), ao mesmo tempo que a bolinha laranja é abandonada.

A bolinha azul cai descrevendo uma trajetória parabólica, enquanto a bolinha laranja cai verticalmente em linha reta. No entanto, as distâncias verticais percorridas por uma e por outra bolinha, a cada intervalo de tempo, são iguais. Dessa forma, o movimento de queda da bolinha azul, lançada horizontalmente, pode ser decomposto em dois movimentos, um horizontal e outro vertical. O movimento horizontal é desenvolvido com velocidade constante ($\vec{v}_{0(x)}$), enquanto o movimento vertical é uniformemente variado, com aceleração de módulo igual à aceleração da gravidade (g).

Para exemplificar, vamos imaginar um corpo lançado horizontalmente com velocidade de 10 m/s de uma altura de 45 m. Desprezando a interferência da resistência do ar e fotografando a cada segundo, obtemos a representação gráfica indicada na figura 5 para a trajetória de queda do corpo.

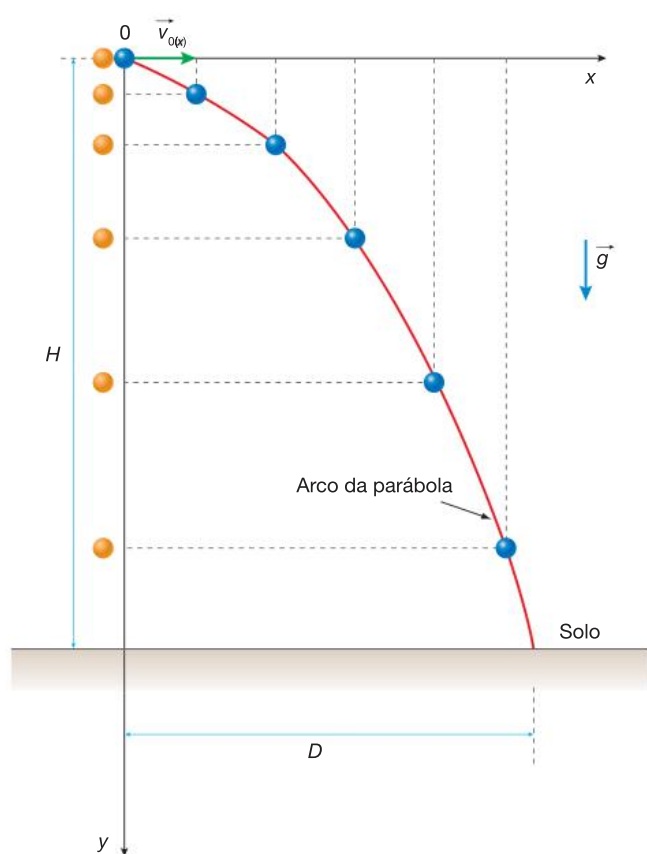


Figura 4

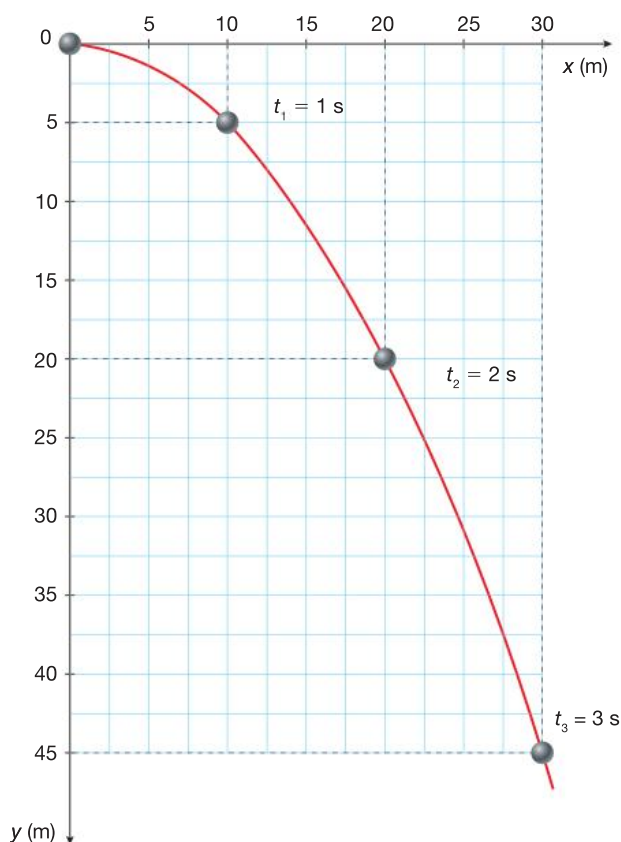


Figura 5

Note, na tabela 1, a seguir, que as posições horizontais (s_x) do corpo obedecem a uma equação do tipo $s_x = s_{0(x)} + v_{0(x)} \cdot t$, característica de um movimento retilíneo considerado uniforme (MRU).

Já a tabela 2 mostra que as posições verticais (s_y) ocupadas pelo corpo obedecem à equação do tipo $s_y = s_{0(y)} + v_{0(y)} \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2$, característica de um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), no qual a aceleração tem módulo igual ao da aceleração da gravidade terrestre, aproximadamente 10 m/s^2 .

Tabela 1 – Posições horizontais obtidas por meio da equação $s_x = 10t$ (SI)				
t (s)	0	1	2	3
s_x (m)	0	10	20	30

Tabela 2 – Posições verticais obtidas por meio da equação $s_y = 5t^2$ (SI)				
t (s)	0	1	2	3
s_y (m)	0	5	20	45

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Uma pessoa demora 5 minutos para se deslocar 60 metros rio abaixo e 15 minutos para se deslocar também 60 metros rio acima. Supondo constante o módulo da velocidade desenvolvida pela pessoa, qual é o módulo da velocidade da correnteza em relação às margens do rio?

Resolução

A velocidade da pessoa em relação às margens do rio é $\frac{60 \text{ m}}{5 \text{ min}} = 12 \text{ m/min}$ na descida, a favor da correnteza, e $\frac{60 \text{ m}}{15 \text{ min}} = 4 \text{ m/min}$ na subida do rio, contra a correnteza.

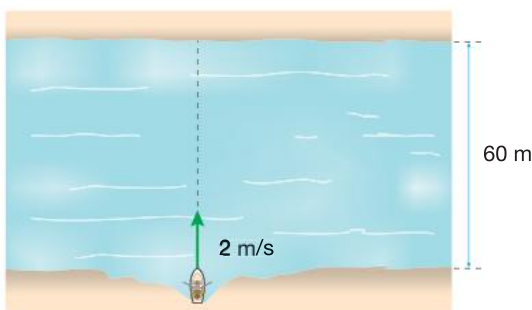
Considerando x a velocidade própria da pessoa e y a velocidade da correnteza, temos:

$$\begin{cases} x + y = 12 & (\text{na descida do rio}) \\ x - y = 4 & (\text{na subida do rio}) \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema de equações, encontramos $x = 8 \text{ m/min}$ e $y = 4 \text{ m/min}$. Portanto, o módulo da velocidade da correnteza do rio, em relação às margens, é igual a 4 m/min .

R2 Um remador orienta seu barco numa direção perpendicular às margens paralelas de um rio de largura igual a 60 m e impõe ao barco uma velocidade própria, em relação às águas, de módulo 2 m/s .

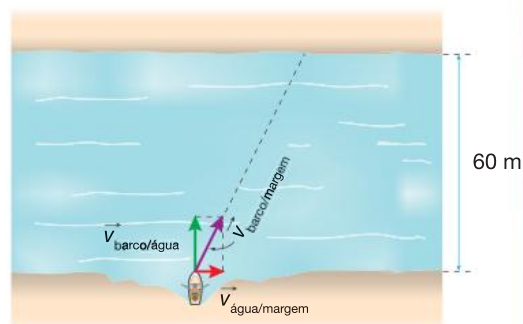
Se a velocidade da correnteza do rio é 1 m/s e paralela às margens, calcule o módulo da velocidade do barco em relação à margem.



Resolução

A velocidade do barco em relação à margem ($\vec{v}_{\text{barco/margem}}$) é o resultado da adição vetorial da velocidade do barco em relação à água ($\vec{v}_{\text{barco/água}}$) e da velocidade da água (correnteza) em relação à margem ($\vec{v}_{\text{água/margem}}$), ou seja:

$$\vec{v}_{\text{barco/margem}} = \vec{v}_{\text{barco/água}} + \vec{v}_{\text{água/margem}}$$

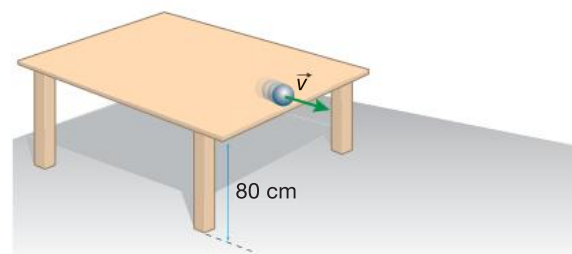


O módulo pode ser obtido por meio do teorema de Pitágoras.

$$(v_{\text{barco/margem}})^2 = (v_{\text{barco/água}})^2 + (v_{\text{água/margem}})^2 \Rightarrow (v_{\text{barco/margem}})^2 = (2)^2 + (1)^2$$

$$\therefore v_{\text{barco/margem}} = \sqrt{5} \text{ m/s}$$

R3 Uma bolinha rola sobre o tampo de uma mesa, paralelamente ao lado de maior medida, a 80 cm de altura do piso, conforme representado na figura abaixo.



No instante em que vai deixar o tampo da mesa e iniciar sua queda, a velocidade da bolinha tem módulo de 8 m/s .

a) Qual é o tempo de queda da bolinha?

- b) Quando a bolinha tocar o solo, a que distância estará da vertical que passa pelo ponto em que abandonou o tampo da mesa?

Resolução

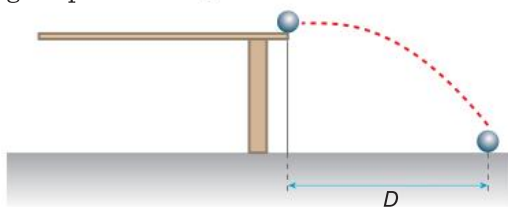
- a) A velocidade inicial de queda ($v_{0(y)}$) tem módulo nulo, pois, enquanto a bolinha está sobre a mesa, sua velocidade tem direção apenas na horizontal. Supondo $g = 10 \text{ m/s}^2$, podemos calcular:

$$s_y = s_{0(y)} + v_{0(y)} + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,80 = 0 + 0 + 5t^2 \therefore t = 0,4 \text{ s}$$

Portanto, a bolinha atinge o solo 0,4 s depois de deixar o tampo da mesa.

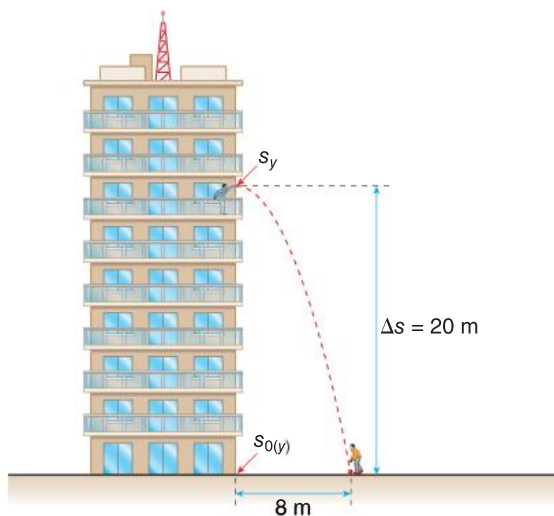
- b) A distância pretendida é representada na figura pela letra D .



Como a bolinha se moveu horizontalmente com velocidade de módulo $v = 8 \text{ m/s}$ durante 0,4 s, a distância D vale:

$$D = v \cdot t \Rightarrow D = 8 \cdot 0,4 \therefore D = 3,2 \text{ m}$$

- R4** Da janela de seu apartamento, a 20 m do solo, um morador lança horizontalmente a chave para outra pessoa, postada a 8 m da base do prédio.



Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, qual deve ser o valor da velocidade imposta à chave para que ela atinja exatamente os pés da pessoa?

Resolução

O tempo de queda da chave, que independe da velocidade horizontal de lançamento, pode ser assim obtido:

$$s_y = s_{0(y)} + v_{0(y)} + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20 = 0 + 5t^2 \therefore t = 2 \text{ s}$$

Portanto, a chave deve se deslocar horizontalmente 8 m em 2 s, devendo, para isso, ser lançada horizontalmente com velocidade de módulo igual a:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{8}{2} \therefore v = 4 \text{ m/s}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1** (UEMG) O tempo é um rio que corre. O tempo não é um relógio. Ele é muito mais do que isso. O tempo passa, quer se tenha um relógio ou não. Uma pessoa quer atravessar um rio num local onde a distância entre as margens é de 50 m. Para isso, ela orienta o seu barco perpendicularmente às margens. Considere que a velocidade do barco em relação às águas seja de 2,0 m/s e que a correnteza tenha uma velocidade de 4,0 m/s. Sobre a travessia desse barco, escreva em seu caderno a afirmação **correta**:

- Se a correnteza não existisse, o barco levaria 25 s para atravessar o rio. Com a correnteza, o barco levaria mais do que 25 s na travessia.
- Como a velocidade do barco é perpendicular às margens, a correnteza não afeta o tempo de travessia.
- O tempo de travessia, em nenhuma situação, seria afetado pela correnteza.
- Com a correnteza, o tempo de travessia do barco seria menor que 25 s, pois a correnteza aumenta vetorialmente a velocidade do barco.

- 2** Um avião voa com velocidade própria de 600 km/h em direção ao norte, em uma região de ventos de 80 km/h soprando de norte para sul. Calcule o módulo do vetor velocidade resultante do avião e determine sua direção e seu sentido.

- 3** Três pequenas esferas de aço estão posicionadas nos degraus de uma escada, conforme representado na ilustração a seguir.

As esferas A e B serão lançadas horizontalmente e ao mesmo tempo com velocidade de módulos $v_A = 10 \text{ m/s}$ e $v_B = 8 \text{ m/s}$. Já a esfera C apenas cairá verticalmente, saindo do degrau no mesmo instante em que as demais esferas forem lançadas.



- a) Qual das esferas, *B* ou *C*, atingirá primeiro o solo? Por quê?
 b) Qual das esferas, *A* ou *B*, atingirá primeiro o solo? Por quê?

4 Uma pedra é lançada horizontalmente, de uma altura de 7,2 m em relação ao solo, com velocidade de 15 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine para essa pedra:
 a) o tempo de queda;
 b) a distância horizontal percorrida.

5 De um avião em voo horizontal, a 500 m de altura em relação ao solo, é, em determinado instante, solto um pacote de mantimentos que atinge o solo a 1.500 m da vertical inicial do avião. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine o módulo da velocidade do avião no instante em que o pacote foi abandonado.

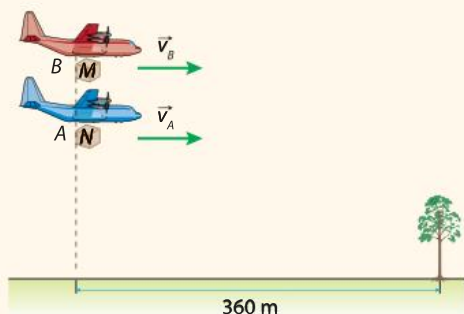
6 (PUC-RJ) Uma bola é lançada com velocidade horizontal de 2,5 m/s do alto de um edifício e alcança o solo a 5,0 m da base do mesmo. Despreze efeitos de resistência do ar e indique, em metros, a altura do edifício.
 (Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 b) 2,0 c) 7,5 d) 20 e) 12,5

7 Uma bola foi lançada horizontalmente do alto de um prédio de 80 m de altura com velocidade de 20 m/s. (Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- a) Calcule o tempo de queda e a distância horizontal percorrida pela bola.
 b) Desenhe em seu caderno a trajetória que a bola descreveu em sua queda, marcando a altura e o deslocamento horizontal ao final de 1 s, 2 s e 3 s de movimento.
 c) Calcule o módulo da velocidade da bola ao atingir o chão.

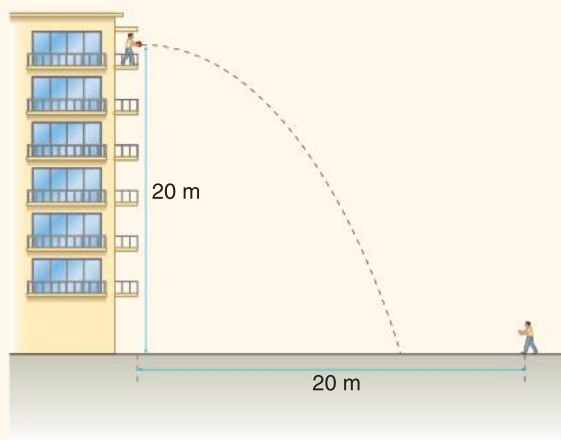
8 Dois aviões, *A* e *B*, em voos paralelos ao solo, estão na mesma vertical quando soltam, simultaneamente, dois pacotes, *M* e *N*, conforme representado na figura.



O pacote *N*, solto pelo avião *A*, cai aos pés da árvore 4 s após ter sido solto, enquanto o pacote *M*, solto pelo avião *B*, chega também aos pés da árvore após 4,5 s do início de sua queda. Despreze a resistência do ar, adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule:

- a) os módulos das velocidades horizontais desenvolvidas pelos aviões *A* e *B*;
 b) a altura de cada avião em relação ao solo.

9 Da janela de seu apartamento, a 20 m de altura, Lucas lança horizontalmente uma bola em direção a Mário, que está no solo, a 20 m da base do prédio. Quando Mário percebe que a bola não chegará até ele, parte acelerando a $2,0 \text{ m/s}^2$ em direção à base do prédio e consegue apanhar a bola exatamente quando ela estava prestes a bater no chão.



Despreze a resistência do ar e responda:

- a) Quanto tempo demorou o movimento da bola, desde que foi lançada por Lucas até que foi pega por Mário?
 b) Quantos metros Mário correu até conseguir pegar a bola?
 c) Qual foi o módulo da velocidade de lançamento da bola?

10 (Uerj) Três bolas – *X*, *Y* e *Z* – são lançadas da borda de uma mesa, com velocidades iniciais paralelas ao solo e mesma direção e sentido. A tabela a seguir mostra as magnitudes das massas e das velocidades iniciais das bolas.

Bolas	Massa (g)	Velocidade inicial (m/s)
X	5	20
Y	5	10
Z	10	8

As relações entre os respectivos tempos de queda, t_x , t_y e t_z , das bolas, *X*, *Y* e *Z*, estão apresentadas em:

- a) $t_x < t_y < t_z$ c) $t_z < t_y < t_x$
 b) $t_y < t_z < t_x$ d) $t_y = t_x = t_z$

4 Lançamento oblíquo no vácuo

Um atleta de ponta chega a atingir mais de 7 metros em uma prova de salto em distância (fig. 6).

Para conseguir marcas como a da campeã olímpica norte-americana Tianna Bartoletta, 7,14 m, um atleta sabe que deve atingir o ponto inicial do salto com a maior velocidade que conseguir. Além disso, precisa abandonar o solo formando um ângulo específico que lhe permita “voar” o maior tempo possível. Nessa tarefa, o atleta lança-se obliquamente, com uma velocidade \vec{v}_0 que forma um ângulo α com a linha horizontal.

O movimento do atleta em seu salto pode ser decomposto nas direções vertical e horizontal. Para iniciar a análise do movimento, devemos decompor a velocidade inicial do atleta (\vec{v}_0) em suas componentes horizontal ($\vec{v}_{0(x)}$) e vertical ($\vec{v}_{0(y)}$), conforme representado na figura 7.

O cálculo a seguir nos dá o módulo das componentes horizontal e vertical de \vec{v}_0 :

$$\cos \alpha = \frac{v_{0(x)}}{v_0} \Rightarrow v_{0(x)} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{v_{0(y)}}{v_0} \Rightarrow v_{0(y)} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

Desprezando a resistência do ar, o movimento do atleta na direção horizontal é uniforme, ou, em outras palavras, o módulo de $v_{0(x)} = v_0 \cdot \cos \alpha$, calculado a partir da decomposição de \vec{v}_0 , permanecerá constante durante toda a duração do movimento.

O movimento vertical do atleta subindo e descendo é uniformemente variado, com aceleração igual à aceleração da gravidade, isto é, aproximadamente 10 m/s^2 , e velocidade inicial de módulo igual a $v_{0(y)} = v_0 \cdot \sin \alpha$. Assim, na subida, o movimento é retardado e, na descida, é acelerado.

Convém observar ainda que, no ponto mais alto de um movimento desse tipo, o corpo lançado não para de se mover, isto é, ao atingir o **ápice** da trajetória, o corpo tem velocidade vertical nula ($v_{0(y)} = 0$) e velocidade horizontal de módulo igual ao módulo da velocidade horizontal inicial do movimento ($v_{0(x)} \neq 0$), conforme podemos observar na figura 8.



ANDY LYONS/GETTY IMAGES

Figura 6 • A atleta Tianna Bartoletta conquistou a medalha de ouro ao saltar 7,14 m no Mundial de Atletismo de Pequim, em 2015.

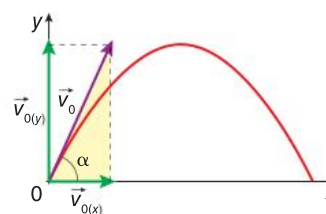


Figura 7

Ápice. Ponto mais alto ou topo de determinada trajetória.

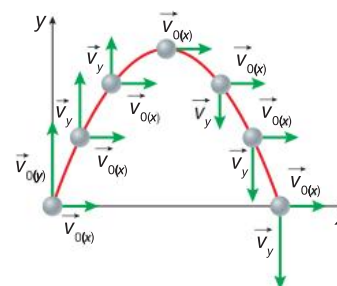


Figura 8 • O vetor $\vec{v}_{0(x)}$ é constante ao longo de toda a trajetória. No ponto mais alto da trajetória o módulo do vetor $\vec{v}_{0(y)}$ é nulo.

Já sabe responder?

Por que os atletas que lançam dardos o fazem sempre pelo mesmo ângulo?



CHRISTIAN CHARISIUS/DPA/AFIP



LEE JIN-MAN/AP/GLOW IMAGES

Atletas em posição de arremesso de dardo.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R5 Um jogador chuta uma bola, imprimindo-lhe uma velocidade inicial de módulo 30 m/s. Desprezando os efeitos do ar sobre o movimento da bola e sabendo que ela deixou o solo sob um ângulo de inclinação que tem seno igual a 0,6 e cosseno igual a 0,8 e que o valor da aceleração gravitacional terrestre é igual a 10 m/s², calcule:

- o tempo para a bola retornar ao solo;
- a máxima altura vertical atingida pela bola;
- o alcance horizontal (D);
- o módulo da velocidade aos 3 s de sua partida do solo.

Resolução

a) Primeiro, decompos a velocidade inicial da bola.

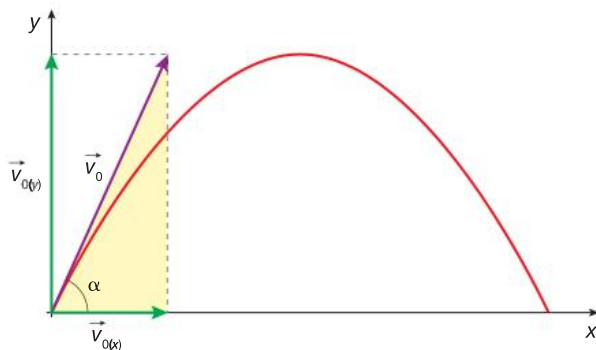
$$\cos \alpha = \frac{v_{0(x)}}{v_0} \Rightarrow v_{0(x)} = v_0 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{0(x)} = 30 \cdot 0,8 \therefore v_{0(x)} = 24 \text{ m/s}$$

e

$$\sin \alpha = \frac{v_{0(y)}}{v_0} \Rightarrow v_{0(y)} = v_0 \cdot \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{0(y)} = 30 \cdot 0,6 \therefore v_{0(y)} = 18 \text{ m/s}$$



Na direção vertical, o movimento da bola é acelerado e tem velocidade inicial de módulo 18 m/s. Com essas informações, podemos obter o tempo para que a bola retorne ao solo de duas maneiras:

- a partir da **função horária de sua velocidade vertical**, lembrando que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade vertical (v_y) é nula.

$$v_y = v_{0(y)} + gt \Rightarrow 0 = 18 - 10t \therefore t_{\text{subida}} = 1,8 \text{ s}$$

Como o tempo de subida da bola é igual ao tempo de descida, o tempo para ela retornar ao solo é: $t_{\text{total}} = 2 \cdot t_{\text{subida}} \Rightarrow t_{\text{total}} = 3,6 \text{ s}$

- a partir da **função horária de sua posição vertical**, lembrando que, após a escolha de um referencial no solo, as posições inicial e final da bola são iguais a zero.

$$s_y = s_{0y} + v_{0(y)} \cdot t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = 0 + 18t - 5t^2 \Rightarrow t(18 - 5t) = 0$$

$$\therefore t_{\text{total}} = 3,6 \text{ s}$$

b) Podemos obter a altura máxima de duas maneiras:

- pela **equação de Torricelli**, lembrando que $v_{0(y)} = 18 \text{ m/s}$, $v_0 = 0$ no ponto mais alto, e considerando $g = -10 \text{ m/s}^2$.

$$(v_y)^2 = (v_{0(y)})^2 + 2g \cdot \Delta s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (0)^2 = (18)^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta s$$

$$\therefore \Delta s = 16,2 \text{ m}$$

- pela **função horária da posição vertical da bola**, lembrando que $v_{0(y)} = 18 \text{ m/s}$, $g = -10 \text{ m/s}^2$ e que o tempo de subida é de 1,8 s, calculado no item a.

$$s = s_0 + v_{0(y)}t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = 0 + 18 \cdot (1,8) + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot (1,8)^2$$

$$\therefore s = 16,2 \text{ m}$$

- c) Para determinar o alcance horizontal (D), precisamos considerar a velocidade horizontal, suposta constante, e o tempo que a bola demora para retornar ao solo.

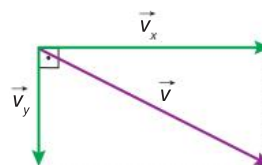
$$D = v_{0(x)} \cdot t_{\text{total}} \Rightarrow D = 24 \cdot 3,6$$

$$\therefore D = 86,4 \text{ m}$$

- d) A velocidade da bola aos 3 s é resultante das velocidades vertical e horizontal nesse instante.

$v_x = v_{0(x)} = 24 \text{ m/s}$ (Na direção horizontal, o movimento é uniforme.)

$v_y = v_{0(y)} + gt \Rightarrow v_y = 18 - 10 \cdot 3 \therefore v_y = -12 \text{ m/s}$ (Na direção vertical, o movimento é acelerado; aos 3 segundos, a bola está descendo, e por isso o valor de sua velocidade é negativo.)



O módulo da velocidade resultante será assim determinado:

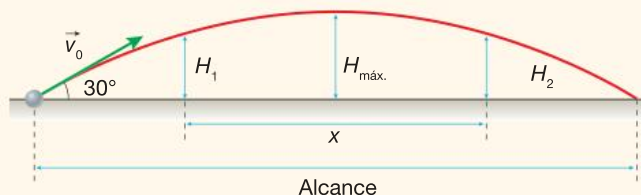
$$v^2 = (v_x)^2 + (v_y)^2 \Rightarrow v^2 = (24)^2 + (-12)^2$$

$$\therefore v = 12\sqrt{5} \text{ m/s} \approx 26,8 \text{ m/s}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 11** Um corpo é lançado para cima, com velocidade inicial de 50 m/s, numa direção que forma um ângulo de 60° com a horizontal (dados: $\sin 60^\circ \approx 0,87$; $\cos 60^\circ = 0,50$). Desprezando a resistência do ar, calcule:
- a velocidade do corpo no ponto mais alto da trajetória;
 - a altura máxima atingida pelo corpo;
 - a distância horizontal entre o ponto de lançamento e o ponto em que o corpo volta ao solo.
- 12** Determine o alcance horizontal e a altura máxima de uma pedra lançada com velocidade de 10 m/s sob um ângulo de 60° com o solo. (Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\sqrt{3} = 1,7$.)
- 13** Observe a representação da trajetória de um corpo lançado obliquamente sob ângulo de 30° com o solo:

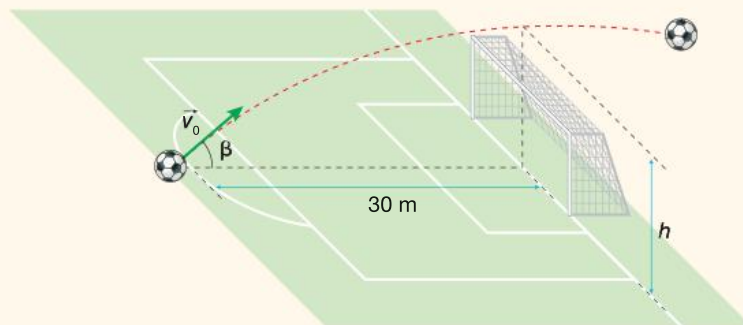


Dado que $v_0 = 16 \text{ m/s}$, adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 30^\circ = 0,5$ e $\cos 30^\circ \approx 0,87$, e desprezando a resistência do ar, calcule:

- a altura máxima ($H_{\text{máx.}}$) atingida pelo corpo em sua trajetória;
 - o alcance, isto é, a distância horizontal percorrida entre o ponto inicial e o ponto em que o corpo retorna ao solo;
 - a altura H_1 que o corpo atinge no instante 0,4 s;
 - a altura H_2 que o corpo atinge 0,4 s após passar pelo ponto de altura máxima.
- 14** (Mackenzie-SP) Um zagueiro chuta uma bola na direção do atacante de seu time, descrevendo uma trajetória parabólica. Desprezando a resistência do ar, um torcedor afirmou que:
- A aceleração da bola é constante no decorrer de todo o movimento.
 - A velocidade da bola na direção horizontal é constante no decorrer de todo o movimento.
 - A velocidade escalar da bola no ponto de altura máxima é nula.
- Indique no caderno:
- Se somente a afirmação I estiver correta.
 - Se somente as afirmações I e III estiverem corretas.
 - Se somente as afirmações II e III estiverem corretas.
 - Se as afirmações I, II e III estiverem corretas.
 - Se somente as afirmações I e II estiverem corretas.

- 15** Um jogador chutou uma bola quando ela estava a 30 m do gol. A bola iniciou sua trajetória com velocidade de 25 m/s numa direção que formava um ângulo β com o solo. A bola não entrou no gol, passando por cima do travessão, conforme ilustrado na figura ao lado.

Adotando $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{3}{5}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, despreze a resistência do ar e calcule a altura h em que a bola estava ao passar sobre o travessão do gol.



O salto em distância e o cálculo da velocidade

Ao saltar verticalmente para o alto, conseguimos atingir certa altura em relação ao solo. Mas a altura atingida pode variar, pois há pessoas que chegam a alturas maiores do que outras, como os atletas de vôlei ou de basquete, que conseguem maior velocidade vertical inicial de salto.

CHRISTIAN PETERSEN/GETTY IMAGES



DOUG MILLS/THE NEW YORK TIMES/LATINSTOCK

Para atingir maiores distâncias horizontais em um salto, um atleta precisa saber combinar alguns fatores, como a velocidade com que chega ao ponto de salto e o traçado de seu percurso no ar.

TECHNOTRIGGETTY IMAGES



Um atleta olímpico de salto em distância consegue atingir de 10 a 12 m/s a partir do momento em que inicia seu deslocamento do solo, sob ângulos de cerca de 20° .

Os recordes mundiais de salto em distância pertencem ao atleta norte-americano Mike Powell, que saltou 8,95 m em 1991, e à atleta eslovena Galina Chistyakova, que saltou 7,52 m em 1988.

- 1 Para uma mesma velocidade inicial de salto, qual atleta tende a atingir maior distância: um que salte sob ângulo de 20° com a horizontal ou um que salte sob ângulo de 25° com a horizontal? Por quê?
- 2 Com o auxílio de uma calculadora, determine a medida do alcance do salto de um atleta que atinja 10 m/s no ponto inicial do salto e consiga saltar sob ângulo de 24° em relação ao solo. Para calcular, você precisará de:
 $\sin 24^\circ = 0,4067$; $\cos 24^\circ = 0,9135$ e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Movimento circular uniforme (MCU)

ou: Por que os habitantes de Manaus movem-se mais rapidamente que os habitantes de Porto Alegre?

S6

No Suplemento, você encontra orientações para o trabalho da questão introdutória.

1 Introdução

Em uma volta da Terra, pontos em latitudes diferentes percorrem distâncias diferentes durante o mesmo tempo (24 horas) e, portanto, desenvolvem velocidades diferentes. A cidade de Porto Alegre está localizada na latitude aproximada de 30° , enquanto Manaus está a 0° . Assim, Manaus move-se com maior velocidade que Porto Alegre.

Quando um ciclista empurra para baixo o pedal de sua bicicleta, fazendo-o girar, faz girar também as coroas, as catracas e, por fim, as rodas. O resultado dessa ação é o deslocamento da bicicleta. Nesse processo, infinitos pontos de cada um dos elementos – coroas, catracas e rodas – dependem uns dos outros para se mover, ou seja, as coroas estão ligadas às catracas por meio de uma corrente, e as catracas estão acopladas ao eixo da roda traseira. Os giros dos pontos da roda, da coroa e da catraca de uma bicicleta podem nos ajudar a estudar as características do movimento circular.

THOMAS VAN BRACHT/DEMOTIX/
CORBIS/LATINSTOCK



Figura 1 •
O movimento circular pode ser observado em uma prova de ciclismo.

2 Abordagem escalar do movimento circular uniforme

Todos os pontos das rodas giram simultaneamente durante o movimento da bicicleta. Vamos analisar, porém, o caso de um ponto situado à maior distância possível do centro de uma das rodas, isto é, um ponto da periferia da roda (fig. 2).

Seguindo uma tendência mundial, cidades brasileiras vêm adotando a implantação de ciclovias. Quais são as vantagens da instalação de ciclovias?

S7

No *Suplemento*, há comentários sobre esta atividade.

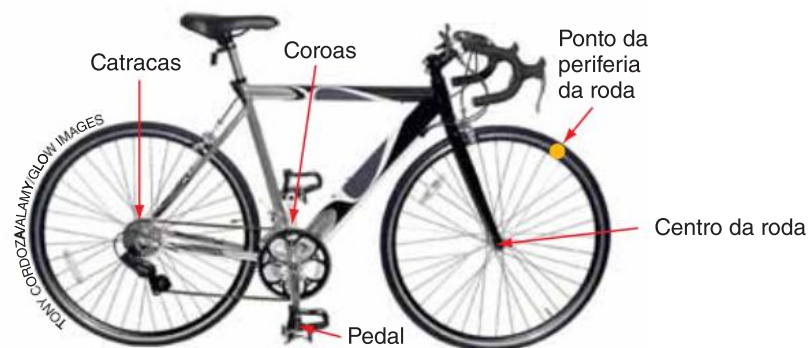


Figura 2

Se o raio da roda de uma bicicleta medir, por exemplo, 20 cm, a bicicleta percorrerá a cada volta a distância equivalente ao perímetro da roda:

$$P = 2\pi R \Rightarrow P = 2 \cdot \pi \cdot 20 \Rightarrow \\ \Rightarrow P = 40\pi \text{ cm} \approx 125,6 \text{ cm} \approx 1,26 \text{ m}$$

O valor da velocidade da bicicleta em seu deslocamento dependerá do intervalo de tempo decorrido em cada volta da roda. Supondo, por exemplo, que tenham sido completadas 100 voltas em 20 segundos ($\Delta s_{100} = 100 \cdot 1,26 \text{ m} = 126 \text{ m}$), teremos o seguinte valor para a velocidade escalar média da bicicleta:

$$v_m = \frac{\Delta s_{100}}{\Delta t} = \frac{126}{20} \therefore v_m = 6,3 \text{ m/s}$$

Veículos sobre rodas movem-se a partir dos giros das rodas. Quanto maior a quantidade de giros da roda por unidade de tempo, mais rapidamente o veículo se deslocará, desde que não derrape. Nessa situação, o valor da velocidade de giro de um ponto sobre a periferia da roda, denominada **velocidade linear**, coincidirá com o valor da velocidade de deslocamento em linha reta do veículo.

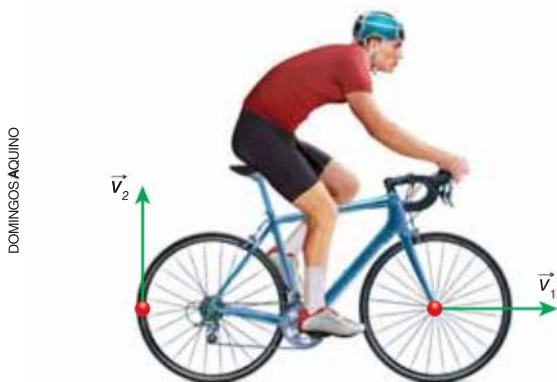


Figura 3 • A velocidade \vec{v}_1 é a velocidade de deslocamento da bicicleta, e a velocidade \vec{v}_2 , a velocidade de giro de um ponto da roda, que denominamos velocidade linear. Em deslocamentos em linha reta e sem derrapagem, ambas possuem o mesmo valor.

Período e frequência

Ao movimento do ponto sobre a periferia da roda, podemos associar duas grandezas: **período** e **frequência**.

- **Período (T):** intervalo de tempo correspondente a uma volta completa de um ponto fora do centro da roda.

- **Frequência (f):** quantidade de voltas que um ponto fora do centro da roda completa por unidade de tempo.

$$1 \text{ volta/s} = 1 \text{ rps} = 1 \text{ hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$$

Um ponto que gira com velocidade constante em torno de uma circunferência e completa uma volta a cada 0,04 s, por exemplo, tem período (T) igual a 0,04 s e frequência (f) que pode ser obtida a partir do reconhecimento da proporcionalidade entre o número de voltas e o intervalo de tempo.

$$\frac{0,04 \text{ s}}{1 \text{ s}} = \frac{1 \text{ volta}}{x \text{ voltas}}$$

Dessa expressão, concluímos que $x = 25$ voltas por segundo, ou que a frequência de rotação do ponto é igual a $25 \text{ rps} = 25 \text{ Hz}$.

Quando o ponto que gira em torno de uma circunferência mantém constante o valor de sua velocidade linear, ele desenvolve um **movimento circular uniforme (MCU)**, e seu período de rotação (T) é constante e está relacionado à frequência (f) de rotação da seguinte forma:

$$\frac{1 \text{ volta}}{T} = \frac{f}{1} \Rightarrow f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

Uma unidade de frequência bastante utilizada, especialmente para medir a rotação do eixo das rodas de automóveis, é a **rpm**, isto é, as **rotações por minuto**, ou, ainda, as **revoluções por minuto**.

A conversão para rpm de um valor de frequência expresso em rps pode ser feita multiplicando o valor em rps por 60, pois há 60 segundos em cada minuto.

$$1 \text{ rps} = 1 \text{ Hz} = 60 \text{ rpm}$$

Velocidade angular

Outro conceito importante na análise de um movimento circular, além do período e da frequência de rotação, é o de **velocidade angular**.

A velocidade angular de um ponto que se move com velocidade constante em torno de uma circunferência é a grandeza que expressa o valor da medida do arco (em graus ou em radianos) descrito pelo ponto por unidade de tempo.

Se um ponto gira com velocidade constante em torno de uma circunferência e percorre, por exemplo, um arco θ de 45° em 0,5 s, ele desenvolve velocidade angular correspondente a $90^\circ/\text{s}$. Identificando a velocidade angular pela letra grega ômega (ω), temos, nesse caso:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{45^\circ}{0,5 \text{ s}} = 90^\circ/\text{s}$$

O valor da velocidade angular pode ser expresso na unidade “graus por segundo”, ou na unidade “radianos por segundo”. Dada a correspondência entre π radianos e 180° , o valor calculado anteriormente pode ser escrito assim:

$$\omega = \frac{90^\circ}{\text{s}} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

Um ponto girando sobre uma circunferência de raio R , com velocidade linear de valor constante v , executa um movimento circular uniforme. Nesse tipo de movimento, iremos trabalhar com as grandezas **período (T)**, **frequência (f)** e **velocidade angular (ω)**.

hertz (Hz). Unidade adotada no SI para medir frequências. Foi assim denominada em homenagem ao físico alemão Heinrich Hertz (1857-1894), reconhecido pesquisador dos fenômenos ondulatórios.

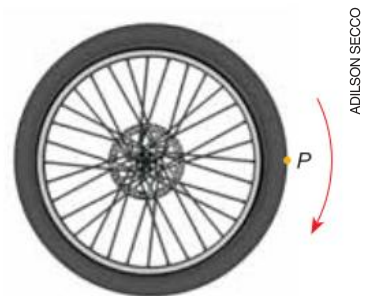


Figura 4 • A quantidade de voltas que o ponto P completa por segundo é a frequência de rotação na unidade **rps** (rotações por segundo). Voltas ou ciclos por segundo também são indicados pela unidade **hertz (Hz)**.



Figura 5 • Tacômetro é o nome do aparelho que registra a frequência de rotação das rodas.

Considerando que o ponto percorre, em uma volta, um arco equivalente ao perímetro da circunferência, ou seja, $2\pi R$, podemos relacionar matematicamente essas grandezas da seguinte maneira:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (I)$$

Como já deduzimos que a frequência (f) é igual ao inverso do período (T), podemos escrever:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v = 2\pi Rf$$

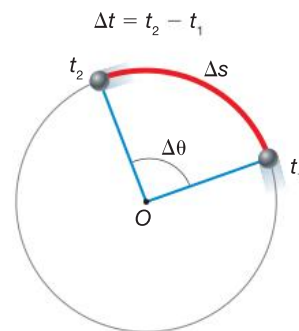
Entretanto, sabemos que um arco de 2π radianos é percorrido durante um intervalo de tempo igual ao período de rotação do movimento, o que permite escrever:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (II)$$

Ao substituir (II) em (I), obtemos:

$$v = \omega R$$

A equação acima permite relacionar a velocidade linear (v) e a velocidade angular (ω) (fig. 6).



ADILSON SECCO

Figura 6 • A velocidade linear (v) é dada pela razão entre o comprimento do arco e o tempo, e a velocidade angular (ω) é dada pela razão entre a variação angular, associada ao arco, e o tempo.

$$\text{Velocidade linear} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\text{Velocidade angular} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$



S8

Veja no **Suplemento** comentários e sugestões sobre a transmissão do movimento em automóveis.

Para saber mais

Conexões com o cotidiano

Transmissão de movimentos em uma bicicleta

Os pedais de uma bicicleta giram junto com a coroa, na frequência imposta pelo ciclista. Assim, se os pedais giram, por exemplo, quatro vezes por segundo, a coroa gira nessa mesma frequência. Nessa condição, qual será o valor da frequência de rotação da roda traseira, responsável por conduzir a bicicleta para a frente? Para responder é necessário analisar as medidas dos raios da coroa e da catraca.



Representação do sistema de transmissão em bicicletas.

Uma corrente liga a coroa às catracas, e é por meio dela que o movimento de rotação da coroa é comunicado à catraca. Se catraca e coroa tiverem raios de mesma medida, uma volta da coroa implicará uma volta da catraca. As medidas desses raios, de modo

geral, não são iguais; habitualmente, a coroa tem raio maior que a catraca.

No caso em que a medida do raio da coroa for, por exemplo, o dobro da medida do raio da catraca, cada volta da coroa implicará duas voltas da catraca.

A velocidade linear de um ponto da periferia da coroa tem o mesmo valor da velocidade linear de um ponto da periferia da catraca e mesma velocidade de um ponto qualquer da corrente.

Assim, a frequência de rotação da catraca será n vezes a de rotação da coroa, quando a medida do raio da coroa for n vezes a medida do raio da catraca, o que permite escrever:

$$\frac{R_{\text{catraca}}}{R_{\text{coroa}}} = \frac{f_{\text{coroa}}}{f_{\text{catraca}}}$$

As rodas da bicicleta, por sua vez, giram na mesma frequência da catraca.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- Analisando o movimento simultâneo de coroa, catraca e roda, responda: em qual desses elementos é maior o módulo da:
 - a) velocidade angular? Por quê?
 - b) velocidade linear de um ponto na periferia? Por quê?

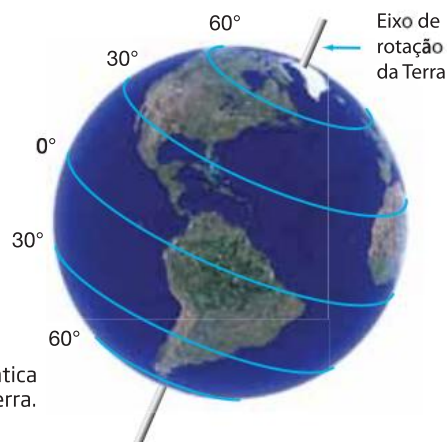
Já sabe responder?

Por que os habitantes de Manaus movem-se mais rapidamente que os habitantes de Porto Alegre?

Cada latitude terrestre pode ser associada a uma circunferência. Entre todas as latitudes, a de maior circunferência é a do Equador (latitude 0°). A cidade de Manaus localiza-se nessa latitude.

Um ponto em qualquer uma das latitudes completa uma volta em 24 horas.

Representação esquemática do planeta Terra.



RICARDO YORIO

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R1** As rodas de um automóvel estão girando a 1.200 rpm. Se um ponto da periferia do pneu está a 22 cm do centro, qual é, aproximadamente, em km/h, a velocidade desenvolvida pelo automóvel, supondo que não ocorra derrapagem?

► Resolução

Primeiro, escrevemos a frequência de rotação em rps:

$$f = 1.200 : 60 \therefore f = 20 \text{ rps}$$

Em seguida, calculamos o perímetro da circunferência, que corresponde à distância que o automóvel percorre a cada volta da roda:

$$P = 2\pi R = 2\pi \cdot 22 \text{ cm} = 44\pi \text{ cm} \approx 44 \cdot 3,14 \text{ cm} \approx 138,2 \text{ cm} \approx 1,4 \text{ m}$$

Se a cada volta o automóvel percorre 1,4 m, em 20 voltas percorrerá $20 \cdot 1,4 \text{ m} = 28 \text{ m}$. Assim, a velocidade do automóvel é, aproximadamente, 28 m/s. Convertendo essa velocidade para km/h, teremos:

$$v = 28 \cdot 3,6 \therefore v = 100,8 \text{ km/h}$$

Portanto, a velocidade do automóvel é, aproximadamente, 100,8 km/h.

- R2** Na figura a seguir, são dadas as medidas do diâmetro dos elementos importantes para o movimento da bicicleta.



TONY CORDOZA/LAMY/GLOW IMAGES

Se o ciclista pedala, sem derrapar e em linha reta, numa frequência de 90 rpm, qual é a velocidade que desenvolve em km/h? (Adote $\pi = 3,14$.)

► Resolução

A cada volta da roda, a bicicleta percorre a seguinte distância:

$$P = \pi D = 3,14 \cdot 1,0 \text{ m} = 3,14 \text{ m}$$

A cada minuto, o ciclista imprime à coroa 90 rotações. O número de rotações da catraca é maior que 90 rpm. A relação entre as frequências de rotação da coroa e da catraca e as medidas de seus raios é inversamente proporcional. Se o raio da coroa mede, por exemplo, 3 vezes mais que o raio da catraca, cada volta na coroa implicará 3 voltas na catraca e, conseqüentemente, na roda. Por isso, podemos escrever uma proporção da seguinte forma:

$$\begin{aligned} v_{\text{catraca}} &= v_{\text{coroa}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{R_{\text{catraca}}}{R_{\text{coroa}}} &= \frac{f_{\text{coroa}}}{f_{\text{catraca}}} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{90}{f_{\text{catraca}}} \\ \therefore f_{\text{catraca}} &= 225 \text{ rpm} \end{aligned}$$

A frequência de rotação da catraca coincide com a frequência de rotação da roda, pois ambas giram no mesmo eixo. Como o ciclista se movimenta em linha reta e não ocorre derrapagem, a velocidade linear da roda é igual à velocidade escalar da bicicleta; assim:

$$\begin{aligned} v &= f_{\text{catraca}} \cdot P = 225 \text{ rpm} \cdot 3,14 \text{ m} = \\ &= 706,5 \text{ m/min} \end{aligned}$$

Convertendo essa velocidade para km/h, temos:

$$\begin{aligned} 706,5 \frac{\text{m}}{\text{min}} &= 706,5 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1.000 \text{ m}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \approx \\ &\approx \boxed{42,4 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- Qual é o período de rotação, em segundos, de um ponto da periferia de uma roda que gira na frequência de 600 rpm?
- Um veículo, com rodas de 1 m de diâmetro, desenvolve velocidade constante de 108 km/h, sem que suas rodas derrapem. Adotando $\pi = 3$, calcule:
 - a distância que o veículo percorre a cada volta de suas rodas;
 - o tempo que suas rodas demoram para dar uma volta completa;
 - a frequência de rotação das rodas em rpm.
- A roda da frente de um trator tem 80 cm de diâmetro e a roda de trás tem 1,60 m. Se o trator desenvolve velocidade constante de 10 m/s, sem que suas rodas derrapem, responda:



- Qual das duas rodas, a da frente ou a de trás, gira com maior velocidade?
- Qual das duas rodas tem maior frequência em rpm? Justifique com cálculos.

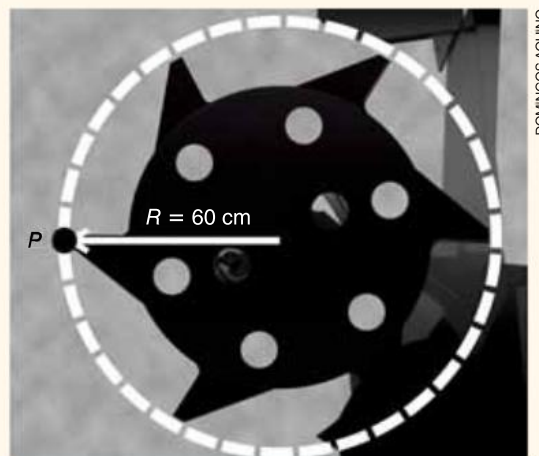
Para os exercícios 4 a 10 adote $\pi = 3$.

- Em um carrossel de raio 4 m, Rafael gira observado por sua mãe, que o vê passar à sua frente a cada 25 segundos.
 - Qual é o valor da velocidade angular do carrossel, em rad/s?
 - Qual é o valor da velocidade linear, em m/s, com que Rafael se desloca?
- Observe no desenho a seguir a medida da roda do pneu de certo automóvel.



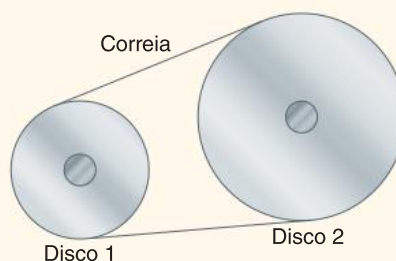
Qual é a frequência de rotação dos pneus desse carro, em rpm, quando estiver desenvolvendo velocidade linear de 90 km/h?

- Um ponto na periferia do pneu de um carro de corrida está a 30 cm do centro da roda. Qual é a distância percorrida por esse carro em 10 minutos, se suas rodas giram, sem derrapar, com frequência constante de 2.500 rpm?
- (Unicamp-SP) As máquinas cortadeiras e colheitadeiras de cana-de-açúcar podem substituir dezenas de trabalhadores rurais, o que pode alterar de forma significativa a relação de trabalho nas lavouras de cana-de-açúcar. A pá cortadeira da máquina ilustrada na figura abaixo gira em movimento circular uniforme a uma frequência de 300 rpm. A velocidade de um ponto extremo P da pá vale: (Considere $\pi \approx 3$.)



- 9 m/s
- 15 m/s
- 18 m/s
- 60 m/s

- (Uespi) A engrenagem da figura a seguir é parte do motor de um automóvel. Os discos 1 e 2, de diâmetros 40 cm e 60 cm, respectivamente, são conectados por uma correia inextensível e giram em movimento circular uniforme. Se a correia não desliza sobre os discos, a razão $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ entre as velocidades angulares dos discos vale:



- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- 1
- $\frac{3}{2}$
- 3

9 Duas polias giram simultaneamente, acopladas por uma correia de borracha que evita derrapagens. Se o raio da polia maior é 12 cm e o da polia menor 8 cm, qual é a velocidade angular, em rad/s, de um ponto na periferia da polia maior quando a polia menor estiver girando a 120 rpm?

10 Veja a tabela contendo as medidas dos raios das coroas e catracas de uma bicicleta de oito marchas e o desenho dessa bicicleta. (Considere o raio do pneu igual a 0,4 m.)

	Coroas (cm)	Catracas (cm)
1	5,0	2,0
2	8,0	3,0
3		4,0
4		5,0



ILUSTRAÇÕES: LIGIA DUQUE

- Se em determinado instante a corrente une a coroa 1 à catraca 4, e o ciclista imprime rotação de 200 rpm aos pedais, qual é a velocidade desenvolvida pela bicicleta?
- Qual é a combinação coroa-catraca que permitirá ao ciclista desenvolver a maior velocidade possível?
- Na combinação coroa 2-catraca 4, qual é a frequência de rotação que o ciclista deve impor aos pedais se quiser que a bicicleta desenvolva 36 km/h?



Para saber mais Conexões com o cotidiano

As medidas dos pneus e a medição da quilometragem dos automóveis

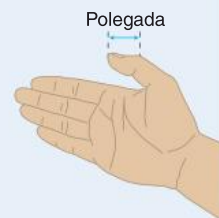
Os pneus de automóveis têm um código de identificação que contém informações importantes sobre suas dimensões. Há pneus identificados pelo código 165/60/R14 e há aqueles identificados pelo código 205/70/R14. De modo geral, esses códigos são representados por três partes, xxx/yy/Rzz, que significam o seguinte:

- xxx: largura do pneu em milímetros; yy: altura da banda, proporcional à largura; Rzz: diâmetro interno do pneu, em polegadas.

Por exemplo, um pneu identificado pelo código 185/60/R14 tem as seguintes medidas:

- largura: $185 \text{ mm} = 18,5 \text{ cm}$; altura da banda: $60\% \text{ de } 185 \text{ mm} = 0,6 \cdot 185 \text{ mm} = 111 \text{ mm} = 11,1 \text{ cm}$; diâmetro interno do pneu: $14 \text{ polegadas} = 14 \cdot 2,54 \text{ cm} = 35,56 \text{ cm}$

Polegada. Unidade inglesa de medida de comprimento. Cada polegada corresponde a, aproximadamente, 2,54 cm.



ADILSON SECCO



EDUARDO SANTALJESTRA

Pneu 185/60/R14 com detalhe de sua inscrição.



A distância que um automóvel percorre a cada volta do eixo de rodas depende, naturalmente, do pneu utilizado. Um automóvel equipado com um pneu 185/60/R14 percorrerá, a cada volta do eixo, a seguinte distância, se não houver derrapagem:

- cálculo do raio:

$$R = 11,1 \text{ cm} + (35,56 \text{ cm} : 2) \Rightarrow R = 28,88 \text{ cm}$$

- cálculo da distância percorrida a cada volta (C):

$$C = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 28,88 \text{ cm} \approx 181 \text{ cm} \Rightarrow C = 1,81 \text{ m}$$

Assim, quando o eixo das rodas gira, por exemplo, 1.000 vezes, o marcador de quilometragem do automóvel equipado com esses pneus (185/60/R14) registra 1.810 m, ou 1,81 km. Isso ocorre porque o veículo sai da fábrica com o **odômetro** configurado de acordo com os pneus que o equipam. Mas há proprietários de automóveis que trocam os pneus e as rodas originais, recomendados pelo fabricante, por outros com especificações diferentes. Nesse caso, a marcação registrada no odômetro do veículo será alterada? Vamos supor, por exemplo, que os pneus 185/60/R14, originais do automóvel, sejam trocados por outros, com a especificação 165/65/R13.

Nessas condições, a cada volta do eixo de rodas, o automóvel percorrerá a seguinte distância:

- diâmetro interno do pneu:

$$13 \cdot 2,54 \text{ cm} = 33,02 \text{ cm}$$

- altura da banda:

$$65\% \text{ de } 165 \text{ mm} = 0,65 \cdot 165 \text{ mm} = 107,25 \text{ mm} = 10,725 \text{ cm}$$

- raio: $10,725 \text{ cm} + (33,02 \text{ cm} : 2) = 27,23 \text{ cm}$

- distância percorrida a cada volta (C):

$$C = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 27,23 \text{ cm} \approx 171 \text{ cm} = 1,71 \text{ m}$$

Assim, quando o eixo das rodas girar 1.000 vezes, esse automóvel percorrerá uma distância de 1.710 m, ou 1,71 km. Essa quilometragem não será igual à de 1,81 km, registrada no odômetro do veículo, conforme o cálculo feito anteriormente. Dessa forma, ao trocar os pneus e as rodas originais por outros, diferentes dos especificados pelo fabricante, o motorista estará interferindo na correção das medidas de quilometragem registradas pelos instrumentos de seu veículo.

Odômetro. Aparelho que registra a distância percorrida pelo veículo.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- Em uma viagem de 100 km, quantos quilômetros, a mais ou a menos, do que o valor real marcará o odômetro de um veículo que sai da fábrica com pneus 165/65/R13, se o proprietário trocar os pneus originais por outros, de código 175/70/R14?

Maior distância no mesmo tempo

O objetivo da atividade é demonstrar que objetos em queda demoram o mesmo tempo para cair de uma mesma altura, ainda que um deles seja lançado horizontalmente e percorra uma trajetória maior do que a do objeto que cai verticalmente. Para realizar esta atividade, você vai necessitar dos materiais a seguir.

Materiais

- Uma régua de 30 cm e duas moedas

Procedimento

- 1 Coloque a régua apoiada sobre uma mesa, de forma que parte dela fique para fora.
- 2 Coloque uma das moedas sobre a extremidade da régua que está fora da mesa e a outra moeda na beirada da mesa, encostada na régua (conforme a figura abaixo).
- 3 Apoie levemente um dedo sobre a metade da régua e com a outra mão gire-a rapidamente, de maneira que a moeda apoiada na extremidade da régua caia verticalmente, e a moeda encostada na régua seja lançada horizontalmente. Treine algumas vezes o movimento até que você lance a moeda que está sobre a mesa o mais longe possível. Você pode pedir ajuda a alguém para observar o tempo de queda, enquanto executa o movimento.



RICARDO SIWIEC

Questões

- 1 O que você observou? Se o tempo de queda foi igual, como você justifica esse resultado?
- 2 Para realizar esse experimento, as moedas devem ser iguais, ou seja, devem ter a mesma massa?

- 1 (Uerj) Quatro bolas são lançadas horizontalmente no espaço, a partir da borda de uma mesa que está sobre o solo. Veja na tabela abaixo algumas características dessas bolas.

Bolas	Material	Velocidade inicial ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	Tempo de queda (s)
1	chumbo	4,0	t_1
2	vidro	4,0	t_2
3	madeira	2,0	t_3
4	plástico	2,0	t_4

A relação entre os tempos de queda de cada bola pode ser expressa como:

- a) $t_1 = t_2 < t_3 = t_4$
 b) $t_1 = t_2 > t_3 = t_4$
 c) $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$
 d) $t_1 = t_2 = t_3 = t_4$
- 2 (PUC-PR) Durante um jogo de futebol, um goleiro chuta uma bola fazendo um ângulo de 30° com relação ao solo horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, qual a velocidade que a bola adquiriu logo após sair do contato do pé do goleiro?
- Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- a) 5 m/s
 b) 10 m/s
 c) 20 m/s
 d) 25 m/s
 e) 50 m/s
- 3 (PUC-RJ) Uma bola é lançada com velocidade horizontal de 2,5 m/s do alto de um edifício e alcança o solo a 5,0 m da base do mesmo. Despreze efeitos de resistência do ar e indique, em metros, a altura do edifício.
- Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$
- a) 10
 b) 2,0
 c) 7,5
 d) 20
 e) 12,5
- 4 (UFRGS-RS) Para um observador O, um disco metálico de raio r gira em movimento uniforme em torno de seu próprio eixo, que permanece em repouso.

Considere as seguintes afirmações sobre o movimento do disco.

- I. O módulo v da velocidade linear é o mesmo para todos os pontos do disco, com exceção do seu centro.

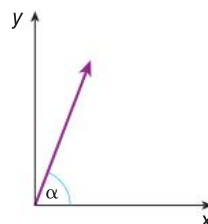
II. O módulo ω da velocidade angular é o mesmo para todos os pontos do disco, com exceção de seu centro.

III. Durante uma volta completa, qualquer ponto da periferia do disco percorre uma distância igual a $2\pi r$.

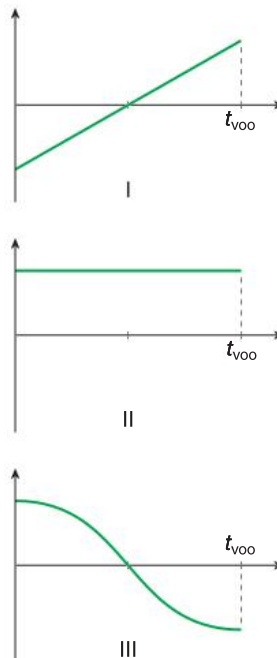
Quais estão corretas do ponto de vista do observador O?

- a) Apenas I.
 b) Apenas II.
 c) Apenas I e II.
 d) Apenas II e III.
 e) I, II e III.

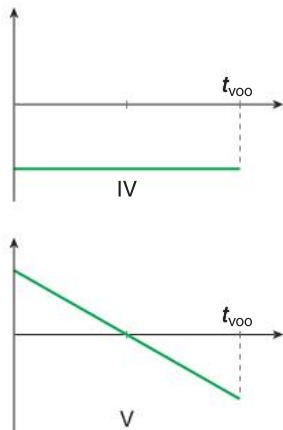
- 5 (UFRGS-RS) Em uma região onde a aceleração da gravidade tem módulo constante, um projétil é disparado a partir do solo, em uma direção que faz um ângulo α com a direção horizontal, conforme representado na figura abaixo.



Anote no caderno a opção que, desconsiderando a resistência do ar, indica os gráficos que melhor representam, respectivamente, o comportamento da componente horizontal e o da componente vertical, da velocidade do projétil, em função do tempo.

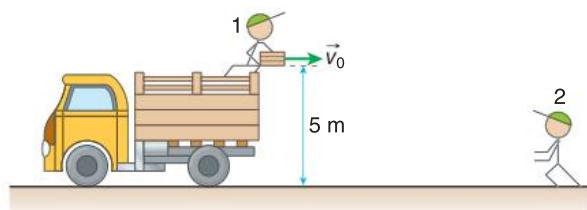


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO



- a) I e V c) II e III e) V e II
b) II e V d) IV e V

- 6** (IFCE) Da parte superior de um caminhão, a 5,0 metros do solo, o funcionário 1 arremessa, horizontalmente, caixas para o funcionário 2, que se encontra no solo para pegá-las. Se cada caixa é arremessada a uma velocidade de 8,0 m/s, da base do caminhão, deve ficar o funcionário 2, a uma distância de:



Considere a aceleração da gravidade $10,0 \text{ m/s}^2$ e despreze as dimensões da caixa e dos dois funcionários.

- a) 4,0 m c) 6,0 m e) 8,0 m
b) 5,0 m d) 7,0 m

- 7** (UEPG) O estudo da Física em duas e três dimensões requer o uso de uma ferramenta matemática conveniente e poderosa conhecida como vetor. Sobre os vetores, indique no caderno o que for correto.

- (01) A direção de um vetor é dada pelo ângulo que ele forma com um eixo de referência qualquer dado.
(02) O comprimento do segmento de reta orientado que representa o vetor é proporcional ao seu módulo.
(04) Dois vetores são iguais somente se seus módulos correspondentes forem iguais.
(08) O módulo do vetor depende de sua direção e nunca é negativo.
(16) Suporte de um vetor é a reta sobre a qual ele atua.

- 8** (PUC-RJ) Um pequeno avião acelera, logo após a sua decolagem, em linha reta, formando um ângulo de 45° com o plano horizontal.

Sabendo que a componente horizontal de sua aceleração é de $6,0 \text{ m/s}^2$, calcule a componente vertical da mesma.

(Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) $6,0 \text{ m/s}^2$ c) $16,0 \text{ m/s}^2$ e) $3,0 \text{ m/s}^2$
b) $4,0 \text{ m/s}^2$ d) $12,0 \text{ m/s}^2$

- 9** (UEMG) Um disco de raio R gira com velocidade angular ω constante. Com relação a um ponto P situado na borda do disco, é correto afirmar que:

- a) o tempo gasto para o ponto P dar uma volta completa é $\frac{\omega \cdot R}{2\pi}$.
b) a velocidade do ponto P é $\frac{\omega}{2\pi}$.
c) a aceleração centrípeta do ponto P é $\omega \cdot R$.
d) a velocidade v do ponto P não depende do raio do disco.
e) o tempo gasto pelo ponto P para dar uma volta completa não depende do raio do disco.

- 10** (Ufal-MG) Uma pedra é atirada obliquamente com velocidade de 20 m/s , formando ângulo de 53° com a horizontal.

Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 53^\circ = 0,80$ e $\cos 53^\circ = 0,60$. O alcance horizontal, desde o lançamento da pedra até retornar à altura do ponto de lançamento, é, em metros:

- a) 38 c) 50 e) 64
b) 44 d) 58

- 11** (UFSM-RS) Um trem de passageiros passa em frente a uma estação, com velocidade constante em relação a um referencial fixo no solo. Nesse instante, um passageiro deixa cair sua câmera fotográfica, que segurava próxima a uma janela aberta. Desprezando a resistência do ar, a trajetória da câmera no referencial fixo do trem é , enquanto, no referencial fixo do solo, a trajetória é . O tempo de queda da câmera no primeiro referencial é tempo de queda no outro referencial.

Indique no caderno a alternativa que completa corretamente as lacunas.

- a) parabólica — retilínea — menor que o
b) parabólica — parabólica — menor que o
c) retilínea — retilínea — igual ao
d) retilínea — parabólica — igual ao
e) parabólica — retilínea — igual ao

- 12** (UFPR) Na cobrança de uma falta durante uma partida de futebol, a bola, antes do chute, está a uma distância horizontal de 27 m da linha do gol. Após o chute, ao cruzar a linha do gol, a bola passou a uma altura de $1,35 \text{ m}$ do chão quando estava em movimento descendente, e levou $0,9 \text{ s}$ neste movimento. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Calcule o módulo da velocidade na direção vertical no instante em que a bola foi chutada.
b) Calcule o ângulo, em relação ao chão, da força que o jogador imprimiu sobre a bola pelo seu chute.
c) Calcule a altura máxima atingida pela bola em relação ao solo.

UNIDADE

3

Leis de Newton

Para começo de conversa

Por que é possível desligar os motores de uma nave espacial e, mesmo assim, ela prosseguir em movimento?

A Apollo 11, assim como qualquer outra nave em órbita no espaço, pôde desligar os motores porque tinha, por inércia, a tendência de continuar em movimento mantendo a mesma velocidade, desde que nenhuma força externa atuasse sobre ela. No espaço, não há resistência do ar, força que atua contra o movimento. Em órbita ao redor da Lua, sabemos que, na Apollo 11, atuava a força de atração gravitacional, que tem direção radial e sentido para o centro do satélite. Essa força, no entanto, numa órbita circular, não provoca variação do módulo do vetor velocidade da nave, mas corrige sua tendência de, também por inércia, manter o movimento retilíneo escapando da órbita lunar.



S1

Professor, consulte o *Suplemento* para obter orientações sobre a questão introdutória, os objetivos desta unidade e a proposta de abordagem inicial dos conteúdos.

A conquista da Lua

O ano de 1969 é até hoje considerado um marco na corrida pela conquista do espaço. Nesse ano, em pleno período da Guerra Fria, em que os Estados Unidos e a então União Soviética competiam pelo poder e pela supremacia militar no mundo, uma nave norte-americana tripulada pousou pela primeira vez na Lua. Durante a viagem, após a Apollo 11 sair da órbita da Terra e se posicionar para entrar na órbita da Lua, os controles foram desligados e a nave passou a se movimentar por inércia.

Nesta unidade, vamos estudar as leis que explicam as causas dos movimentos, as leis de Newton, consideradas essenciais à compreensão dos fenômenos da Física Clássica e que possibilitaram grandes realizações, como as viagens do homem à Lua.

NASA

Edwin Aldrin caminha pela superfície da Lua durante a missão Apollo 11 em 20 de julho de 1969.



Capítulos

- 7 1ª e 3ª leis de Newton
- 8 Forças de atrito
- 9 2ª lei de Newton: corpos acelerados
- 10 Aplicações das leis de Newton
- 11 Dinâmica do movimento circular uniforme
- 12 Leis de Kepler
- 13 Gravitação universal

ILUSTRAÇÕES: MANGA

Representação esquemática da trajetória da Apollo 11 em sua viagem de ida e volta à Lua. Os diversos estágios da viagem de ida estão representados pelo traçado azul e os da volta, pelo traçado vermelho. Após sair da órbita terrestre, a Apollo 11 foi lançada em direção à Lua. Ao chegar a seu destino, a nave permaneceu em movimento, ainda que seus motores estivessem desligados, mantendo-se em órbita em torno da Lua.

FOTOS: NASA

Módulo lunar subindo para se acoplar ao módulo de comando. Ao fundo, vê-se a Terra. Missão Apollo 11, 21 de julho de 1969.

1ª e 3ª leis de Newton

ou: Por que algumas vezes a inércia é associada à preguiça?



No Suplemento, você encontra orientações para o trabalho com a questão introdutória.

1 Introdução

A inércia de um corpo está associada à tendência do corpo de manter seu estado de movimento ou de repouso. Na linguagem figurada, a inércia pode ser associada à preguiça, ao ócio, à lentidão, à falta de vontade de abandonar o descanso. Porém, inércia e preguiça são conceitos muito diferentes.

Você está pedalando sua bicicleta e, cansado, resolve se deixar levar por ela, sem fazer esforço. Essa sensação prazerosa, sabemos, não permanece durante muito tempo. Logo você percebe que a bicicleta só se mantém em movimento se você continuar a exercer força nos pedais, ou seja, se pedalar.

Jogando futebol com seus amigos, você chuta a bola e seu pé dói. Embora a ação de chutar se dê sobre a bola, em vez de destruí-la, é seu pé que dói, ainda que você não tenha aplicado nenhuma força sobre ele.

A seguir, vamos ver como a 1ª e a 3ª leis de Newton ajudam a explicar os dois fenômenos descritos acima e muitos outros frequentes no cotidiano.

2 A lei da inércia

Quando pensamos no movimento de uma bicicleta, à primeira vista, pode parecer que ela só se move enquanto há força, isto é, se o ciclista não pedalar, o conjunto ciclista-bicicleta vai diminuir sua velocidade até parar. Geralmente é o que ocorre, mas será possível imaginar uma forma de aumentar a distância percorrida pela bicicleta antes de ela parar?

CANDYBOX IMAGES/ALAMY/GLOW IMAGES



Figura 1 • Ao pedalar, a ciclista aplica força nos pedais.

STEVEN MAY/ALAMY/OTHER IMAGES



Figura 2 • Deixando de pedalar, o ciclista percebe que a bicicleta vai desacelerar até parar.

DOTTA2



Figura 3 • Lubrificando as engrenagens da bicicleta, o ciclista tenta aumentar o tempo de descanso antes de voltar a pedalar.

A retirada da força exercida nos pedais não provocaria a diminuição de velocidade da bicicleta se não houvesse forças externas atuando sobre ela. São as chamadas **forças de atrito** que fazem a bicicleta voltar ao repouso, e não a ausência do esforço ao pedalar. Se conseguirmos diminuir a intensidade dessas forças, por exemplo, lubrificando os eixos das rodas, aumentaremos a distância percorrida até parar. Além das forças de atrito, a resistência do ar também provoca a desaceleração da bicicleta. Isso explica por que os atletas do ciclismo costumam pedalar enfileirados, dependendo do tipo de prova. Seu objetivo é minimizar a resistência do ar e, conseqüentemente, aumentar o rendimento, já que será necessário pedalar menos para manter a velocidade. Quanto mais conseguirmos reduzir as influências externas, maior será a duração do movimento. Numa situação hipotética,

se toda e qualquer força contrária ao movimento fosse eliminada, o movimento jamais cessaria, pois não haveria nada para deter a bicicleta; ela se deslocaria para sempre, com velocidade constante e em linha reta.

Para tirar a bicicleta de seu estado de repouso, é necessária a ação de uma força externa aplicada nos pedais. Mas, uma vez em movimento, se forças contrárias não atuarem sobre a bicicleta, o movimento continuará perpetuamente, mesmo que o ciclista não pedale.

A bicicleta, ou outro corpo qualquer, tem uma tendência natural de se manter em repouso, quando está parada, e de se manter em movimento retilíneo uniforme (MRU), quando tem velocidade não nula. Essa tendência natural é chamada de **inércia**. Sintetizando as ideias de Galileu sobre movimento, Newton enunciou o que ficou conhecido como sua **1ª lei** ou **lei da inércia**:

Todo corpo permanece em estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que seja obrigado a mudar de estado pela ação de forças nele aplicadas.

ADAM DAVY/PA WIRE/AP/GLOW IMAGES



Figura 4 • O ciclista que está atrás de outro aproveita a diminuição da resistência do ar para pedalar menos e mesmo assim manter seu movimento.

Para saber mais

Conexões com o cotidiano

A redução de lesões e mortes no trânsito é um desafio mundial. Estimativas baseadas em estatísticas apontam que, por ano, mais de 1 milhão de pessoas morrem no mundo em acidentes de trânsito. Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), uma das principais causas dessas mortes é a não utilização do cinto de segurança. No Brasil, de acordo com dados do Departamento Nacional de Trânsito (DENATRAN), os acidentes de trânsito matam mais crianças de 1 a 14 anos que todas as doenças que atingem essa faixa etária.

Entre os estudantes do Ensino Médio, os números são alarmantes, pois apenas dois em cada dez jovens sempre usam o cinto. Esse número é ainda menor quando considerado o uso do cinto no banco traseiro. Em uma colisão, o impacto dos passageiros do banco de trás sobre os da frente pode ser fatal para todos. Por isso, usar o cinto de segurança tanto no banco da frente quanto no de trás pode salvar muitas vidas.

(Dados obtidos em: <<http://goo.gl/1adVqg>>. Acesso em: 25 set. 2015.)

WESTEND61 GMBH/ALAMY/OTHER IMAGES



Em uma frenada brusca, o cinto de segurança protege a pessoa da tendência, causada pela inércia, de continuar em movimento.

PICTURE PARTNERS/ALAMY/OTHER IMAGES



De acordo com o Código de Trânsito Brasileiro (CTB), crianças de até 10 anos devem ocupar o banco traseiro do veículo e usar, individualmente, cinto de segurança ou sistema de retenção equivalente.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- Numa autoestrada, o motorista de um automóvel vê à sua frente um caminhão transportando toras de madeira e pensa em ultrapassá-lo pela esquerda. Todavia, logo à frente, a estrada descreve

uma curva acentuada à direita, e isso faz o motorista do automóvel mudar de ideia. Com base nos conceitos da Física, explique o que pode justificar a mudança de ideia do motorista do automóvel.

É importante lembrar que uma experiência que permita eliminar todas as influências externas só pode ser idealizada, não sendo possível realizá-la nem mesmo nos laboratórios mais sofisticados, pois não há como anular totalmente o atrito. Este é o valor do pensamento científico: conjecturar como seriam as condições ideais, se fosse possível reproduzi-las, e deduzir uma lei consistente com a suposta observação.

Os estados de repouso e de movimento retilíneo uniforme caracterizam, respectivamente, o que chamamos de **equilíbrio estático** e **equilíbrio dinâmico**. Em ambas as situações, a resultante de forças \vec{F}_R sobre os corpos é nula.

Como as forças são **grandezas vetoriais**, é preciso definir sua direção, seu sentido e sua intensidade. Por isso, a força resultante é calculada por meio de uma soma vetorial (fig. 5).

Se a soma vetorial das forças que atuam em um corpo é nula, dizemos que a resultante de forças sobre ele também é nula. Na figura 6, a força \vec{F}_3 é a força de resistência da água ao movimento do navio. Se $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ for igual a \vec{F}_3 , o navio permanecerá em repouso ou em MRU.

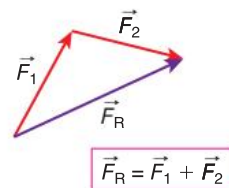
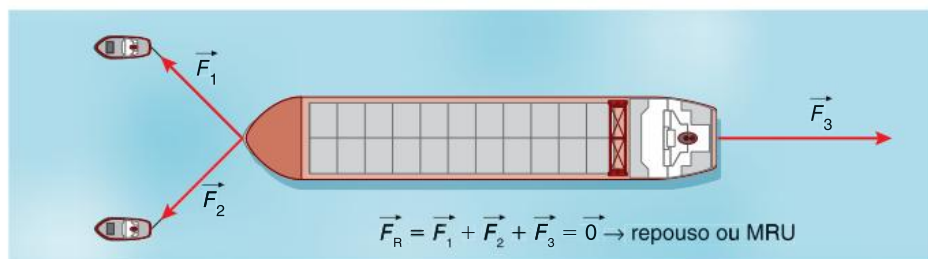


Figura 5 • A força resultante é calculada por meio de uma soma vetorial.

Figura 6 • Representação da vista superior de dois rebocadores puxando um navio em equilíbrio.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Leia o diálogo entre o motorista de ônibus e o passageiro que conhece bem a lei da inércia.

Explique, segundo essa lei, por que o passageiro no ônibus se sentirá lançado para a direita quando o motorista fizer uma curva para a esquerda. Por que ele precisará se segurar firmemente no caso de uma freada brusca?

► Resolução

Ao fazer uma curva para a esquerda, o ônibus muda a direção de seu movimento. O passageiro, por inércia, tende a manter a direção original do movimento do ônibus, ou seja, o ônibus faz a curva e o passageiro permanece na mesma trajetória. Em relação à estrada, o passageiro mantém o movimento retilíneo, sendo lançado em sentido oposto, para a direita. O mesmo princípio se aplica no caso de uma freada brusca. A tendência do passageiro é se manter na velocidade que possuía antes da freada. Isso quer dizer que o ônibus para e ele continua em movimento para a frente devido à inércia.



ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI

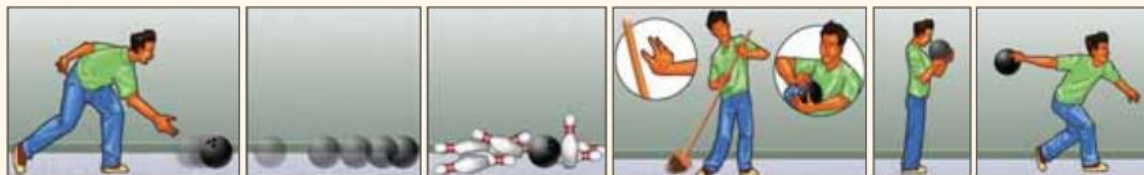
QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1 A figura abaixo representa o interior de um ônibus que se move da esquerda para a direita. No momento representado, o ônibus provavelmente está acelerando, freando ou se movendo com velocidade constante? Justifique.



- 2 Em um jogo de boliche no quintal de uma casa, a bola lançada no piso cimentado rola, rola e para antes de atingir o último pino. Havendo somente mais uma chance de tentar ganhar o jogo, o jogador resolve varrer o chão e lustrar a bola, e calcula que, se lançá-la com a mesma força de antes, na mesma trajetória, conseguirá atingir o último pino.



- a) Por que o movimento da bola cessa? Segundo a lei da inércia, por que a bola para antes de atingir o último pino?
- b) Por que limpar o chão e lustrar a bola modificam a situação do lançamento?
- 3 Nas grandes cidades, é comum vermos passageiros impacientes que saltam do ônibus quando ele ainda está em movimento. Por que, segundo a lei da inércia, isso pode ser muito perigoso?
- 4 Analise a afirmação verificando se ela é verdadeira ou falsa e justifique. Em determinado instante de uma viagem de carro, percebe-se que a resultante das forças sobre o carro é nula. Necessariamente, nesse instante, o carro estará em repouso em algum ponto da estrada.
- 5 Se uma força única, de módulo diferente de zero, atua sobre um corpo, podemos concluir que ele não está em equilíbrio? Por quê?
- 6 Verifique se a afirmação a seguir é verdadeira. Justifique sua resposta. Uma partícula está em equilíbrio sob a ação de apenas duas forças de mesmo módulo. Então elas têm a mesma direção e o mesmo sentido.
- 7 (Uerj) No interior de um avião que se desloca horizontalmente em relação ao solo, com velocidade constante de 1.000 km/h, um passageiro deixa cair um copo. Observe a ilustração abaixo, na qual estão indicados quatro pontos no piso do corredor do avião e a posição desse passageiro.



O copo, ao cair, atinge o piso do avião próximo ao ponto indicado pela seguinte letra:

- a) P b) Q c) R d) S

3 Massa e peso

Nas estradas brasileiras, é comum ver placas de sinalização como a representada na figura 7.

Por que é necessário que os limites de velocidade nas estradas sejam diferentes para automóveis e veículos pesados, como ônibus e caminhões? Por que é perigoso um caminhão trafegar em velocidade acima do permitido em uma rodovia?

Vimos que um veículo em movimento tende a se manter nesse estado e, para ser freado, é necessário que atuem sobre ele forças externas de resistência ao movimento. No caso de ônibus e caminhões, verifica-se que a força externa que que altera seu estado de movimento é maior que aquela necessária para frear um veículo de menor massa, como um carro, por exemplo. Em dias chuvosos, as velocidades máximas são menores por causa dos efeitos da **aquaplanagem**.

O caminhão, por possuir maior massa, tem maior inércia em relação ao carro, isto é, quando em repouso, o caminhão tem maior tendência a permanecer assim (é muito difícil conseguir empurrar um caminhão) e, quando em movimento, mantém mais facilmente esse estado, ou seja, resiste mais a parar.

Massa é uma grandeza escalar que fornece a medida da inércia de um corpo; por isso, muitas vezes, recebe o nome de massa inercial. A unidade de medida da massa no Sistema Internacional de Unidades (SI) é o quilograma (kg) (fig. 8).

Ao ler na embalagem de algum produto que o “peso líquido é igual a 1,0 kg”, podemos supor que massa e peso são, indistintamente, expressos em quilogramas, o que não é verdade, pois são grandezas de naturezas diferentes.

O peso de um corpo na Terra é a força com que esse corpo é atraído para o centro da Terra.

Assim, o peso de um corpo é uma força — portanto, uma grandeza vetorial — cuja intensidade depende da massa do planeta e cuja direção é radial com sentido da periferia para o centro, como ilustra a figura 9.

Uma das unidades de medida do peso é o quilograma-força (kgf), assim definido:

Um corpo de massa 1 kg, na Terra, em um local onde a aceleração da gravidade é $9,8 \text{ m/s}^2$, é atraído com uma força de intensidade 1 kgf.

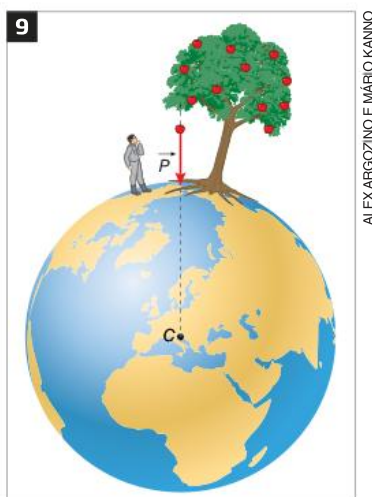


Figura 7 • Placa de sinalização indicando limites de velocidade em uma estrada.

Aquaplanagem. Perda de controle ou de equilíbrio de um veículo, causada pela falta de aderência dos pneus à pista molhada.

Figura 8 • O quilograma é a massa equivalente a um padrão composto por irídio e platina que está no Museu Internacional de Pesos e Medidas na cidade de Sèvres, na França, desde 1889. Consiste em um cilindro equilátero de 39 mm de altura por 39 mm de diâmetro. Ele é protegido por três redomas de vidro, para evitar eventuais contaminações, que poderiam alterar sua massa.

Figura 9 • O peso é uma força de direção radial e sentido dirigido ao centro do planeta, representado pelo ponto C. (Figura fora de escala.)

No Sistema Internacional, a unidade de medida de força e, conseqüentemente, de peso é o newton (N). Admite-se que 1 kgf equivale a uma força de cerca de 10 N.

$$1 \text{ kgf} \approx 10 \text{ N}$$

O grama-força (gf) é um submúltiplo do kgf. Adota-se: $1 \text{ kgf} = 10^3 \text{ gf}$



Figura 10 • Observe a relação incorreta associada ao conceito de peso. Para escrever corretamente, o fabricante poderia usar: massa líquida: 5 kg, ou peso líquido: 5 kgf.



Figura 11 • Observe a relação correta associada ao conceito de peso. Para descrever a capacidade ou força que o elevador suporta, o fabricante utiliza a unidade kgf.

Quase tudo em nosso cotidiano nos leva a relacionar, intuitivamente, massa com peso. Essa relação não é de equivalência e se dá por meio da ação gravitacional. Na Terra, na Lua ou em qualquer planeta, para a mecânica newtoniana, a massa e, portanto, a medida da inércia são invariáveis. Isso quer dizer que uma eventual sensação de leveza em local de “baixa gravidade” ocorre porque a força com que esse corpo é atraído é menor. A medida da inércia, no entanto, não muda.

S3

No *Suplemento*, sugerimos um modo de discutir as diferenças entre massa e peso.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R2 O Brasil é recordista em blindagem de automóveis. Carros blindados, no entanto, não oferecem apenas vantagens. A condução desses veículos deve levar em consideração o aumento de massa, devido, principalmente, ao uso de vidros e de chapas de metal mais espessos. Depois de blindado, um veículo pode ganhar até 200 kg de massa, que acarretarão mudanças na frenagem.



A quais mudanças na frenagem o texto se refere? Explique do ponto de vista da 1ª lei de Newton.

► Resolução

Um veículo blindado passa a ter maior massa e, portanto, maior inércia. Assim, no caso de uma freada, a tendência de permanecer em movimento será maior que aquela de um carro não blindado.

R3 Por que, segundo o senso comum, não há distinção entre massa e peso?

► Resolução

Isso ocorre porque na Terra há equivalência entre o valor do peso em kgf e da massa em kg. Como um corpo de massa 70 kg pesa 70 kgf na Terra, cotidianamente se faz uso incorreto dessa igualdade, adotando-se o quilograma como unidade de medida da força peso.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 8 Provavelmente você já mediu sua massa subindo em uma balança numa farmácia ou em sua casa (figura A). Observe as imagens e explique por que não podemos avaliar nossa massa procedendo como apresentado nas figuras B e C.



Figura A



Figura B



Figura C

ILUSTRAÇÕES SELMA CAPARROZ

- 9 Observe estas placas na parede de um elevador.



BETO CELLI

A placa da direita confunde massa e peso. Qual é o modo correto de descrever o peso máximo que o elevador suporta? Justifique.

- 10 Ao pousar no planeta Marte em 2012, o robô Curiosity, lançado em 2011 pela Nasa, começou a enviar para a Terra dados sobre a superfície marciana. Na superfície da Terra, sua massa era de 900 kg. Qual será sua massa em Marte? Seu peso em Marte será diferente daquele medido na Terra? Justifique sua resposta.
- 11 Utilizando os conceitos relacionados à 1ª lei de Newton, explique por que, antes de mudar uma estante de lugar, é aconselhável retirar dela a maior quantidade de livros possível.

4 Ação e reação

No nível macroscópico, as interações entre dois ou mais corpos podem ser de dois tipos: de **contato** ou de **campo**.

Uma interação por contato se dá quando empurramos um livro sobre a carteira, seguramos a caneta para escrever (fig. 12) ou chutamos uma bola. A troca de forças ocorre porque tocamos o livro, a caneta e a bola. Tais forças são denominadas **forças de contato**.

Figura 12 • A interação entre a mão e a caneta permite que o estudante escreva. Tal interação é de **contato**.

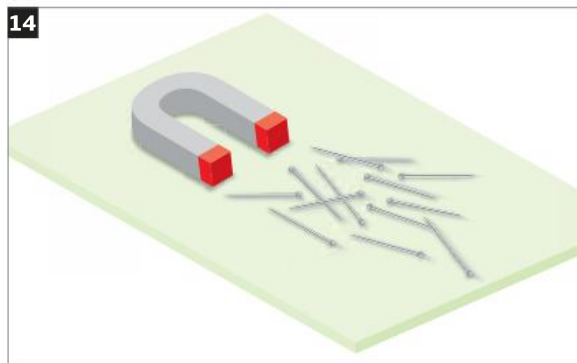


PURESTOCK/GETTY IMAGES

S4

No *Suplemento*, sugerimos como introduzir o estudo da 3ª lei de Newton com uma questão problematizadora.

Quando a Terra exerce uma força sobre um objeto em queda, trazendo-o para a superfície, ou quando um ímã atrai alfinetes distantes dele (fig. 13 e 14), as forças de atração entre esses corpos existem independentemente de haver contato entre a Terra e o objeto ou entre o ímã e o alfinete. São, por isso, denominadas **forças de campo**.



Figuras 13 e 14 • Para que as interações entre os corpos representados nas figuras ocorram (a pedra em queda livre sendo atraída pela Terra e os alfinetes sendo atraídos pelo ímã), não há necessidade de contato entre eles. (Figuras fora de escala.)

Seja de campo, seja de contato, uma força necessariamente determina a interação entre dois ou mais corpos. A ideia de que na natureza nenhuma força existe isoladamente, isto é, sem seu par, é expressa pela 3ª lei de Newton. A mão de um boxeador, por exemplo, exerce uma força no rosto do oponente, que, por sua vez, exercerá uma força na mão do boxeador. Essas forças terão mesma intensidade, mesma direção, porém sentidos opostos, e, apesar de serem forças de mesma intensidade, provocam efeitos distintos, já que uma delas é aplicada no rosto (frágil e desprotegido) e a outra é aplicada na mão (mais resistente e coberta pela luva). Isso explica por que o boxeador que recebeu o soco sente muito mais dor do que aquele que o desferiu.

Nosso pé dói quando chutamos uma bola com força, porque a bola reage à força aplicada sobre ela também exercendo uma força sobre nosso pé.

Outro par ação-reação é aquele em que uma força proveniente da Terra atua sobre um objeto em queda. Haverá, como reação, uma força do objeto sobre a Terra (fig. 15 e 16).

Podemos, então, enunciar a 3ª lei de Newton:

Toda força (ação) que surgir num corpo como resultado da interação com outro corpo, faz surgir nesse corpo uma força, chamada de reação, cujas intensidade e direção são as mesmas da ação, mas de sentido oposto.

S5

É bastante comum os alunos pensarem que as forças ação e reação estão no mesmo corpo. No *Suplemento*, fazemos alguns comentários sobre isso e sugerimos maneiras de evitar esse equívoco.

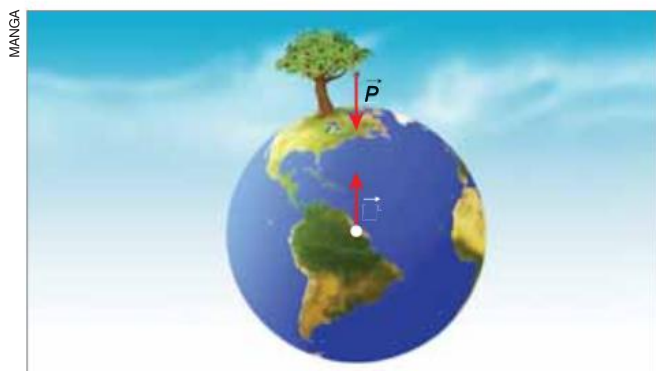


Figura 15 • A maçã é atraída pela Terra com a força peso \vec{P} , que leva a maçã em direção ao centro do planeta. Pela 3ª lei de Newton, a maçã reage a essa força, atraindo a Terra com uma força \vec{P}' de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto, o que, porém, não causa sobre a Terra nenhum efeito perceptível, por causa da enorme massa do planeta ($5,98 \times 10^{24}$ kg). (Figura fora de escala.)



Figura 16 • Ao empurrar a caixa, o homem recebe de volta uma força de mesma intensidade, mesma direção, porém de sentido contrário. No entanto, é a caixa que se move, e não o homem. Os módulos das forças são iguais, porém os efeitos que elas causam não são os mesmos, isto é, a força que provoca movimento na caixa não é capaz de fazer o mesmo com o homem.

5 Três forças importantes na Mecânica

Reação normal de uma superfície de apoio (\vec{N})

A figura 17 representa a mesma bolsa em repouso em três situações distintas. Pelo fato de estar apoiada, a bolsa interage com a superfície da mesa aplicando uma força sobre ela. Sabemos que a mesa, pela 3ª lei de Newton, também exerce uma força sobre a bolsa. Essa força de reação que a superfície exerce sobre um objeto apoiado sobre ela é denominada **força normal** (\vec{N}) e, nesse caso, em que a bolsa está em equilíbrio estático (fig. 17A), tem módulo igual ao peso da bolsa. Dessa maneira, a resultante sobre a bolsa é nula, e ela permanece em repouso.

Nas figuras 17B e 17C, uma força \vec{F} vertical para cima atua sobre a bolsa. Apesar de o módulo do peso da bolsa não se alterar, a intensidade da força normal é menor na figura 17B e nula na figura 17C.

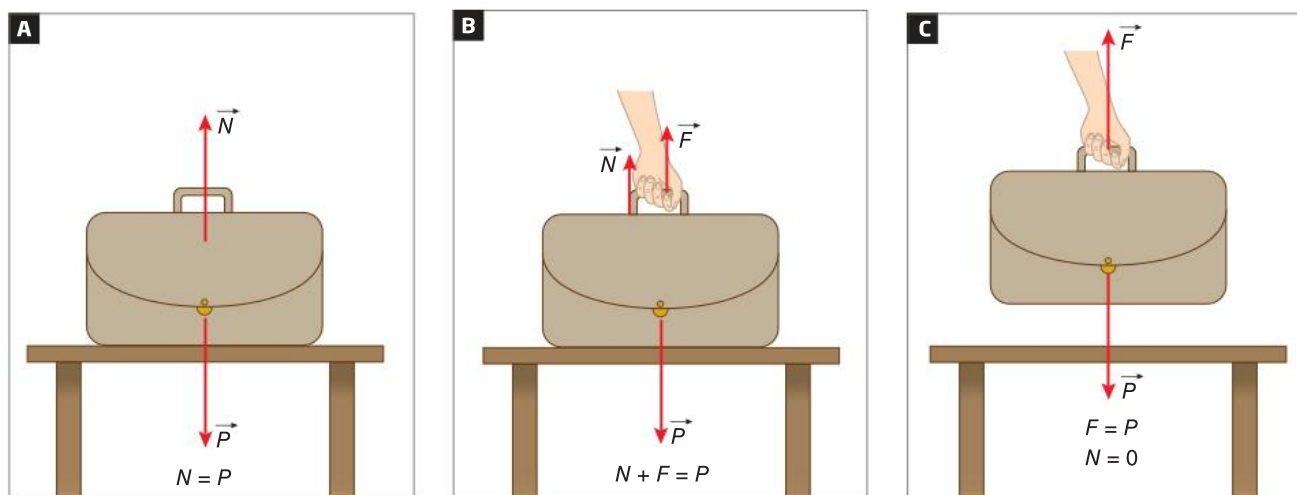


Figura 17

Tensão ou tração em fios (\vec{T})

Se dois ou mais corpos estão ligados por um fio e existe troca de forças entre eles, há uma força ao longo do fio denominada tensora. Chamamos essa força tensora de **tensão** ou **tração**. A tensão \vec{T} tem a direção do fio. Se o fio for inextensível e tiver massa desprezível, não haverá restrições ao movimento provocadas por ele; assim, o fio passa a se comportar como um “condutor” de forças.

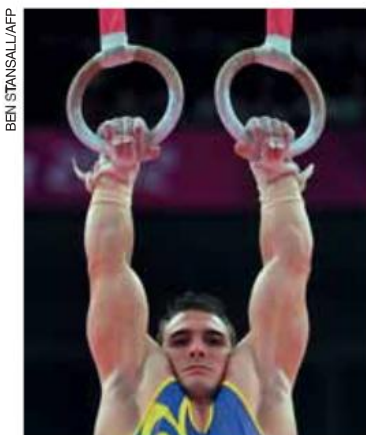


Figura 18 • O peso do ginasta é dividido em dois e “conduzido” pelos fios ao suporte. Dessa maneira, cada um dos fios está submetido a uma tensão que tem intensidade igual à metade do peso do atleta.

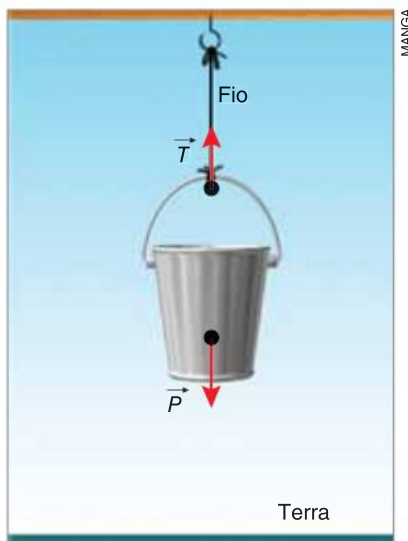


Figura 19 • No equilíbrio do balde, $T = P$. Note que \vec{T} e \vec{P} não constituem um par ação-reação.

S6

Reforce para os alunos que a força peso e a normal não são um par ação-reação. No *Suplemento*, apresentamos outra situação para discutir com os alunos.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Força elástica ($\vec{F}_{el.}$)

Quando usamos um elástico para prender os cabelos ou quando apertamos uma bolinha de borracha, sabemos que, após deformá-los, esses objetos voltarão à forma original. A propriedade de alguns materiais associada à restituição de seu formato depois de sofrerem pequenas deformações temporárias recebe o nome **elasticidade**.

Alguns tipos de fio também apresentam elasticidade. Um barbante de fios de algodão, usado para fazer pacotes, ou uma linha de náilon usada para pescar sofrem deformações após a aplicação de uma força. Dependendo da intensidade da força aplicada, eles voltam a ter o tamanho original. Uma mola se comporta do mesmo modo. Em 1660, Robert Hooke (1635-1703), cientista inglês, verificou que, mantendo presa uma das extremidades de uma mola e aplicando-lhe uma força na outra extremidade, ela se deformava, aumentando ou diminuindo de tamanho. Observou ainda que a variação no comprimento da mola era proporcional à intensidade da força aplicada até o chamado **limite elástico**, que ocorre quando a mola perde a elasticidade.



Figura 20 • A bola, ao bater nas cordas da raquete, se deforma e age sobre as cordas, deformando-as também. A restituição, ou o retorno ao estado original, apesar de parecer, não é total, pois parte das deformações é permanente e vai se tornando perceptível com o passar do tempo.

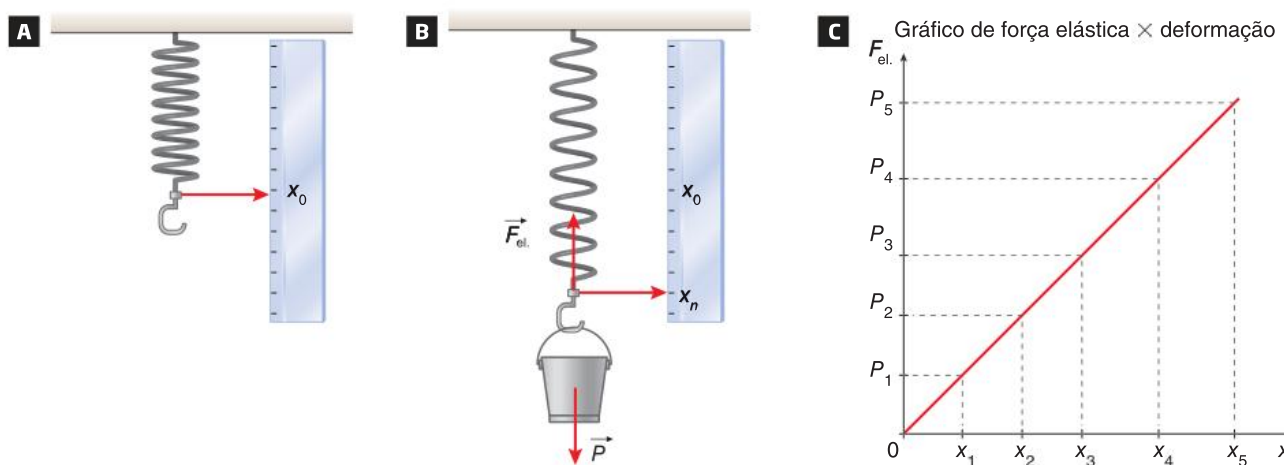


Figura 21 • (A) Esquema de mola em seu comprimento natural x_0 sem deformação; (B) esquema de mola sujeita a uma força peso, com deformação x_n ; (C) gráfico da relação entre a força elástica e a deformação da mola, representando uma função linear do tipo $y = ax$.

A lei de Hooke estabelece a relação entre a força elástica e a deformação e pode ser diretamente deduzida do gráfico acima:

$$F_{el.} \propto x \Rightarrow F_{el.} = k \cdot x$$

Como se lê

$$F_{el.} \propto x$$

A força elástica é diretamente proporcional à deformação.

Nessa lei, a constante k é a constante de proporcionalidade da função. Ela representa a quantidade de força que deforma a mola por unidade de comprimento.

A força elástica $\vec{F}_{el.}$ tem a direção da deformação e sentido contrário a ela, ou seja, se a mola for esticada para a direita, o sentido da força elástica será para a esquerda; se a mola for deformada para baixo, o sentido da força elástica será para cima, e assim por diante (fig. 22).

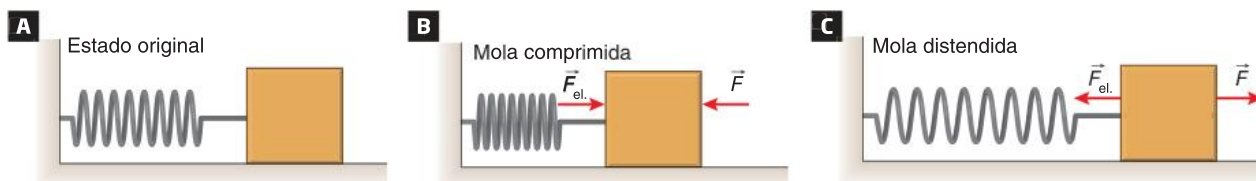


Figura 22 • (A) Mola em seu estado natural; (B) a força aplicada provoca uma **compressão** e a força elástica atua no sentido de restituir a mola ao seu comprimento inicial; (C) a força aplicada provoca a **distensão** da mola e novamente a força elástica tende a restituir a mola à condição inicial.

A constante de proporcionalidade (k) é denominada **constante elástica** da mola e mede a resistência da mola à deformação, ou seja, sua capacidade de restituição.

Para medir a intensidade de uma força aplicada, usa-se o **dinamômetro**, instrumento criado com base na lei de Hooke, que funciona por meio de uma mola calibrada especialmente para isso. Em um dinamômetro, o aumento no comprimento da mola provocado pela aplicação de uma força é usado para determinar sua medida em newtons (N) ou em quilogramas-força (kgf).

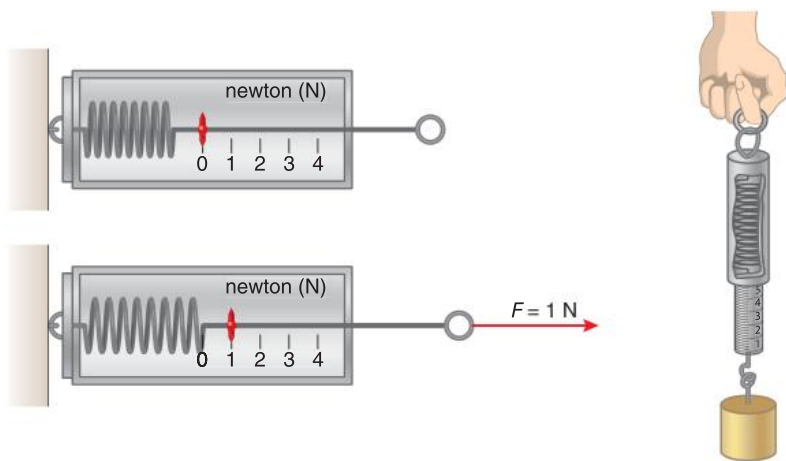


Figura 23 • Em um dinamômetro, o aumento no comprimento da mola provocado pela aplicação de uma força é usado para determinar sua medida em newtons (N) ou em quilogramas-força (kgf).

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

Já sabe responder?

Por que algumas vezes a inércia é associada à preguiça?

Garfield



Jim Davis



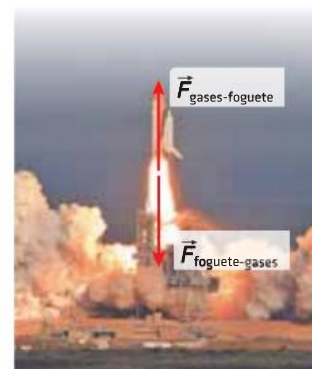
© 1995 PAWS, INC. ALL RIGHTS RESERVED. DIST. BY UNIVERSAL UCLUCK

QUESTÕES RESOLVIDAS

R4 Como se aplica o princípio da ação e reação ao movimento de um foguete?

► Resolução

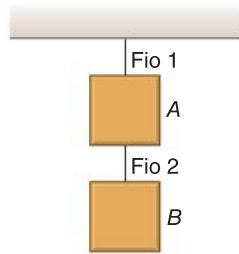
No foguete, os gases resultantes da explosão do combustível são ejetados para fora em certa direção e sentido através de aberturas na fuselagem. Se a câmara de combustão fosse fechada, a queima de gás geraria força em todas as direções e o foguete não se moveria. O escape do gás pela abertura da fuselagem causa um desequilíbrio, pois as forças nas paredes laterais da câmara continuam se anulando, enquanto a força na parte superior da câmara faz o foguete subir. Portanto, o foguete desloca-se para cima por causa da reação à pressão exercida pelos gases de combustão. É importante notar que não há necessidade de ar para que o foguete se mova ou mude de direção. Não é a interação com o ar que gera o movimento, mas, sim, a força de reação gerada pelos gases ejetados.



Lançamento do ônibus espacial Atlantis em Cabo Canaveral, Flórida, 16 de novembro de 2009.

PIERRE DUCHARME/REUTERS/LATINSTOCK

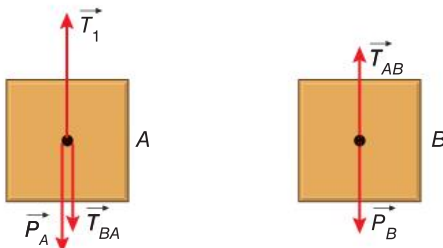
- **R5** Os corpos *A* e *B* da figura estão em equilíbrio. Os fios 1 e 2 são inextensíveis e têm massa desprezível. Considerar as massas de *A* e de *B*, respectivamente, iguais a 0,5 kg e 1,5 kg.



- Represente todas as forças que atuam nos dois corpos separadamente.
- Determine em kgf a intensidade da tração no fio que liga os dois corpos e no fio que liga o corpo *A* ao teto.
- Se a resistência do fio fosse ultrapassada, ele se romperia entre *A* e *B* ou entre *A* e o teto? Explique.

► Resolução

- a) Temos a seguinte representação:



- b) Sabemos que, se o sistema está em equilíbrio, a resultante de forças nos blocos *A* e *B* é nula.

No bloco *B*, a equação é:

$$P_B = T_{AB}, \text{ então } T_{AB} = 1,5 \text{ kgf}$$

No bloco *A*, a equação é:

$$T_{AB} + P_A = T_1$$

Assim, substituindo na equação, temos:

$$1,5 + 0,5 = T_1$$

Então:

$$T_1 = 2,0 \text{ kgf}$$

Logo, os valores das trações nos fios são, respectivamente:

$$T_{AB} = T_{BA} = 1,5 \text{ kgf} \quad \text{e} \quad T_1 = 2,0 \text{ kgf}$$

- c) O fio se romperia onde a força de tração fosse maior, ou seja, entre o bloco *A* e o teto.

- R6** Os pacotes *A* e *B* da figura têm peso, respectivamente, igual a 50 N e 20 N.

- Represente as forças que atuam em cada um deles isoladamente.
- Determine a intensidade das forças representadas no item *a*.

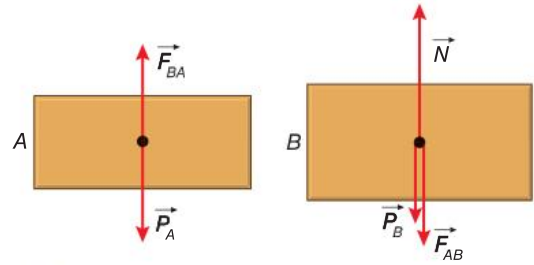


ILUSTRAÇÃO: MANGA

- c) Descreva onde estão as reações a cada uma das forças representadas no item *a*.

► Resolução

- a) Temos a seguinte representação:



Como se lê

\vec{F}_{AB} : força que o corpo *A* aplica no corpo *B*.

\vec{F}_{BA} : força que o corpo *B* aplica no corpo *A*.

- b) Como o sistema de pacotes está em repouso, sabemos que a resultante será nula tanto no pacote *A* quanto no pacote *B*.

Para o pacote *A*, podemos escrever a equação: $P_A = F_{BA} = 50 \text{ N}$ (note que, como *A* não está em contato com o apoio do sistema, não convém chamar \vec{F}_{AB} de reação normal da superfície de apoio).

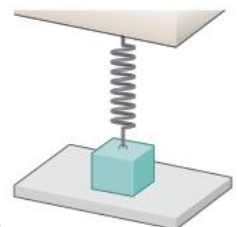
Para o pacote *B*, lembrando que $F_{BA} = F_{AB}$, porque constituem um par ação-reação, temos: $F_{AB} + P_B = N$ (reação normal da superfície de apoio).

$$\text{Então: } N = 50 + 20 \Rightarrow N = 70 \text{ N}$$

Note que, apesar de \vec{P}_A e de \vec{F}_{AB} terem a mesma intensidade, não é correto dizer que em *B* também age o peso *A*. O peso *A*, como o nome diz, age apenas no corpo *A* e, portanto, só pode ser representado em *A*. No pacote *B*, age a força que *A* aplica em *B*. Nesse caso, elas têm a mesma intensidade.

- c) As reações ao peso de *A* e ao peso de *B* estão no centro da Terra. A reação a \vec{F}_{AB} está em *B* e a reação a \vec{F}_{BA} está em *A*. A reação à força normal está na superfície de apoio.

- R7** A figura representa um corpo de massa 45 g apoiado em uma superfície horizontal e preso a uma mola fixa no teto. O corpo deforma uma mola de constante elástica 7,5 gf/cm.



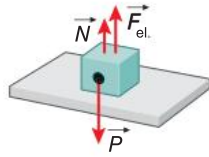
Supondo que o sistema esteja em equilíbrio:

- represente as forças que agem no corpo;
- determine a deformação sofrida pela mola, sabendo que o corpo comprime a superfície de apoio com uma força de intensidade 15 gf.

O exercício **R7** apresenta o submúltiplo do kgf denominado grama-força, ou gf. Lembramos que $1 \text{ kgf} = 1.000 \text{ gf}$.

Resolução

- a) O esquema de forças no corpo está representado na figura ao lado.



Nesse esquema, temos:

$\vec{F}_{el.}$ é a força de reação da mola à deformação provocada pelo corpo.

\vec{N} é a força de reação da superfície de apoio sobre o corpo.

\vec{P} é o peso do corpo.

- b) Na situação de equilíbrio, a força resultante é nula ($F_R = 0$).

$$\text{Logo: } F_{el.} + N = P$$

Como $N = 15 \text{ gf}$, então:

$$F_{el.} = P - N \Rightarrow F_{el.} = 45 - 15 \therefore F_{el.} = 30 \text{ gf}$$

Pela lei de Hooke, temos:

$$F_{el.} = kx \Rightarrow 30 = 7,5x \therefore x = 4 \text{ cm}$$

Portanto, a medida da deformação sofrida pela mola é 4 cm.

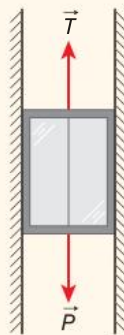
QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 12 (Unemat-MT) A figura abaixo representa um elevador em movimento com velocidade constante.

A tração (T) do cabo durante o movimento de subida é:

- maior que o peso do elevador.
- maior que durante o movimento de descida.
- igual durante o movimento de descida.
- menor que durante o movimento de descida.
- menor que o peso do elevador.



- 13 Em uma situação hipotética, balões de gás hélio são presos à coleira de um cachorro que, a seguir, é colocado sobre uma balança. A balança indica 2,4 kg, mas a massa do cão é igual a 3 kg. Qual seria a indicação da balança, nessa mesma situação, se a massa do cão fosse 2,4 kg?

- 14 Uma pessoa colocada numa extremidade de um pequeno barco vai correr em direção à outra extremidade (ver figura). Em seguida, vai pular tentando alcançar a plataforma de madeira.



- Descreva o movimento do homem em relação a um ponto fixo na plataforma.
- Descreva o movimento do barco em relação a um ponto fixo na plataforma.

- 15 Por que, do ponto de vista da 3ª lei de Newton, não seria eficiente utilizar um avião a hélice para resgatar um astronauta na Lua para trazê-lo para a Terra?

OLEGO/SHUTTERSTOCK



- 16 Um garoto aguarda o início de um passeio de carroça (ver figura), observando os bois que vão puxá-la e refletindo sobre a 3ª lei de Newton. Então, ele elabora a seguinte proposição sobre a situação: "Pela lei da ação e reação, quando o boi puxar a carroça, esta também vai puxá-lo. Como as forças serão iguais e terão sentidos contrários, o boi não conseguirá mover a carroça, que, assim, jamais sairá do lugar."

LIGIA DUQUE



Explique quais são as incorreções da proposição do garoto sobre os conceitos envolvidos na 3ª lei de Newton.

17 Uma criança brinca com blocos de madeira.

MANGA

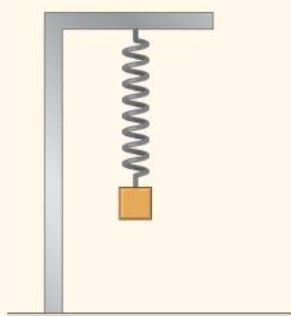


Os blocos marcados com os números 9, 7 e 3 têm massa, respectivamente, igual a 200 g, 100 g e 50 g e estão em equilíbrio, um sobre o outro.

- Desenhe os blocos, depois represente as forças que estão atuando em cada um separadamente e encontre os pares ação-reação.
- Determine a intensidade de cada uma das forças representadas no item a.

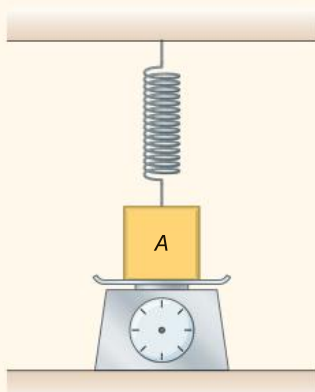
18 Certa mola helicoidal, presa num suporte vertical, tem comprimento de 12 cm. Ao prender à mola um corpo de 200 g, ela passa a medir 16 cm. Determine o valor da constante elástica da mola, em N/m.

LUIZ RUBIO



19 O arranjo experimental a seguir possui uma mola de constante elástica igual a 30 N/m.

ADILSON SECCO



O corpo preso à mola, de peso 10 N, provoca nela uma deformação de 15 cm. Para este arranjo, a balança, graduada em newtons, registra:

- 1,0 N
- 2,5 N
- 3,5 N
- 4,0 N
- 5,5 N

20 Quando um jogador de futebol chuta uma bola inicialmente em repouso, o pé exerce uma força sobre a bola e a bola exerce outra força sobre o pé.



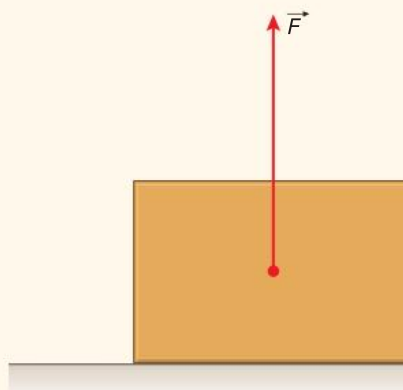
MANGA

A respeito dessa situação, podemos fazer as seguintes afirmações:

- A bola altera seu estado de repouso para o de movimento, porque a resultante das forças que atuam sobre ela, durante o chute, não é nula.
- Após o chute, a bola se move porque a força que o pé exerce sobre ela tem intensidade maior que a força que a bola exerce sobre o pé.
- A força que a bola exerce sobre o pé tem a mesma intensidade da força que o pé exerce sobre a bola, porém elas não se anulam, porque estão aplicadas em corpos diferentes.

Avalie qual(is) das afirmações é (são) correta(s) e explique sua escolha.

21 Uma força \vec{F} de módulo igual a 20 N é aplicada, verticalmente, sobre um corpo de 10 kg, em repouso sobre uma superfície horizontal, como indica a figura. Determine o módulo (em N) da força normal sobre o corpo, considerando $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$.



LUIZ RUBIO

Empurra-empurra e inércia

Em 26 de abril de 2012, o jornal *O Estado de S. Paulo* publicou uma reportagem sobre a superlotação em algumas estações do metrô da cidade de São Paulo.

Projetada para 145 mil usuários/dia, a estação Paulista da Linha 4 recebe 25 mil pessoas/hora transitando entre as estações Consolação e Paulista no horário de pico, o que significa que está saturada em 100%. A estação Sé comporta 1 milhão, mas recebe diariamente um número menor de pessoas.

Lotação da estação Paulista já supera, proporcionalmente, a da Sé.



HÉLVIO ROMERO/ESTADÃO CONTEÚDO

De acordo com a reportagem:

No “tubo” ou “corredor da morte”, como já foi apelidado, há a tecnologia de esteiras rolantes para agilizar o percurso e piso tátil para deficientes. A lotação, porém, é tanta que parte desses recursos se mostrou inútil: as esteiras rolantes são desligadas no horário de pico “por segurança” e por não suportar o fluxo de usuários espremidos na passagem.

Um dos passageiros entrevistados pela reportagem comentou:

“Já peguei essa transferência da estação Consolação para a Paulista às 16h, fora do que eles chamam de horário de pico, e simplesmente não consegui andar. Nem sei como cheguei até a outra plataforma. Fui movido pela inércia.”

- Nesta unidade, você estudou o conceito de **inércia**. É possível relacioná-lo, de fato, à fala do passageiro entrevistado, ou seja, é mesmo a inércia que possibilita o movimento das pessoas que se acotovelam para se locomover entre as estações e para entrar no trem?

Forças de atrito



No Suplemento, você encontra orientações para o trabalho da questão introdutória.

ou: Por que o piso das pistas de atletismo é feito de material emborrachado?

Pisos de **borracha** proporcionam maior aderência aos **tênis dos atletas** do que pisos de outro material, isso permite aumentar a impulsão e diminuir a possibilidade de escorregamento.

Figura 1 • Pisando com força no freio, o piloto faz com que as rodas travem e diminuam a velocidade do automóvel. O atrito entre os pneus e o asfalto, nesse caso, é responsável pela desaceleração.

1 Introdução

O atrito é um tipo de força presente no cotidiano das pessoas. Em dias frios, por exemplo, é comum esfregarmos as mãos para aquecê-las. Num automóvel, a lubrificação é utilizada para diminuir o atrito entre os componentes mecânicos e evitar seu desgaste. Todavia, o atrito também é responsável pelo movimento do veículo, possibilitando que ele se desloque num determinado sentido, pois as rodas que exercem a tração empurram o chão no sentido oposto. Esses e outros exemplos mostram que, algumas vezes, o atrito é o elemento responsável pela existência do movimento, enquanto, em outros casos, torna-o mais difícil.



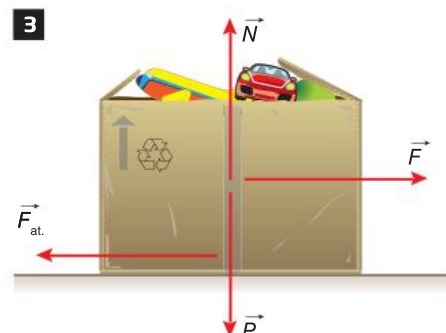
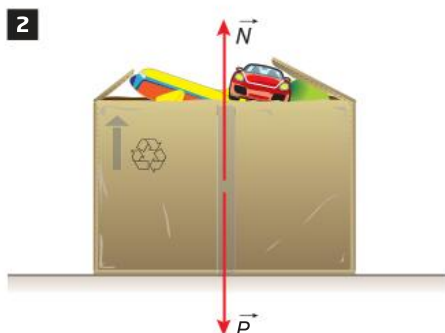
MAL FAIRCLOUGH/WFP



No Suplemento, você vai encontrar textos que explicam a natureza do atrito e sugestões de questões que podem ser propostas aos alunos. Além disso, há um estudo experimental que comprova a diferença entre os coeficientes de atrito estático e cinético.

2 Força de atrito

Sobre um corpo apoiado em um piso horizontal atuam a força peso, por causa da atração da Terra sobre o corpo, e a força normal, reação à força que o corpo exerce sobre o apoio. Como a resultante das forças é nula, isto é, a força peso tem a mesma intensidade da força normal, o corpo está em repouso em relação ao piso (fig. 2). Se, a partir de certo momento, outra força (\vec{F}), horizontal, passar a atuar sobre o corpo, então, nesse caso, uma força com sentido oposto ao da força \vec{F} vai agir, opondo-se à tendência de movimento na horizontal (fig. 3). Essa força é chamada de **força de atrito** ($\vec{F}_{at.}$).



Figuras 2 e 3 • Ao aplicar uma força horizontal num objeto, percebemos a existência de uma força que se opõe à tendência de movimento. Essa força é denominada força de atrito.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

3 Força de atrito estático

Um corpo está apoiado sobre o piso. Aplicando sobre esse corpo uma força horizontal, tentaremos arrastá-lo. Se, apesar dessa força, o corpo não se mover, é porque existe outra força, no sentido contrário à inicial, equilibrando-a (fig. 4). Essa força é a **força de atrito estático**, que representamos por $\vec{F}_{\text{at.(e)}}$.



Figura 4 • Enquanto o corpo não se move, o módulo da força de atrito estático é igual ao módulo da força que tenta colocar o corpo em movimento.

O princípio da inércia permite afirmar que, nas condições descritas, as forças \vec{F} e $\vec{F}_{\text{at.(e)}}$ devem se anular. Assim, enquanto o corpo não se movimentar, o módulo da força de atrito estático será igual ao módulo da força que tenta movimentar o corpo.

Se aumentarmos gradativamente o módulo da força \vec{F} , haverá um instante em que o corpo estará **na iminência** de se movimentar. Nessa condição, com o corpo ainda em repouso, a **força de atrito estático é máxima**. Qualquer acréscimo à força fará com que o corpo saia do repouso. O módulo da força de atrito estático máxima pode ser calculado; para isso, podemos perguntar: De que fatores depende a força de atrito entre um corpo e seu apoio?

O atrito existe devido ao contato entre a superfície do corpo apoiado e o piso onde ele se apoia. Uma caixa colocada sobre um piso qualquer é um bom exemplo dessa situação (fig. 5).

Iminente (na iminência). Que está a ponto de acontecer; próximo, imediato.



Figuras 5 e 6 • Observe as duas caixas de mesmo material sobre um piso. A caixa cuja força de interação com o piso é maior (fig. 6) exige mais esforço para ser arrastada horizontalmente.

Percebemos que uma caixa de maior massa (fig. 6), ou seja, para a qual a força de interação com o piso é maior, parece resistir mais a se movimentar do que uma caixa de massa menor. Percebemos também que caixas de mesma massa podem resistir mais ou menos ao movimento, dependendo do tipo de piso onde se apoiam.

O maior ou menor valor da força de atrito estático máxima depende do tipo de material das superfícies em contato. Superfícies notadamente mais lisas, como o gelo ou a madeira encerada, permitem menor valor para a força de atrito estático, enquanto os pisos de asfalto ou cimento rústico conduzem a valores mais elevados (fig. 7 e 8). Os fatores acima nos levam à conclusão de que a intensidade da força de atrito estático máxima depende do valor da força de interação entre o corpo e o apoio, cuja reação, sabemos, é denominada força normal, \vec{N} . De fato, o módulo da força de atrito estático máxima é diretamente proporcional ao módulo da força de interação entre o corpo e o apoio, isto é:

$$F_{\text{at.(e) máx.}} \propto N$$

A constante de proporcionalidade dessa equação é denominada **coeficiente de atrito estático**, indicada por μ_e , e seu valor depende do material das superfícies em contato. Assim, podemos calcular o módulo da força de atrito estático máxima:

$$F_{\text{at.(e) máx.}} = \mu_e N$$

O coeficiente de atrito estático, μ_e , é um número que expressa a razão entre os módulos de duas forças: a de atrito estático máxima $\vec{F}_{\text{at.(e) máx.}}$ e a normal, \vec{N} . Portanto, o coeficiente de atrito estático, μ_e , é uma grandeza adimensional, isto é, não possui unidade. Por exemplo, para o contato entre madeira e asfalto, temos $\mu_e \approx 0,5$ e, para o contato entre borracha e asfalto, $\mu_e \approx 0,7$.

Vencido o atrito estático máximo, o corpo entra em movimento, e, nesse caso, surge o atrito cinético, que estudaremos a seguir.

4 Força de atrito dinâmico (cinético)

Uma pessoa empurra um corpo de grande massa apoiado sobre um piso com atrito, tentando arrastá-lo (fig. 9). A pessoa aumenta gradativamente o módulo da força que exerce sobre o corpo até o momento em que é vencido o estado de repouso e o corpo entra em movimento.

Quando o corpo entra em movimento, o valor do módulo da força necessária para mantê-lo nesse estado é menor do que o módulo da força necessária para tirá-lo do repouso. Isso significa que é mais difícil começar o movimento do que mantê-lo.

A partir do instante em que o movimento é iniciado, a força de atrito continua a atuar sobre o corpo, no sentido contrário ao do movimento, porém com valor menor do que o da força de atrito estático máxima. O módulo da força de atrito, a partir daí, é praticamente constante, independentemente da velocidade do corpo. Essa força é então denominada **força de atrito cinético**, ou **dinâmico**, $\vec{F}_{\text{at.(c)}}$. Seu módulo, todavia, continua diretamente proporcional ao módulo da força de compressão no apoio, a força normal:

$$F_{\text{at.(c)}} \propto N$$

A constante de proporcionalidade, nesse caso, é o **coeficiente de atrito cinético (ou dinâmico)**, μ_c , que é menor do que o coeficiente de atrito estático, μ_e . Assim:

$$F_{\text{at.(c)}} = \mu_c N$$



Figuras 7 e 8 • No caso de duas caixas de mesma massa e feitas do mesmo material, uma delas pode ser mais facilmente arrastada do que a outra. Nessa situação, a caixa que mais resiste ao movimento (fig. 7) está apoiada sobre um piso que causa mais atrito do que o outro.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

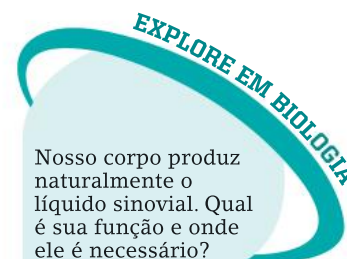


Figura 9 • O módulo da força necessária para manter o movimento do corpo é menor do que o módulo da força necessária para tirá-lo do repouso.

A tabela 1 apresenta valores aproximados de coeficientes de atrito estático (μ_e) e cinético (μ_c) entre as superfícies de alguns materiais.

Tabela 1		
Superfície em contato	μ_e	μ_c
Cobre sobre aço	0,53	0,36
Aço sobre aço	0,74	0,57
Alumínio sobre aço	0,61	0,47
Borracha sobre concreto	1,0	0,8
Madeira sobre madeira	0,4	0,2
Madeira encerada sobre gelo	0,14	0,1
Teflon sobre teflon	0,04	0,04
Articulações dos ossos humanos	0,01	0,003
Vidro sobre vidro	0,94	0,4

SERWAY, R. A.; JEWETT Jr., J. W. *Física para cientistas e engenheiros*. São Paulo: Cengage Learning, 2012.



No Suplemento, há sugestão de atividade de pesquisa para os alunos.

Já sabe responder?

Por que o piso das pistas de atletismo é feito de material emborrachado?



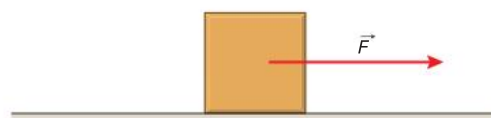
SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Um corpo de massa igual a 20 kg está apoiado sobre uma superfície horizontal, conforme representado na figura.

Uma força horizontal, para a direita, de módulo 80 N, é aplicada sobre o corpo, mas ele não se move.

- Qual é o módulo da força normal nesse caso?
- Quais são a direção, o sentido e o módulo da força de atrito?



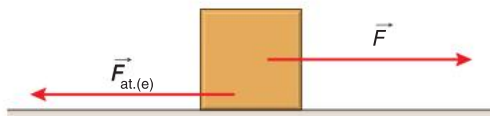
LUIZ RUBIO

Resolução

- a) A força normal é a reação à interação entre o corpo e o apoio, que nesse caso é igual ao peso do corpo. Portanto:

$$N = P \therefore N = 200 \text{ N}$$

- b) A direção da força de atrito é a mesma da força que puxa o corpo, isto é, **horizontal**. O sentido da força de atrito é contrário ao da força aplicada, isto é, da **direita para a esquerda**, conforme a figura a seguir.



Como o corpo ainda não se move, o módulo da força de atrito é igual ao módulo da força aplicada (F). Assim:

$$F_{\text{at.}(e)} = 80 \text{ N}$$

- R2** Em relação à questão anterior, aumentando gradativamente o módulo da força que puxa o corpo, observa-se que, ao atingir 120 N, o corpo está na iminência de se movimentar, isto é, qualquer acréscimo ao valor da força, por menor que seja, colocará o corpo em movimento. Qual é, nesse caso:

- o módulo da força normal?
- o módulo da força de atrito estático máxima?
- o valor do coeficiente de atrito estático entre as duas superfícies em contato?

Resolução

- a) O módulo da força normal não se alterou. Portanto:

$$N = 200 \text{ N}$$

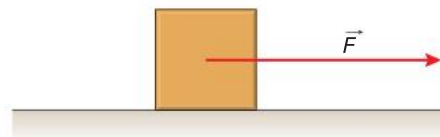
- b) O módulo da força de atrito estático máxima, $F_{\text{at.}(e)\text{máx.}}$, é igual ao módulo da força aplicada, uma vez que o corpo está na iminência de se movimentar. Assim:

$$F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = 120 \text{ N}$$

- c) Como $F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = 120 \text{ N}$ e $N = 200 \text{ N}$, temos:

$$F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = \mu_e N \Rightarrow 120 = \mu_e \cdot 200 \Rightarrow \mu_e = 0,6$$

- R3** O corpo representado na figura abaixo tem massa de 40 kg e será arrastado, pelo piso horizontal onde se apoia, por uma força \vec{F} horizontal e variável. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre as superfícies em contato são, respectivamente, 0,6 e 0,5.



- Qual é o valor da força de atrito estático máxima?
- Para o corpo em movimento, qual é o valor da força de atrito cinético que atua sobre ele?
- Qual é o módulo de \vec{F} capaz de manter o corpo em movimento retilíneo e uniforme?
- Para uma força de módulo 300 N, qual é o valor da força de atrito cinético?

Resolução

- a) O módulo da força de atrito máxima pode ser calculado por:

$$F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = \mu_e N$$

Como, nesse caso, o módulo da força normal N é igual ao peso do corpo, teremos:

$$F_{\text{at.}(e)} = \mu_e N \Rightarrow F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = 0,6 \cdot 400$$

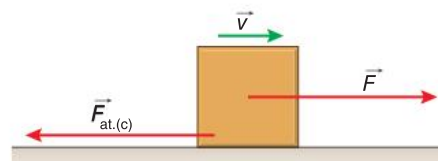
$$\therefore F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = 240 \text{ N}$$

- b) A força de atrito cinético é dada por:

$$F_{\text{at.}(c)} = \mu_c N \Rightarrow F_{\text{at.}(c)} = 0,5 \cdot 400$$

$$\therefore F_{\text{at.}(c)} = 200 \text{ N}$$

- c) Para que o corpo se mantenha em MRU, é preciso que a resultante das forças que atuam sobre ele seja nula. Portanto, nesse caso, devemos ter $F = F_{\text{at.}(c)} = 200 \text{ N}$.



- d) O módulo de $\vec{F}_{\text{at.}(c)}$ não se altera caso o módulo da força \vec{F} seja aumentado.

Assim, $F_{\text{at.}(c)} = 200 \text{ N}$ para qualquer velocidade diferente de zero.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

Adote $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$ quando necessário.

- 1** Quando se trata de segurança aeroviária, um dos principais aspectos a ser considerado é a condição de atrito da pista. É por causa do atrito que uma aeronave consegue realizar o procedimento de decolagem, ao atingir a velocidade ideal para levantar voo, e também o procedimento de pouso, em que a aeronave deve se aproximar a uma determinada velocidade e parar antes do final da pista.

Observe nas imagens a seguir o aparelho utilizado pelas equipes de segurança dos aeroportos para avaliar as condições de aderência da pista.



Aparelho que mede o coeficiente de atrito da maioria das pistas aeroportuárias brasileiras.

Para a avaliação da aderência, o aparelho lança água sobre a pista. Qual é a justificativa para esse procedimento?

- 2** Uma pessoa de 70 kg é colocada em uma caixa de massa desprezível. Outra pessoa tenta empurrar a caixa aplicando sobre ela uma força horizontal de módulo 300 N , mas a caixa não se move. Nessa condição, classifique em verdadeira ou falsa cada afirmação, justificando sua escolha com base nos princípios físicos estudados.

- a) A caixa só se moverá se a força aplicada tiver módulo maior do que o peso da caixa adicionado ao peso da pessoa que está dentro dela.
- b) A força de atrito entre a caixa e o piso é a razão pela qual a caixa não se move.
- c) Se a força aplicada for aumentada até se igualar à força de atrito estático, a caixa estará na iminência de se movimentar.
- d) A força de atrito estático é igual a 700 N .
- e) Aumentando a força aplicada na caixa, o atrito estático tende a diminuir.

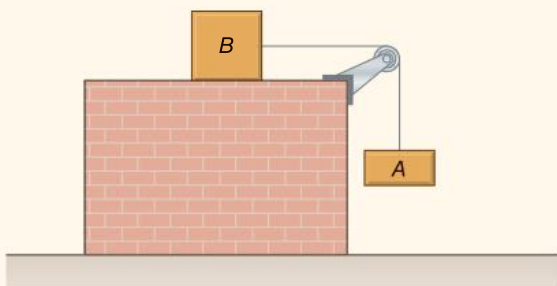
- 3** Um bloco de madeira de 4 kg de massa desliza com velocidade constante sobre um piso horizontal, também de madeira. Sendo $0,4$ e $0,2$, respectivamente, os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre as superfícies, responda:

- a) Qual é, em newtons, o módulo da força normal de reação do apoio?
- b) Qual é o módulo da força de atrito cinético que atua sobre o bloco?
- c) Além da força de atrito cinético, existe outra força horizontal atuando sobre o bloco? Por quê?

LUIS ALVAREZ/GETTY IMAGES

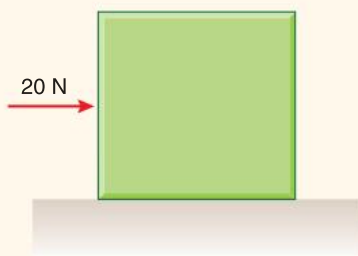


- 4 O sistema representado na figura está em repouso, porém prestes a entrar em movimento.



Sendo $m_A = 4 \text{ kg}$ e $m_B = 8 \text{ kg}$, calcule:

- o módulo da força de tração no fio que une os blocos A e B.
 - o módulo da força de atrito entre o bloco B e o piso.
 - o coeficiente de atrito estático entre o bloco B e o piso.
- 5 Uma caixa de massa 4 kg está apoiada sobre um piso horizontal. Uma força horizontal de 20 N empurra essa caixa sem que, no entanto, ela se mova.

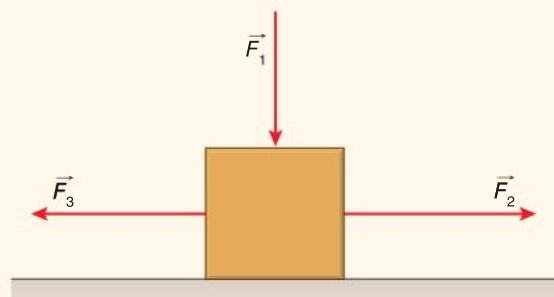


Nessas condições, em relação a essa caixa, qual é o módulo:

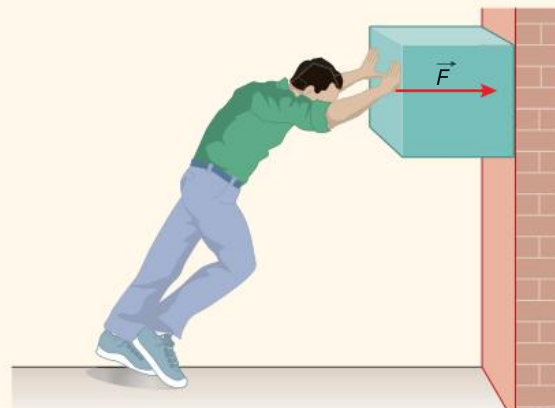
- da força peso?
 - da força normal?
 - da força de atrito?
- 6 O módulo da força de atrito estático máxima que atua sobre um corpo de massa 5 kg, em repouso sobre uma superfície horizontal, é igual a 40 N. Qual é, nesse caso, o valor:
- do peso do corpo?
 - do coeficiente de atrito estático?
 - da força horizontal capaz de colocar o corpo em movimento?
- 7 Uma pessoa arrasta um caixote de massa 80 kg sobre um piso horizontal aplicando sobre ele uma força constante de 200 N. Se a velocidade do caixote é horizontal e constante, qual é o valor:
- da força de atrito cinético?
 - do coeficiente de atrito cinético entre o caixote e o piso?

- 8 Sobre um corpo de massa 2 kg atuam três forças, \vec{F}_1 , \vec{F}_2 e \vec{F}_3 , com direções e sentidos representados na figura.

Os módulos das forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são, respectivamente, 10 N e 40 N, e os coeficientes de atrito estático e cinético entre o corpo e o apoio valem, respectivamente, 0,3 e 0,2.



- Qual é o módulo da força que o corpo exerce sobre o apoio?
 - Se o corpo está em repouso, porém na iminência de se movimentar para a esquerda, qual é o módulo de \vec{F}_3 ?
 - Se o corpo se move com velocidade constante para a direita, qual é o módulo de \vec{F}_3 ?
 - Se o corpo se move com velocidade constante para a esquerda, qual é o módulo de \vec{F}_3 ?
- 9 Uma pessoa comprime um corpo de massa 2 kg contra uma parede vertical, exercendo sobre ele uma força \vec{F} de módulo 40 N, perpendicular à parede, conforme representado na figura. Se o corpo está em repouso, qual é o valor:
- do peso do corpo?
 - da força que o corpo exerce no apoio?
 - da força que o apoio exerce no corpo?
 - da força de atrito que atua sobre o corpo?
 - do coeficiente de atrito estático entre as superfícies em contato, supondo que o corpo está na iminência de descer deslizando?



2ª lei de Newton: corpos acelerados

ou: Que vantagem a diminuição da massa dos carros, ao longo do tempo, trouxe para seus desempenhos?



S10

No Suplemento, você encontra orientações para trabalhar a questão introdutória.

1 Introdução

A atleta olímpica se prepara para lançar o disco e seu objetivo é que ele percorra a maior distância possível antes de retornar ao solo. Para isso, ela estende os braços e gira o corpo rapidamente, utilizando a técnica que aprendeu em intensos treinamentos. Durante esse giro, a atleta aplica uma força sobre o disco antes de lançá-lo.

Figura 1 • A força aplicada no disco faz com que ele adquira velocidade.

Pela 2ª lei de Newton, se for mantida a força resultante sobre dois corpos de diferentes massas, quanto maior a massa, menor será a aceleração do corpo. Por ter sua massa diminuída pelo aprimoramento do processo industrial, os automóveis conseguem atingir acelerações maiores e, consequentemente, velocidades máximas mais rápidas.

Nessa situação, a força aplicada pela atleta será o elemento responsável pela alteração no valor da velocidade do disco, isto é, pela aceleração a ele imposta.

2 2ª lei de Newton

A 2ª lei de Newton diz respeito ao movimento acelerado dos corpos. Para que um corpo altere o módulo, a direção ou o sentido de sua velocidade, ou seja, acelere, é necessária a aplicação de uma força. Assim:

Um corpo altera sua velocidade se sobre ele atuar um conjunto de forças cuja resultante não seja nula.

Quanto maior o valor da força que a atleta aplicar no disco durante o giro, maior será a aceleração adquirida por ele.

Para um corpo de massa constante, quanto maior o **módulo** da força resultante que atuar sobre ele, maior será a aceleração produzida.

Experimentalmente, quando uma força resultante de módulo F_R atua sobre um corpo, observa-se que ele adquire uma aceleração de módulo a . Verifica-se que, se o módulo da força duplicar, a aceleração do corpo também será o dobro da aceleração inicial. Caso a força seja igual a $3F_R$, a aceleração será $3a$. O gráfico abaixo sintetiza os dados apresentados.

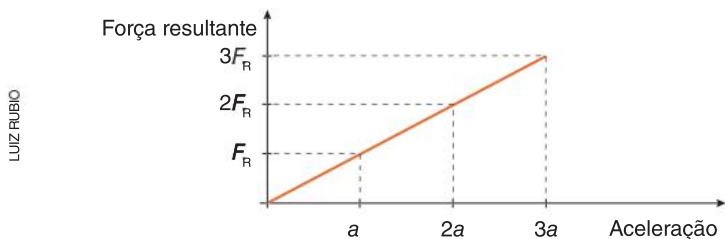


Figura 2 • Gráfico da força resultante aplicada num corpo pela aceleração adquirida.

Observe que $\frac{F_R}{a} = \frac{2F_R}{2a} = \frac{3F_R}{3a} = \frac{nF_R}{na} = k$ (constante). Nesse caso, o módulo da força resultante (F_R) e o módulo da aceleração (a) são grandezas diretamente proporcionais.

A constante k , que representa a relação entre os valores de força resultante e a aceleração, é a massa m do corpo. A massa inercial representa o valor constante da razão entre a força resultante aplicada sobre um corpo e sua aceleração.

3 Corpos acelerados

Uma revista especializada em automóveis publicou testes que avaliam o desempenho de uma picape. Foram feitos testes de aceleração com a picape vazia e, depois, carregada com massa de meia tonelada (500 kg) na caçamba. Testes desse tipo confirmam a dependência entre as grandezas massa e aceleração quando sujeitas a um mesmo conjunto de forças.

Na tabela apresentada na figura 3, podemos verificar que o tempo necessário para que a picape, partindo do repouso, alcance a velocidade de 100 km/h é maior quando está carregada. Considerando constante a força resultante sobre o veículo, a aceleração é menor quando a caçamba está carregada com a carga de 500 kg.

Os testes realizados com a picape confirmam a dependência entre força e aceleração: para um módulo constante da força resultante, quanto maior a massa da picape, menor será sua aceleração.

A 2ª lei de Newton, também denominada **princípio fundamental da Dinâmica**, trata dos corpos acelerados e representa uma síntese das relações entre as grandezas fundamentais força, aceleração e massa no estudo do movimento dos corpos. Podemos, então, enunciar a 2ª lei de Newton do seguinte modo:

A força resultante (\vec{F}_R) que atua sobre um corpo de massa (m) produz uma aceleração (\vec{a}) dada por $\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}$. Assim, podemos escrever: $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$

A aceleração e a força resultante têm a mesma direção e o mesmo sentido, e o módulo da força resultante pode ser calculado pela equação $F_R = m \cdot a$, em que a é o módulo da aceleração.

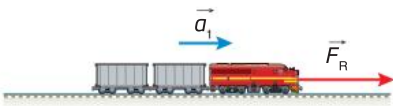
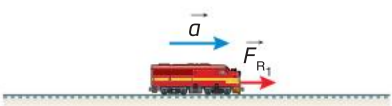
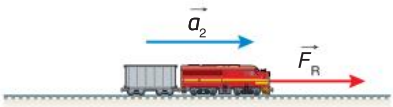
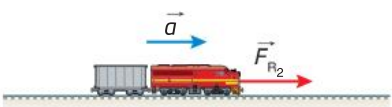
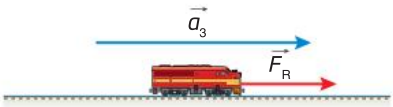

ACELERAÇÃO // 0-100 km/h	
VAZIA	13,4 s
CARREGADA	19,7 s
DIFERENÇA	+47,01%



Disponível em: <<http://goo.gl/j6qVCC>>. Acesso em: 1º out. 2015.

Figura 3 • A tabela apresenta dados obtidos em testes de desempenho para uma picape com a caçamba vazia e carregada com massa de meia tonelada (500 kg). Observe que o intervalo de tempo para atingir 100 km/h, a partir do repouso, é maior quando o veículo está carregado.

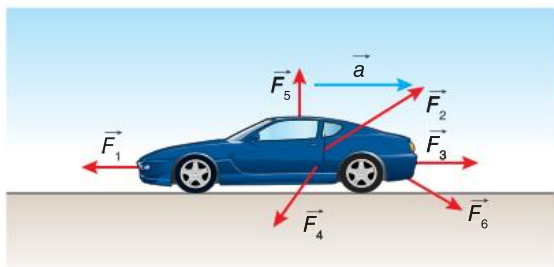
Em resumo, do enunciado da 2ª lei de Newton, concluímos:

Para a mesma força resultante, corpos de menor massa (menor inércia) adquirem maior aceleração.	Para a mesma aceleração, corpos de maior massa (maior inércia) exigem maior força resultante.
	
	
	

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Sobre o carro da figura atua o conjunto de forças \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 , \vec{F}_4 , \vec{F}_5 e \vec{F}_6 . Sabendo que a força resultante \vec{F}_R produz sobre o automóvel uma aceleração \vec{a} , também representada na figura, qual é a direção e o sentido de \vec{F}_R ?

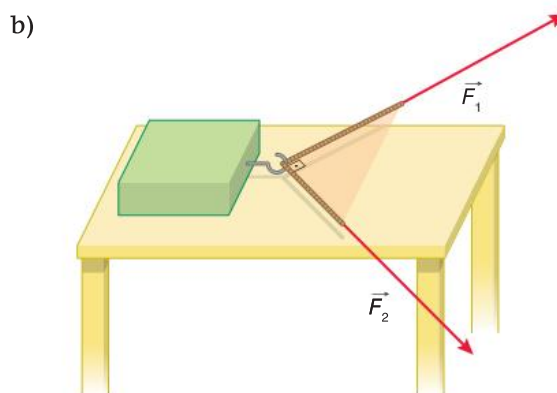
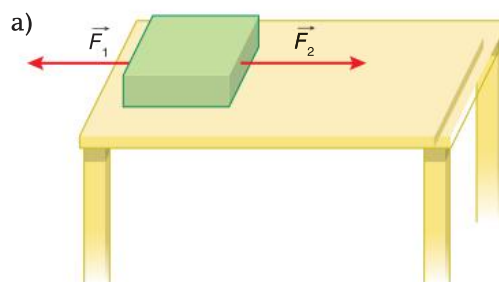


► Resolução

Pela equação vetorial $\vec{F}_R = m\vec{a}$, percebemos que a direção e o sentido da força resultante \vec{F}_R serão os mesmos da aceleração provocada por ela. Assim, se conhecermos a direção e o sentido do vetor \vec{a} , saberemos a direção e o sentido de \vec{F}_R . No caso, teremos:

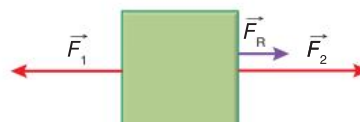
- direção de \vec{F}_R : horizontal;
- sentido de \vec{F}_R : da esquerda para a direita.

R2 Sobre uma caixa de massa 20 kg atuam duas forças de módulos constantes, tais que $F_1 = 15 \text{ N}$ e $F_2 = 20 \text{ N}$. Em cada uma das situações apresentadas, as forças atuam na caixa na direção e no sentido indicados. Calcule as acelerações da caixa representada nas situações a seguir.



► Resolução

a) Temos a seguinte representação:



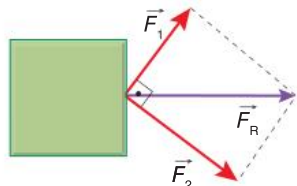
O módulo da força resultante será:

$$F_R = F_2 - F_1 \Rightarrow F_R = 20 - 15 \therefore F_R = 5 \text{ N}$$

Aplicando a 2ª lei de Newton no sistema, temos:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 5 = 20 \cdot a \therefore a = 0,25 \text{ m/s}^2$$

- b) O módulo da força resultante pode ser calculado por meio do teorema de Pitágoras:



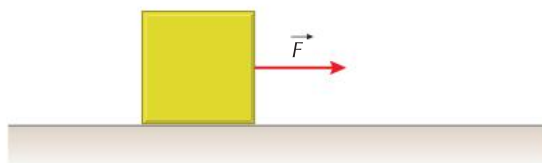
$$(F_R)^2 = (F_2)^2 + (F_1)^2 \Rightarrow (F_R)^2 = (20)^2 + (15)^2$$

$$\therefore F_R = 25 \text{ N}$$

Aplicando a 2ª lei de Newton no sistema, temos:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 25 = 20 \cdot a \therefore a = 1,25 \text{ m/s}^2$$

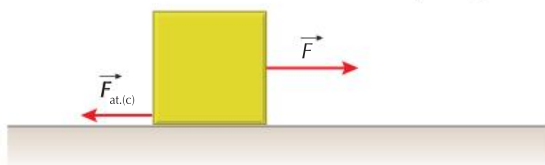
- R3** Uma caixa de massa 40 kg é arrastada sobre uma superfície com atrito por uma força constante de módulo 120 N, que atua na direção horizontal, conforme representado na figura.



Sendo $\mu_c = 0,25$ o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies de contato, qual é o valor da aceleração da caixa?

Resolução

A força de atrito atua no sentido contrário ao do movimento da caixa. O módulo da força resultante que age sobre a caixa pode ser calculado pela diferença entre o módulo da força \vec{F} e o módulo da força de atrito cinético ($\vec{F}_{\text{at.(c)}}$).



$$F_R = F - F_{\text{at.(c)}}$$

A força normal, nesse caso, tem módulo igual ao do peso da caixa, ou seja, $40 \text{ kgf} = 400 \text{ N}$. Assim, a força de atrito tem módulo:

$$F_{\text{at.(c)}} = \mu_c \cdot N \Rightarrow F_{\text{at.(c)}} = 0,25 \cdot 400$$

$$\therefore F_{\text{at.(c)}} = 100 \text{ N}$$

Aplicando a 2ª lei de Newton no sistema, temos:

$$F_R = F - F_{\text{at.(c)}} = m \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 120 - 100 = 40 \cdot a \therefore a = 0,5 \text{ m/s}^2$$

- R4** Em um dos testes realizados por uma revista especializada em automóveis, um piloto de provas demorou 2,5 s para frear totalmente a picape que dirigia inicialmente a 72 km/h. Considere que o conjunto picape-piloto tem 1.200 kg de massa e calcule os módulos do deslocamento e da desaceleração da picape; suponha uma desaceleração constante durante todo esse período. Qual é o módulo da força resultante que atuou sobre o veículo durante a frenagem?

Resolução

Dados: $m = 1.200 \text{ kg}$; $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ e $\Delta t = 2,5 \text{ s}$

Velocidade final: $v = 0$ (repouso)

A partir da função horária da velocidade, podemos calcular a desaceleração (a) da picape.

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 20 + a \cdot 2,5 \therefore a = -8 \text{ m/s}^2$$

(O sinal negativo indica a desaceleração do veículo.)

Pela equação de Torricelli, obtemos o módulo do deslocamento (Δs) durante a frenagem.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-8) \cdot \Delta s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -400 = -16\Delta s \therefore \Delta s = 25 \text{ m}$$

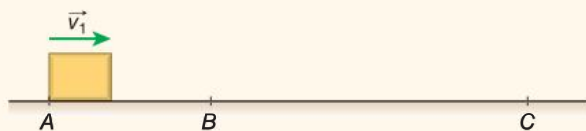
Aplicando a 2ª lei de Newton no sistema, obtemos o módulo da força resultante (F_R) que atua na picape durante o processo de frenagem.

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow F_R = 1.200 \cdot 8 \therefore F_R = 9.600 \text{ N}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

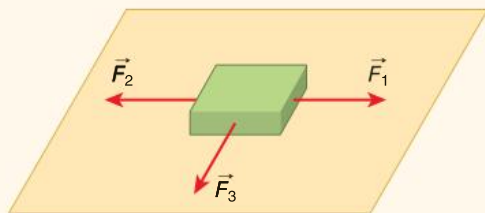
- Um corpo de massa 5 kg é acelerado constantemente, a partir do repouso, durante 5 s, atingindo a velocidade de módulo 15 m/s. Nesse intervalo, calcule o módulo da:
 - aceleração;
 - força resultante que atuou sobre o corpo.
- A figura representa um corpo de massa 4 kg em movimento uniforme entre os pontos A e B, desenvolvendo velocidade \vec{v}_1 de módulo 8 m/s. Ao atingir o ponto B, o corpo passa a acelerar a $1,6 \text{ m/s}^2$, mantendo-se assim até chegar a C.



Dados $AB = 40 \text{ m}$ e $BC = 60 \text{ m}$, calcule:

- o módulo da velocidade v_2 com que o corpo chega ao ponto C ;
- o módulo da força resultante que age sobre o corpo entre os pontos A e B ;
- o módulo da força resultante que atua sobre o corpo entre os pontos B e C ;
- o tempo decorrido durante o deslocamento do corpo entre os pontos A e C .

- 3 Observe a figura que representa as forças que estão atuando sobre um corpo de massa $m = 10 \text{ kg}$ apoiado sobre uma superfície plana, horizontal e sem atrito.

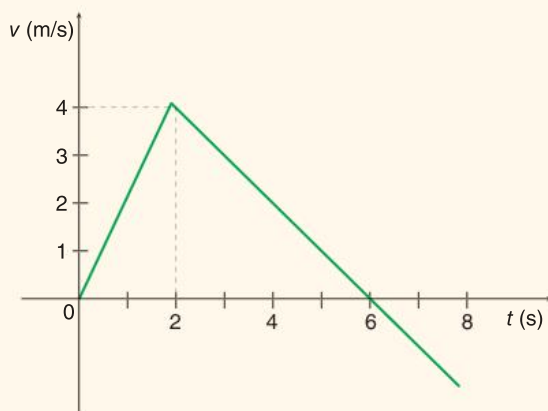


\vec{F}_1 e \vec{F}_2 atuam na mesma direção, \vec{F}_3 tem direção perpendicular à das outras forças, e todas têm o mesmo módulo constante e igual a 20 N . Calcule o módulo da:

- força resultante que atua sobre o corpo;
- aceleração a que o corpo fica submetido.

- 4 O gráfico a seguir representa a velocidade de um objeto de massa 3 kg .

Qual é o módulo da força resultante que atua no objeto nos intervalos de 0 a 2 s e de 2 s a 6 s ?



4 Peso e gravidade

Qualquer corpo nas proximidades da Terra é atraído por uma força de campo denominada **peso** (figs. 4 e 5).

S11

O livro *2001, uma odisséia espacial*, de Arthur C. Clarke, um clássico da ficção científica, aborda corretamente as sensações que um homem teria ao habitar a Lua. No *Suplemento*, há um trecho do livro que pode ser lido para os alunos.



Figuras 4 e 5 • Os pinos voltam às mãos do malabarista devido à força peso, a mesma força que atrai para o solo a pessoa que salta de bungee-jump.

Dirigido para o centro da Terra, o peso é uma força que atua sobre todos os corpos próximos ao nosso planeta (fig. 6).

Na figura 7, uma bola de futebol está próxima à Terra. Desprezando a resistência do ar, o peso (\vec{P}) é a única força que atua sobre esse objeto: ele está em **queda livre**.

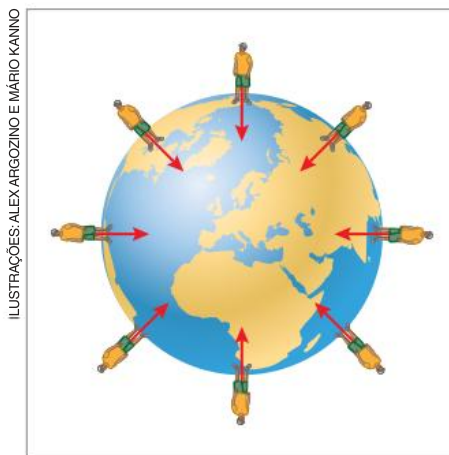


Figura 6 • A força peso atua sobre todos os corpos próximos à Terra, sendo dirigida para o centro do planeta. (Figura sem escala.)

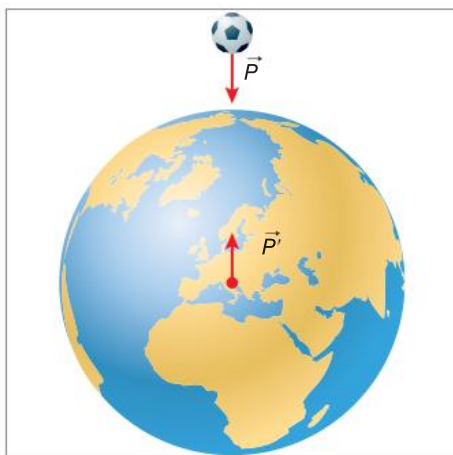


Figura 7 • Desprezando as forças de resistência, atua sobre a bola apenas a força peso. Assim, a força peso constitui a força resultante que age sobre a bola. (Figura sem escala.)

Assim, o peso é a força resultante que atua sobre a bola. Pela 2ª lei de Newton (princípio fundamental da Dinâmica), temos:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

Como, nesse caso, $\vec{F}_R = \vec{P}$ e $\vec{a} = \vec{g}$, temos:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

A força peso (\vec{P}) e a aceleração da gravidade (\vec{g}) têm a mesma direção e o mesmo sentido, e o módulo da força peso pode ser calculado pela equação:

$$P = m \cdot g$$

em que g representa o módulo da aceleração da gravidade experimentada pelos corpos em queda livre.

VOCÊ SE LEMBRA?

Queda livre é o nome dado à queda de qualquer corpo no vácuo ou quando é possível desprezar forças de resistência. Você deve se lembrar de que corpos de massas diferentes abandonados da mesma altura em queda livre atingem o solo no mesmo instante e com a mesma velocidade.

Corpos em queda livre nas proximidades da superfície da Terra descrevem movimentos retilíneos uniformemente variados. A aceleração da queda livre é a da gravidade (\vec{g}), cujo módulo vale aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 5** A figura representa uma pessoa que mantém um corpo de massa $m = 8 \text{ kg}$ suspenso na vertical por intermédio de um cabo.

Calcule a força de tração no cabo para que o corpo:

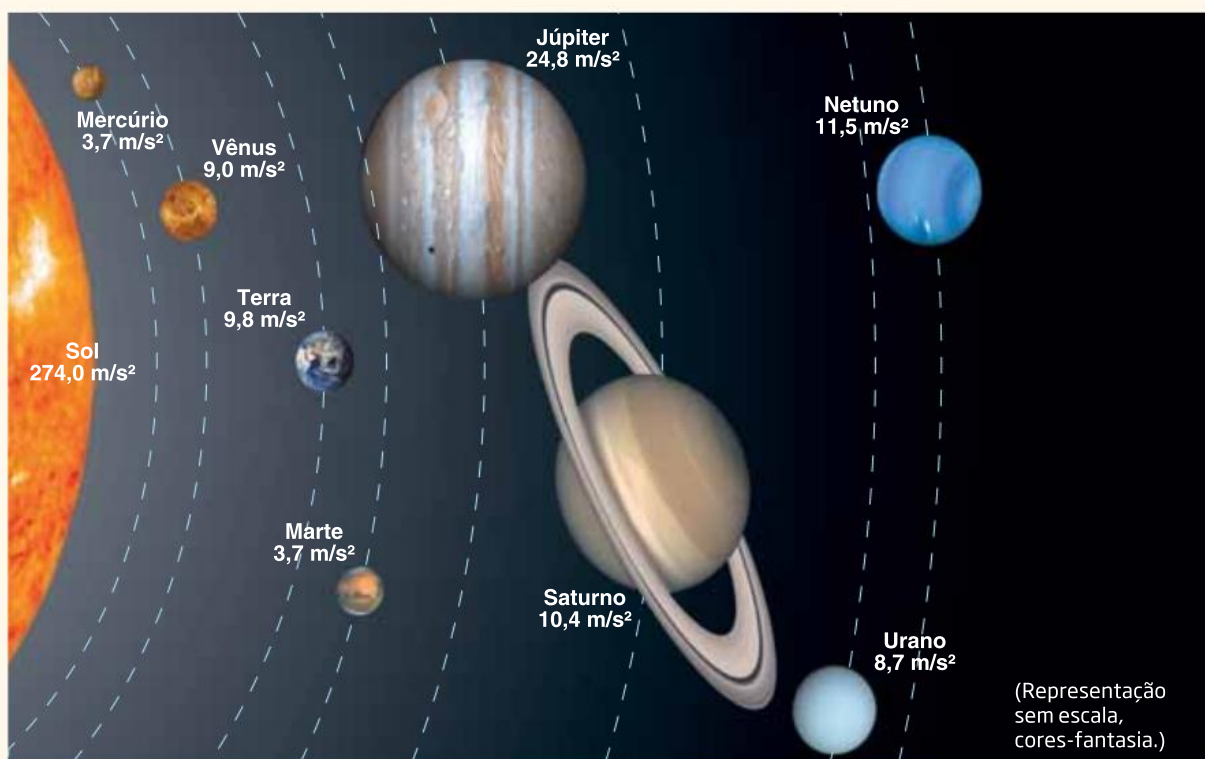
- mantenha-se em repouso na posição indicada na figura;
- desça acelerando a 10 m/s^2 .



- 6 Leia a tira de Garfield e os valores aproximados de acelerações gravitacionais no Sol e nos planetas do Sistema Solar apresentados na figura a seguir.

Garfield

Jim Davis



Observe a representação artística do Sistema Solar. Qual dos planetas deveria ser escolhido por Garfield para conseguir diminuir seu peso? Em qual planeta do Sistema Solar Garfield teria menor massa?

No quadrinho, Garfield pensa em atender ao desejo do dono, Jon, mudando para um planeta com gravidade menor que a da Terra. Dessa forma, a ação do planeta sobre ele seria menor e, consequentemente, a força peso sobre ele também seria menor.

- 7 Na Terra, uma caixa tem peso igual a 49 N. Considere os valores aproximados das acelerações da gravidade apresentados na questão anterior.
- Calcule a massa da caixa em Mercúrio e em Júpiter.
 - Em que planeta, entre os citados anteriormente, o peso da caixa é maior? Justifique sua resposta.

- 8 Na Terra, um fio de cobre é capaz de suportar, em uma de suas extremidades, massas suspensas de até 60 kg sem se romper. Considere a aceleração da gravidade na Terra igual a $10 m/s^2$ e na Lua igual a $1,5 m/s^2$.
- Qual é a intensidade da força máxima que o fio poderia suportar na Lua? Justifique.
 - Qual é a maior massa de um corpo suspenso por esse fio na Lua (onde $g = 1,5 m/s^2$) sem que ele se rompa? Justifique.

5 Sistemas de corpos acelerados

Muitas vezes, um veículo para de funcionar por causa de problemas elétricos e/ou mecânicos. Nessas situações, é necessário que ele seja removido para a oficina.

Em geral, utilizam-se guinchos nesse tipo de transporte. Mas, na falta de um guincho para rebocar o carro quebrado, há motoristas que usam, de forma imprudente e ilegal, cordas, geralmente de **sisal**, para interligar o automóvel avariado a outro que vai rebocá-lo. Esse procedimento nem sempre é bem-sucedido, pois a corda pode arrebentar durante o trajeto e provocar um acidente.

O sistema formado por dois carros interligados por uma corda pode ser representado como na figura 8.

Na figura 8, a força \vec{F} representa a força motora que atua sobre o carro A. O carro A, por sua vez, traciona o carro B, que precisa ser removido para a oficina. O carro B reage tracionando A. O módulo da aceleração do sistema (veículos A e B e a corda que os une) será representado por a . A figura 9, ao lado, mostra que podemos aplicar a 2ª lei de Newton, considerando que a força resultante $\vec{F}_R = \vec{F}$ atua sobre um conjunto de duas massas, m_A e m_B .

Assim, o módulo de \vec{F}_R poderá ser calculado por $F_R = M \cdot a$, em que $M = m_A + m_B$.

Portanto:

$$F = (m_A + m_B) \cdot a$$

Aplicando o princípio fundamental da Dinâmica para cada um dos automóveis, temos:

$$\text{Automóvel A: } F_{R_A} = m_A \cdot a \Rightarrow F - T_{BA} = m_A \cdot a \quad (\text{I})$$

$$\text{Automóvel B: } F_{R_B} = m_B \cdot a \Rightarrow T_{AB} = m_B \cdot a \quad (\text{II})$$

O módulo da força de tração \vec{T} existente na corda que interliga os automóveis varia de acordo com a aceleração do sistema. Se o módulo da aceleração do sistema aumentar, haverá aumento do módulo da força de tração no fio. Essa conclusão está expressa matematicamente na equação II, pois, se o módulo da aceleração aumentar, o produto $m_B \cdot a$ também aumentará.

O que muda se houver atrito entre as superfícies? Movimentos nos quais o atrito não pode ser desprezado podem ser analisados considerando sua presença na soma vetorial das forças que agem sobre o(s) corpo(s).

O atrito de escorregamento entre superfícies em contato é uma força que se opõe ao movimento. Em muitas das situações estudadas, não haverá distinção numérica considerável entre os valores da força de atrito estático máxima e da força de atrito dinâmico ou cinético. Nesses casos, consideraremos que sobre os corpos atua somente a força de atrito: $\vec{F}_{\text{at.}}$

Sisal. Planta da qual se extrai uma fibra áspera, resistente e de excelente qualidade, usada na fabricação de cordas, barbantes, tapetes etc.

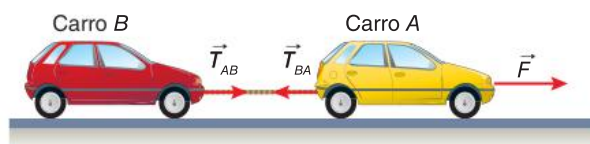


Figura 8 • O esquema representa um carro quebrado (com massa m_B) sendo puxado por outro veículo (com massa m_A), por meio de uma corda.

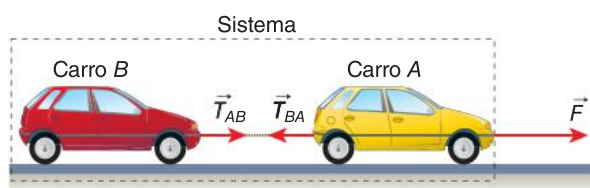


Figura 9 • A força \vec{F} atua sobre o sistema por meio do conjunto de duas massas.

ILUSTRAÇÕES: ALEX ARGOSINO E MÁRIO KANNO

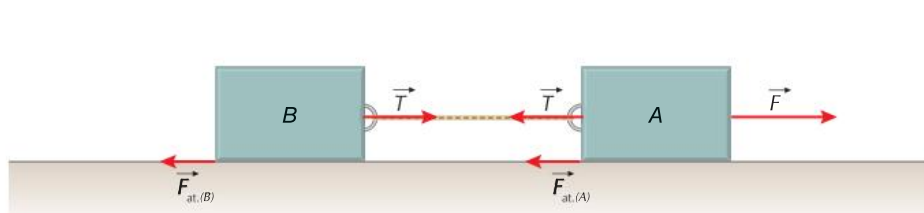


Figura 10

No caso do sistema de dois corpos unidos por uma corda e sendo arrastados por uma força de módulo F , como representado no esquema da figura 10, teríamos a seguinte expressão para a resultante de forças que atua sobre o sistema:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow F - [F_{\text{at.}(A)} + F_{\text{at.}(B)}] = (m_A + m_B) \cdot a$$

Aplicando novamente o princípio fundamental da Dinâmica para cada corpo, temos:

$$\text{Corpo A: } F_{R_A} = m_A \cdot a \Rightarrow F - T - F_{\text{at.}(A)} = m_A \cdot a$$

$$\text{Corpo B: } F_{R_B} = m_B \cdot a \Rightarrow T - F_{\text{at.}(B)} = m_B \cdot a$$

A aceleração (a) de cada corpo e a aceleração do sistema coincidem, uma vez que os corpos se movem acopladamente.

Já sabe responder?

Que vantagem a diminuição da massa dos carros, ao longo do tempo, trouxe para seus desempenhos?



ROBERT GENAT/TRANSTOCK/CORBIS/LATINSTOCK

JIM WEST/ALAMY/OTHER IMAGES

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

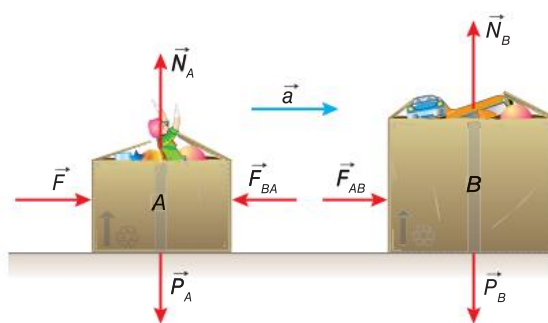
QUESTÕES RESOLVIDAS

R5 Duas caixas, A e B , são empurradas por uma pessoa. A intensidade da força aplicada na caixa A é de 60 N. As massas das caixas são, respectivamente, 5 kg e 10 kg. Calcule a força de interação entre as caixas. Considere desprezível o atrito das caixas com o piso.



Resolução

As caixas A e B se deslocam conjuntamente. Assim, o sistema (caixas A e B) submete-se a uma aceleração a comum. A resultante das forças externas que atuam sobre o sistema é a força \vec{F} . Aplicando a 2ª lei de Newton, temos:



$$F_R = M \cdot a \Rightarrow F = (m_A + m_B) \cdot a \Rightarrow 60 = (5 + 10) \cdot a \Rightarrow 60 = 15 \cdot a$$

$$\therefore a = 4 \text{ m/s}^2$$

Para o cálculo da força de interação entre as caixas, devemos analisar as forças internas do sistema. Nesse caso, existem forças de interação entre as caixas A e B (representadas pelo

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

par de forças de ação e reação, \vec{F}_{AB} e \vec{F}_{BA}). Aplicando a 2ª lei de Newton para cada um dos corpos separadamente, temos:

$$\text{Caixa A: } F - F_{BA} = m_A \cdot a \quad (\text{I})$$

$$\text{Caixa B: } F_{AB} = m_B \cdot a \quad (\text{II})$$

Podemos utilizar qualquer uma das equações para obter o módulo da força de interação, porque F_{AB} é igual a F_{BA} .

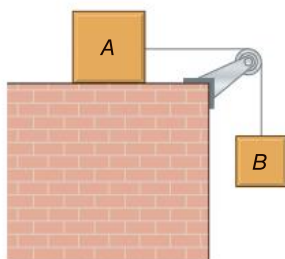
Usando a equação II, temos:

$$F_{AB} = m_B \cdot a \Rightarrow F_{AB} = 10 \cdot 4$$

$$\therefore F_{AB} = 40 \text{ N}$$

R6 Sobre um plano horizontal, repousa um bloco A de massa 3,5 kg. Um bloco B de massa 1,5 kg está preso ao bloco A por meio de uma corda inextensível e de massa desprezível, que passa por uma polia.

Em determinado instante, os blocos A e B começam a se deslocar. Considere que a polia pode girar sem atrito com seu eixo, que há atrito de coeficiente igual a 0,2 entre o plano horizontal e o bloco A e $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine o sentido de movimento do sistema e o módulo da força de tração no fio que liga os blocos A e B.



► Resolução

Os blocos A e B se deslocam conjuntamente. A resultante das forças externas que atuam sobre o sistema é a resultante entre a força \vec{P}_B , que atua sobre o bloco B, e a força de atrito, $\vec{F}_{at.(A)}$, que atua sobre o bloco A.

Para que o sistema acelere, é necessário saber se o módulo de \vec{P}_B é diferente do módulo de $\vec{F}_{at.(A)}$. Temos, então:

$$P_B = 15 \text{ N e}$$

$$F_{at.(A)} = \mu \cdot N_A \Rightarrow F_{at.(A)} = 0,2 \cdot 35$$

$$\therefore F_{at.(A)} = 7 \text{ N}$$

Como o módulo da força de atrito em A é menor que o módulo do peso de B, o bloco B desce

verticalmente, e o bloco A se desloca horizontalmente para a direita, ambos com a mesma aceleração de módulo a . Observe que, embora a massa de A seja maior que a massa do bloco B, o atrito sobre o sistema não consegue impedir seu movimento.

Aplicando a 2ª lei de Newton, temos:

$$F_R = M \cdot a \Rightarrow P_B - F_{at.(A)} = (m_A + m_B) \cdot a \Rightarrow$$

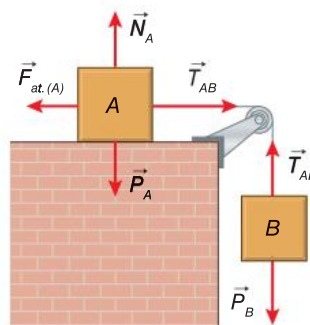
$$\Rightarrow 15 - 7 = 5 \cdot a \Rightarrow 8 = 5 \cdot a$$

$$\therefore a = 1,6 \text{ m/s}^2$$

Para o cálculo da força de interação entre os blocos, devemos analisar as forças internas do sistema. Nesse caso, existe força de tração no fio que une os blocos A e B. Aplicando a 2ª lei de Newton para cada um dos corpos separadamente, temos:

$$\text{Bloco A: } T_{BA} - F_{at.(A)} = m_A \cdot a \quad (\text{I})$$

$$\text{Bloco B: } P_B - T_{AB} = m_B \cdot a \quad (\text{II})$$



Qualquer uma das equações permite o cálculo do módulo da força de tração entre os blocos. Assim, da equação II temos:

$$P_B - T_{AB} = m_B \cdot a \Rightarrow 15 - T_{AB} = 1,5 \cdot 1,6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 - T_{AB} = 2,4$$

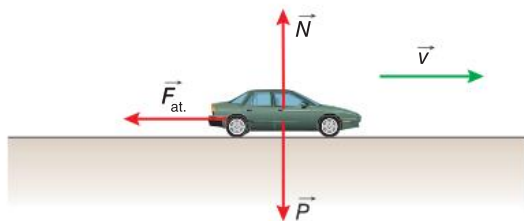
$$\therefore T_{AB} = 12,6 \text{ N}$$

R7 O motorista de um carro de massa 1,5 tonelada, inicialmente a 126 km/h, aciona os freios ao avistar um obstáculo à sua frente. No processo de frenagem, as rodas são travadas até parar. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e o coeficiente de atrito entre o piso e os pneus igual a 0,8.

- Represente graficamente as forças que atuam no carro durante a frenagem.
- Qual é o módulo da força resultante sobre o carro?
- Qual é o módulo da aceleração de retardamento, supostamente constante, à qual o carro é submetido?

Resolução

a) Temos a seguinte representação:



Observação: Note que, apesar de o movimento do carro continuar no sentido do vetor velocidade, na direção horizontal, há somente a força de atrito atuando sobre ele.

b) Como a força resultante é a própria força de atrito, seu módulo é:

$$F_R = F_{at.} \Rightarrow F_R = \mu N \Rightarrow F_R = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 1.000 \cdot 10$$

$$\therefore F_R = 12.000 \text{ N}$$

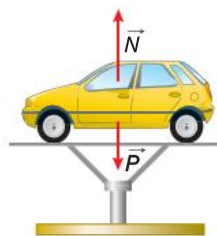
c) Aplicando a 2ª lei de Newton, temos:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 12.000 = 1.500 \cdot a \therefore a = 8 \text{ m/s}^2$$

R8 Em algumas oficinas mecânicas, o elevador é indispensável. Considere que um carro de 1.500 kg de massa seja suspenso por um elevador com aceleração de $0,6 \text{ m/s}^2$. A reação do piso do elevador sobre o carro para a situação descrita não se iguala à força peso sobre o carro, pois o movimento do automóvel é acelerado. Calcule a intensidade da reação do piso do elevador sobre o carro. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Resolução

Temos a seguinte representação:



Essa situação é um bom exemplo de referencial não inercial. Nesse caso, o elevador é um móvel que acelera em relação a um referencial fixo na Terra, por isso considerado um referencial não inercial, pois o elevador não está em equilíbrio estático (repouso) nem em equilíbrio dinâmico (MRU) em relação ao referencial fixo na Terra. Podemos aplicar a 2ª lei de Newton, considerando as forças que atuam sobre o carro: a força peso (\vec{P}) e a força normal (\vec{N}), força de reação à interação entre o corpo e o apoio (o piso do elevador).

$$\text{Assim: } F_R = N - P \Rightarrow m \cdot a = N - m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.500 \cdot 0,6 = N - 1.500 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 900 = N - 15.000$$

$$\therefore N = 15.900 \text{ N}$$

Note que o piso do elevador está comprimindo o carro com uma força de módulo maior que o peso do carro.

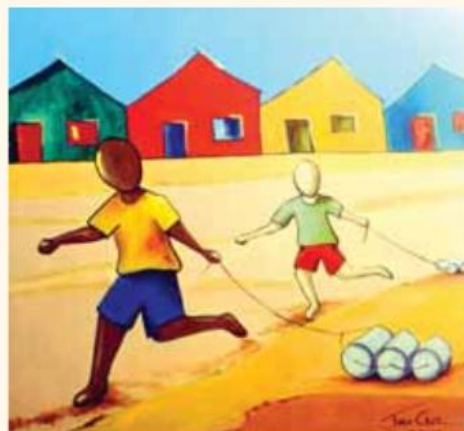
QUESTÕES PROPOSTAS

9 Observe a reprodução de uma pintura que retrata garotos brincando de puxar latas por um barbante. Sobre isso, considere as seguintes situações:

- a) Os meninos aumentam a velocidade com que correm.
- b) Os meninos diminuem a velocidade com que correm.
- c) Os meninos mantêm constante o módulo da velocidade com que correm.

Em qual dessas situações é maior a chance de o barbante arrebentar? Por quê?

10 Uma sonda espacial de massa $4 \times 10^2 \text{ kg}$ movimenta-se livre de quaisquer forças no espaço com velocidade constante de $6,0 \times 10^3 \text{ m/s}$, em relação a um referencial inercial. A fim de pará-la, o controle na Terra decide acionar remotamente motores auxiliares que imprimem à sonda uma força de $8,0 \times 10^3 \text{ N}$. Durante quanto tempo esse motor deve ser programado para funcionar?



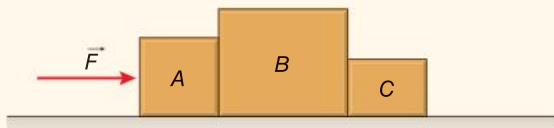
Ivan Cruz, *Puxando lata III*, 2000. Acrílico sobre tela, $0,90 \text{ cm} \times 1,00 \text{ m}$.

- 11** A velocidade de um trem de massa 3.000 kg entre duas estações é dada pelo gráfico abaixo.

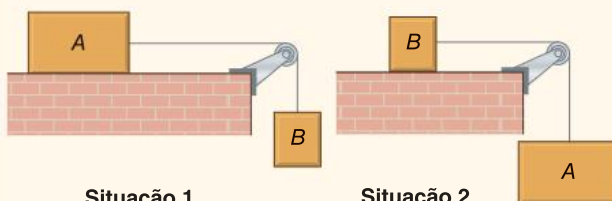


Calcule:

- o módulo da força resultante entre 0 s e 90 s, entre 90 s e 210 s e entre 210 s e 260 s.
 - a distância entre as duas estações.
- 12** A figura mostra três blocos sobre uma mesa lisa, horizontal e plana. As massas dos blocos são $m_A = 3$ kg, $m_B = 5$ kg e $m_C = 2$ kg. A força \vec{F} indicada na figura tem direção horizontal, sentido da esquerda para a direita e módulo igual a 40 N. Qual é a intensidade da força de contato entre os blocos A e B e entre os blocos B e C?



- 13** Nas situações 1 e 2 representadas a seguir, considere os fios ideais, despreze os atritos nas roldanas e entre os blocos e as superfícies que os apoiam. As massas dos blocos são $m_A = 4,5$ kg e $m_B = 0,5$ kg. (Adote $g = 10$ m/s²)



Situação 1

Situação 2

- A aceleração do sistema representado na situação 1 é maior, menor ou igual à aceleração do sistema representado na situação 2? Justifique sua resposta.
 - Calcule o módulo da tração no fio que liga os blocos A e B nas situações 1 e 2.
- 14** (UFRGS-RS) Dois blocos, de massas $m_1 = 3,0$ kg e $m_2 = 1,0$ kg, ligados por um fio inextensível, podem deslizar sem atrito sobre um plano horizontal. Esses blocos são puxados por uma força horizontal \vec{F} de módulo $F = 6$ N, conforme a figura a seguir. (Desconsidere a massa do fio)



As forças resultantes sobre m_1 e m_2 são, respectivamente:

- 3,0 N e 1,5 N
 - 4,5 N e 1,5 N
 - 4,5 N e 3,0 N
 - 6,0 N e 3,0 N
 - 6,0 N e 4,5 N
- 15** Em uma aula de Física, o professor explica que nos elevadores as marcações das balanças de molas variam de acordo com a natureza do movimento executado pelo equipamento. Intrigada, uma estudante de 50 kg se coloca em cima de uma balança dentro de um elevador que sobe e desce, ora acelerando, ora retardando o movimento. Considere o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s² e determine a leitura da balança (o módulo da força normal), quando o elevador:
- sobe acelerado com aceleração de módulo 0,8 m/s²;
 - sobe retardado com aceleração de módulo 0,8 m/s²;
 - desce acelerado com aceleração de módulo 0,8 m/s²;
 - desce retardado com aceleração de módulo 0,8 m/s²;
 - se move em movimento uniforme ou está em repouso.
- 16** Um garoto de massa 50 kg calçando meias decide patinar no chão encerado de uma sala. Sai correndo, toma impulso e, ao atingir a velocidade de 2 m/s, deixa-se deslizar pelo piso de madeira cujo coeficiente de atrito com as meias vale 0,1. Que distância o garoto percorrerá até parar?
- 17** Uma força \vec{F} horizontal de módulo 112 N puxa o sistema de corpos representado na figura, em que as massas dos blocos A e B são, respectivamente, 10 kg e 6 kg, e o coeficiente de atrito entre os corpos e o piso é igual a 0,5.



Nessas condições, qual é:

- a aceleração do sistema?
- o valor da força de tração no fio que une os blocos A e B?

Aplicações das leis de Newton

ou: Como suspender um piano utilizando apenas uma das mãos?

Usando um sistema de roldanas, é possível que uma pessoa levante um piano utilizando uma força bem menor que o peso do instrumento.

Figura 1 • Há muitos séculos, os povos antigos já usavam máquinas simples em suas construções.

1 Introdução

 **S12**

No *Suplemento*, você encontra orientações para trabalhar a questão introdutória.

Mesmo quando não havia elevadores, guindastes ou tratores, movidos pela energia de um motor, grandes e pequenas edificações eram construídas. Nas pirâmides do Egito e do México e no Coliseu de Roma, por exemplo, pedras enormes eram elevadas até pontos bem acima do chão, em um movimento contrário à ação da gravidade.

Algumas técnicas utilizadas pelos povos antigos para enfrentar a gravidade ainda são adotadas pelos construtores modernos. Denominamos essas técnicas e seus instrumentos de “máquinas simples”. Neste capítulo, vamos estudar duas delas: a polia e o plano inclinado.

Além de vencer a gravidade, você deve saber que, sempre que um objeto se move no ar, surge uma força de resistência que se opõe à sua passagem. Assim, neste capítulo, também vamos estudar a resistência do ar e seus efeitos.



2 Polias

Para elevar verticalmente um corpo qualquer, é preciso que atue sobre ele uma força vertical para cima (\vec{F}) capaz de vencer ou de se igualar ao peso (\vec{P}) desse corpo.

Se o corpo tem grande massa ou se é necessário elevá-lo acima de nossa altura, é comum inverter o sentido da força que exercemos, ou seja, levantamos o corpo fazendo uma força vertical para baixo, em vez de vertical para cima. Como fazemos isso? A resposta é: usando **cordas e polias** ou **roldanas**, sistema bastante utilizado na construção civil.

Com uma única polia fixada no alto de um pequeno edifício, por exemplo, um trabalhador consegue elevar baldes cheios de argamassa. Para essa tarefa, ele passa uma corda pela polia, amarra uma de suas extremidades à alça do balde e puxa a outra para baixo.

A força que o trabalhador faz, nesse caso, é de mesma intensidade da que ele faria se pudesse elevar o balde do chão ao teto utilizando apenas as mãos. A diferença está apenas no sentido da força, pois, com o auxílio da polia, a força vertical que o trabalhador aplica é dirigida para baixo. Assim, ele puxa a corda, que, por sua vez, levanta o corpo. Desse modo, é a **tração** na corda que içá o corpo (fig. 2).

As polias não servem apenas para mudar o sentido da força aplicada para movimentar um corpo. Combinando-as com pedaços de cordas, elas também servem para diminuir a intensidade dessa força.

Vamos considerar um sistema formado por uma roldana fixa e uma móvel (fig. 3). Pendurando um corpo de peso cujo módulo é P no gancho da roldana móvel, cada parte da corda, a partir da roldana, será tensionada com uma força de módulo igual à metade do peso do corpo ($\frac{P}{2}$).

Se prendermos a roldana fixa no teto, passarmos a corda por ela e uma pessoa segurar a extremidade dessa corda, qual será a força que a pessoa precisará fazer para manter o corpo em repouso? Ela deverá fazer uma força de módulo igual à metade do peso do corpo. Dessa forma, com a combinação de duas roldanas, uma fixa e uma móvel, pode-se sustentar um corpo de peso \vec{P} com uma força cujo módulo é igual à metade do módulo da força \vec{P} .

É possível construir sistemas com mais de um par de roldanas e, assim, sustentar corpos de grande massa com valores de força bem menores que seu peso (fig. 4).

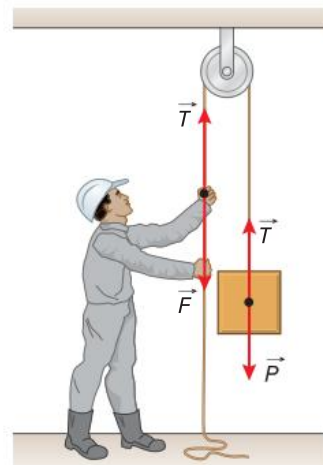


Figura 2 • O trabalhador puxa a corda para baixo e aplica uma força que é transmitida ao corpo por meio da corda.

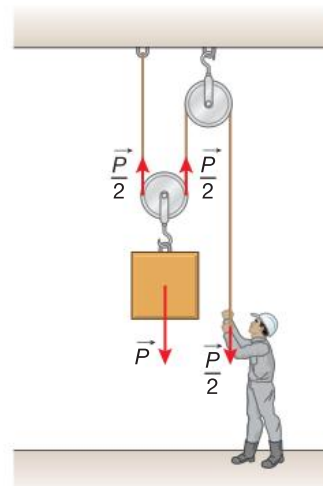


Figura 3 • Com a roldana móvel, é possível sustentar um corpo de peso \vec{P} aplicando uma força de módulo igual à metade de P .

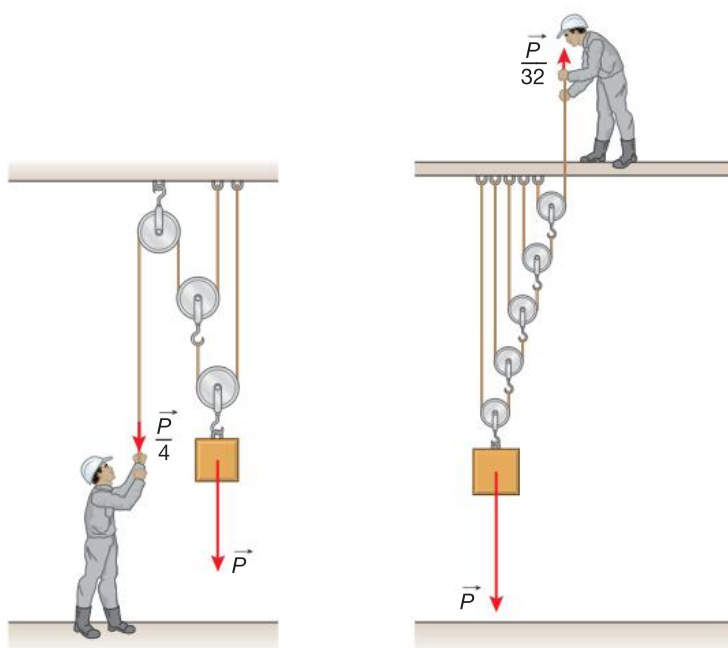


Figura 4 • Nas duas situações, a associação de roldanas permite erguer corpos aplicando forças muito menores que seu peso.

3 Plano inclinado

Os planos inclinados permitem elevar corpos mecanicamente utilizando forças de menor intensidade do que se elevássemos esses corpos diretamente na vertical.

Para acelerar o corpo da figura 5 para o alto do plano inclinado de um ângulo α , desprezando o atrito entre as superfícies, precisamos aplicar uma força \vec{F} na direção do plano. Essa força precisará vencer outra, de mesma direção e sentido contrário, a fim de que o corpo suba o plano. Que força é essa?

Desprezando inicialmente a interferência do atrito, a força que puxa o corpo para baixo é a **componente** de seu peso na direção do plano, que chamamos de \vec{P}_x . Para entender como podemos calcular o módulo de \vec{P}_x , é preciso analisar a decomposição vetorial do peso \vec{P} do corpo.

Observe, na figura 6, o triângulo retângulo que tem hipotenusa \vec{P} e catetos \vec{P}_x e \vec{P}_y e sua ampliação na figura 7.

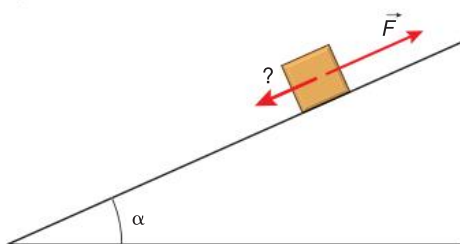


Figura 5 • Para o corpo subir aceleradamente o plano inclinado, é preciso vencer a força que o puxa para baixo, na direção do plano.

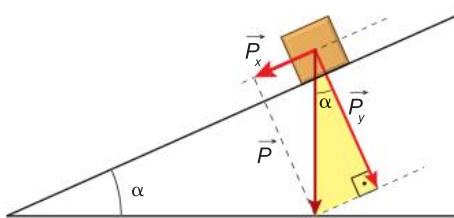


Figura 6 • A decomposição da força peso em direções perpendiculares permite avaliar o módulo da força que puxa o corpo plano abaixo.

S13

No *Suplemento*, apresentamos uma demonstração sobre a congruência do ângulo entre o vetor força peso (\vec{P}) e a componente y (\vec{P}_y).

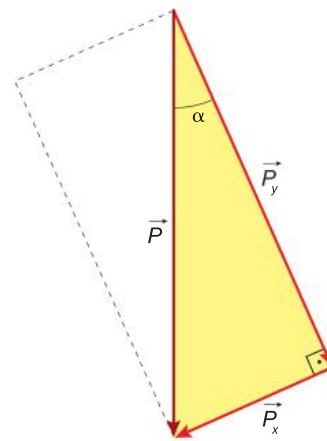


Figura 7 • Componentes \vec{P}_x e \vec{P}_y da força peso.

Assim, com base na figura 7, podemos escrever:

$$\sin \alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow P_x = P \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow P_y = P \cdot \cos \alpha$$

Assim, levar um corpo de peso \vec{P} para o topo de um plano inclinado de ângulo α , desprezando o atrito entre as superfícies, requer uma força \vec{F} que tenha módulo maior ou igual ao da componente \vec{P}_x do peso do corpo (fig. 8). Se o módulo dessa força \vec{F} for maior que o módulo da componente \vec{P}_x do peso do corpo, o movimento será acelerado, mas, se for igual, será um MRU.

Na situação mais comum, em que existe atrito entre o plano e o corpo, é preciso considerar o sentido do movimento, isto é, se o corpo está descendo ou subindo o plano, uma vez que o atrito faz resistência ao movimento.

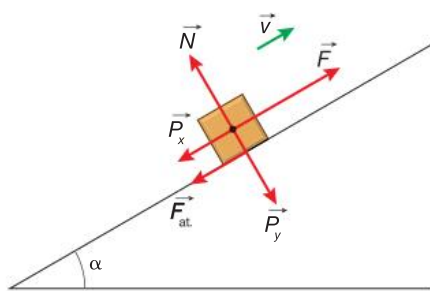


Figura 9 • Para que o corpo possa subir o plano inclinado, a força \vec{F} deve se opor à componente do peso na direção do movimento e à força de atrito decorrente do movimento.

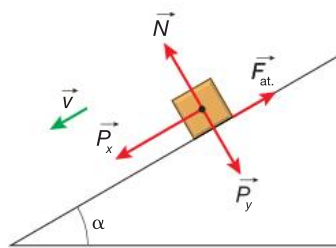


Figura 10 • A força de atrito tem sentido contrário ao sentido do movimento relativo entre as duas superfícies.

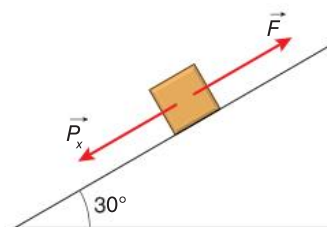


Figura 8 • O corpo poderá subir o plano, se não houver atrito, quando $F \geq P_x$.

O módulo da força de atrito é resultado do produto entre o coeficiente de atrito cinético (μ) e a força normal, reação da força de interação entre o corpo e o plano. Nesse caso, a força normal tem módulo igual à componente \vec{P}_y do peso do corpo:

$$N = P_y = P \cdot \cos \alpha$$

No caso de um corpo que desce livremente um plano inclinado (fig. 10), se o módulo de \vec{P}_x for maior do que o módulo da força de atrito \vec{F}_{at} , o corpo descerá o plano em movimento acelerado. A aceleração, dada pela 2ª lei de Newton, pode ser obtida por:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow P_x - F_{at} = m \cdot a$$

4 Resistência do ar

Em algumas situações, além do atrito de arrastamento, isto é, o atrito entre as superfícies em contato, é preciso considerar outra força de oposição ao movimento. Trata-se da força de **resistência do ar** (\vec{R}_{ar}). Essa força é consequência da interação entre as moléculas do ar com a superfície do corpo em movimento e depende da velocidade do corpo em contato com o ar. Quanto maior o módulo da velocidade, maior será a oposição exercida pelo ar. Além disso, a resistência do ar depende do formato do corpo, relacionado ao **coeficiente de arrasto aerodinâmico** (c_x).

Um valor maior de c_x indica um formato menos aerodinâmico, ou seja, que oferece maior resistência ao ar. Na tabela 1, podemos entender por que os carros de passeio atuais têm formas mais arredondadas. A forma aerodinâmica ideal é a de uma gota.

Tabela 1 – Valores médios dos coeficientes de arrasto aerodinâmico (c_x) para corpos com diferentes formatos

Formato	Descrição	c_x	Formato	Descrição	c_x
	Gota (formato mais aerodinâmico)	0,08		Caminhão	0,90
	Carro esporte	0,25		Ciclista em competição	0,90
	Carro de passeio	0,40		Ônibus	0,70

Dados obtidos em: GREF Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. *Leituras em Física: mecânica*. Disponível em: <<http://www.if.usp.br/gref/mecanica.htm>>. Acesso em: 4 out. 2015.

Outros fatores influenciam o módulo da força de resistência do ar, por exemplo, a área ortogonal A do objeto voltada para o movimento (fig. 11) e a densidade do ar, d . Quanto menor a densidade do ar, menor será a resistência oferecida. Maior área em contato com o ar caracteriza maior dificuldade de passagem do corpo e, portanto, maior resistência. A expressão a seguir fornece o módulo da resistência do ar para um corpo que se move com velocidade v e relaciona essas grandezas.

$$R_{ar} = \frac{1}{2} c_x \cdot d \cdot A \cdot v^2$$

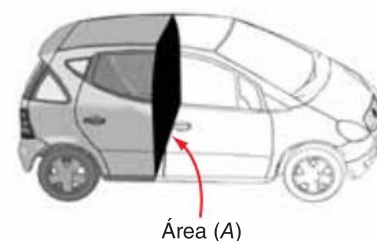


Figura 11 • Representação da área de um objeto voltada para o movimento.

Por meio dos elementos densidade do ar, área de contato e coeficiente aerodinâmico, podemos entender por que paraquedistas, apesar de saltarem de uma grande altura em relação ao solo, conseguem aterrissar com segurança, na maior parte das vezes.

Imediatamente após o salto, a velocidade vertical inicial do paraquedista é nula e, portanto, ainda não há resistência do ar sobre ele. No decorrer da queda, à medida que cai, o paraquedista fica sujeito à força de resistência do ar, que é variável, pois depende do valor da velocidade. Quanto maior o valor da velocidade, maior o valor da resistência do ar. Isso causa uma diminuição do módulo da força resultante sobre o paraquedista e, em consequência, a aceleração da queda se torna cada vez menor (fig. 12), o que não impede que sua velocidade continue aumentando.

Com o passar do tempo, a resistência do ar poderá atingir a mesma intensidade da força peso, o que representará um equilíbrio dinâmico (fig. 13). Em outras palavras, o módulo da velocidade vertical terá atingido seu valor máximo, ou limite. No caso de um salto em que o paraquedas não abre, esse valor é de, aproximadamente, 200 km/h, muito elevado para uma aterrissagem segura.

Ao abrir o paraquedas, a força de resistência torna-se bruscamente muito maior devido ao aumento da área de contato com o ar e do efeito do formato côncavo do paraquedas. Durante alguns instantes após a abertura do paraquedas, a força de resistência do ar tem intensidade maior do que a do peso do paraquedista, causando diminuição no valor da velocidade de descida (fig. 14). Posteriormente, a resistência do ar diminui de intensidade, equilibrando novamente o peso do paraquedista e tornando a velocidade-limite significativamente menor do que a anterior, sem paraquedas. A queda é suave, com velocidade em torno de 10 km/h, garantindo uma chegada segura ao solo.

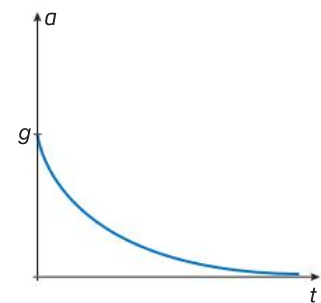


Figura 12 • O gráfico representa a diminuição da aceleração de queda (com $v_0 = 0$) em relação ao tempo, por causa do aumento da resistência do ar.

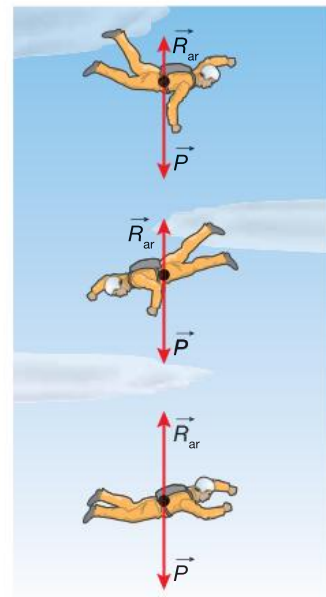
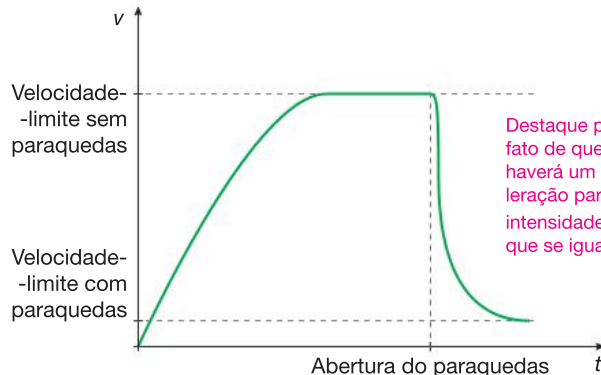


Figura 13 • Ao cair, duas forças atuam sobre o paraquedista: o peso, que não muda no decorrer da queda, e a força de resistência do ar, que aumenta com a velocidade adquirida. Logo, para cada um dos momentos representados, teremos um módulo diferente de $F_R = P - R_{ar}$.

LUIZ RUBIO



Destaque para os alunos o fato de que, para cada \vec{F}_R , haverá um módulo de aceleração para a queda, pois a intensidade de \vec{F}_R varia até que se iguale à do peso.

Figura 14 • Gráfico da variação da velocidade de um paraquedista, incluindo os momentos anteriores e posteriores à abertura do paraquedas.

Você precisa saber!

Para baixas velocidades, a força de resistência do ar deixa de ser proporcional ao quadrado da velocidade (v^2) e passa a ser proporcional à velocidade v . Assim, para corpos em baixa velocidade, temos:

$$R_{ar} = k \cdot v$$

em que k é a constante de proporcionalidade que contém informações sobre a densidade do ar, a área de contato e o formato do corpo. Geralmente, os problemas propostos sobre resistência do ar informam qual das expressões deve ser utilizada.

S15

No *Suplemento*, indicamos o *link* para o artigo "A aerodinâmica da bola de futebol", para ajudá-lo na discussão dos efeitos da resistência do ar.

ILUSTRAÇÕES: ALEX ARGOSINO E MÁRIO KANNO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

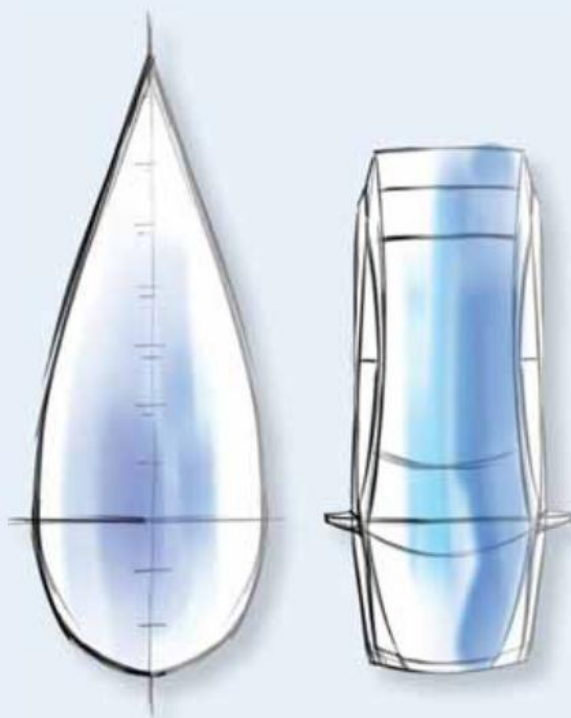
Cortando o ar

“Vencer a resistência do ar ao deslocamento do carro é função da aerodinâmica. A forma ideal de qualquer modelo seria a criada pela natureza na gota-d'água”, explica um especialista em *design*, que elaborou os desenhos a seguir.



O Suplemento apresenta orientações para a abordagem do tema.

A gota-d'água: aerodinamicamente perfeita



Em busca do modelo ideal



Modelos *hatch* têm mais problemas de aerodinâmica, porque criam áreas de maior turbulência atrás, que dificultam o avanço.



O desenho dos sedãs e cupês permite que o ar flua com mais facilidade ao longo da carroceria, reduzindo a turbulência.



A forma ideal de carro seria a de uma gota cortada longitudinalmente: isso não provocaria turbulência na parte traseira do automóvel, facilitando o deslocamento.

MOTORMING PICTURE LIBRARY/
ALAMY/GLOW IMAGES



Modelo *hatch*.



Modelo sedã.

MARLOS NEY VIDEA/MDA PRESS

Dados obtidos em: <http://www.pucsp/2002/2dia/PUCSP2002_2dia.pdf>.
Acesso em: 5 out. 2015.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- 1 Considere as informações do texto, analise as fotos dos automóveis e identifique aquele que possui o maior valor para o coeficiente de arrasto aerodinâmico. Justifique.
- 2 Um ônibus tem coeficiente de arrasto em torno de $0,8 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$. O c_x de um carro esporte é de aproximadamente $0,2 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$. Suponha que ambos estejam percorrendo uma mesma estrada, lado a lado, com velocidade de 90 km/h. Calcule quantas vezes maior é o valor da força de resistência do ar sobre o ônibus, admitindo que a área do ônibus voltada para o ar é 2,5 vezes maior do que a do carro esporte.

Já sabe responder?

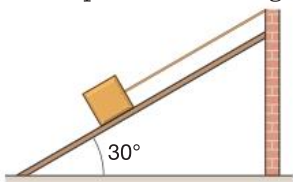
Como suspender um piano utilizando apenas uma das mãos?

MANGA



QUESTÕES RESOLVIDAS

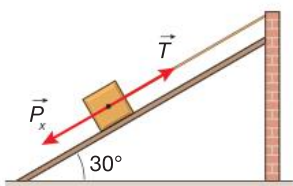
R1 Um corpo de massa 10 kg está em repouso apoiado em um plano inclinado de 30° e preso a uma corda, conforme representado na figura.



Se não houver atrito entre o corpo e o plano, qual será o valor da força de tração na corda?

Resolução

Temos a seguinte representação:



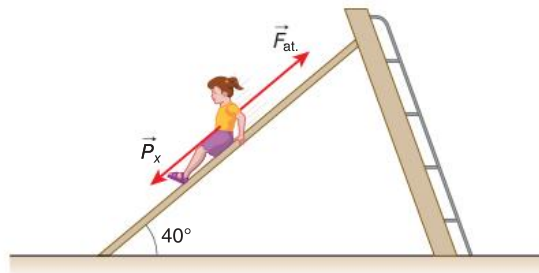
A força de tração na corda deve se igualar ao valor da componente \vec{P}_x do peso do corpo, pois ele está em repouso e, desse modo, $F_R = 0$. Assim, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$:

$$T = P_x = P \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 100 \cdot 0,5 \therefore \boxed{T = 50 \text{ N}}$$

R2 Uma criança de massa 30 kg desce um escorregador de madeira em movimento uniforme. Considere a inclinação do escorregador em relação ao chão igual a 40° . (Dados: $\sin 40^\circ \approx 0,64$, $\cos 40^\circ \approx 0,77$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- Há ou não atrito entre a criança e o piso do escorregador? Por quê?
- Qual é o valor da força de atrito entre a criança e a superfície do escorregador?



Resolução

- Há, com certeza, atrito entre a criança e o escorregador, uma vez que, para existir movimento uniforme, a resultante de forças sobre a criança é nula. Nesse caso, é preciso que a componente \vec{P}_x do peso que a puxa para abaixo seja compensada por alguma força de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto. É a força de atrito.
- Para haver movimento uniforme no sentido descendente do plano, é preciso que haja equilíbrio das forças que atuam sobre a criança. Assim, é necessário que a componente \vec{P}_x do peso da criança seja de mesmo módulo que a força de atrito \vec{F}_{at} :

$$P_x = F_{at} \Rightarrow$$

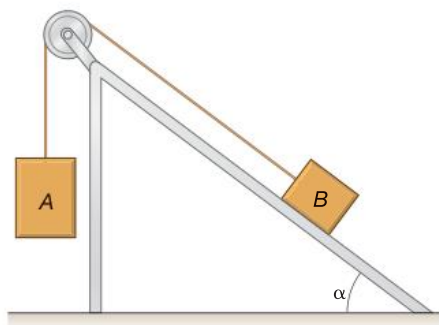
$$\Rightarrow P \cdot \sin 40^\circ = F_{at} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{at} = 300 \cdot 0,64 \therefore \boxed{F_{at} = 192 \text{ N}}$$

R3 O esquema a seguir representa um sistema composto de dois corpos unidos por uma corda que passa por uma polia. Sendo as massas de A e B, respectivamente, 4 kg e 2 kg, e o coeficiente de atrito cinético entre B e o plano igual a 0,1, determine a aceleração do sistema. (Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$)

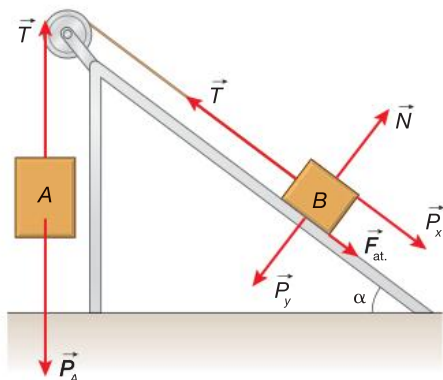
ADILSON SECCO

e despreze o atrito na polia; dados: $\sin \alpha = 0,6$ e $\cos \alpha = 0,8$)



Resolução

Temos a seguinte representação:



Os pesos dos corpos A e B são, respectivamente, 40 N e 20 N. Assim, o corpo A tende a descer puxando o corpo B para cima do plano. As componentes do peso do corpo B são:

$$P_x = P \cdot \sin \alpha = 20 \cdot 0,6$$

$$\therefore P_x = 12 \text{ N}$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha = 20 \cdot 0,8$$

$$\therefore P_y = 16 \text{ N}$$

Destaque para os alunos que, no plano inclinado, $P \neq N$.

A força de atrito que atua em B é igual a:

$$F_{\text{at.}} = \mu \cdot N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{at.}} = 0,1 \cdot P_y = 0,1 \cdot 16$$

$$\therefore F_{\text{at.}} = 1,6 \text{ N}$$

A força resultante sobre o sistema é dada por:

$$F_R = P_A - F_{\text{at.}} - P_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_R = 40 - 1,6 - 12$$

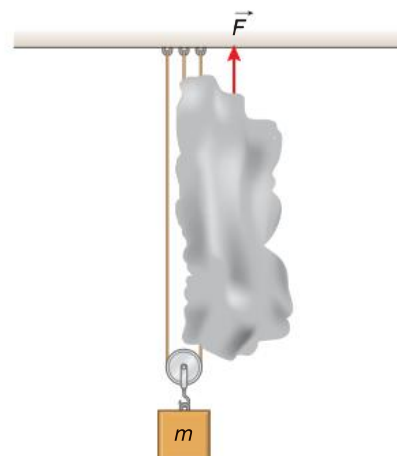
$$\therefore F_R = 26,4 \text{ N}$$

A aceleração do sistema pode ser assim calculada:

$$F_R = (m_A + m_B) \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 26,4 = 6a \therefore a = 4,4 \text{ m/s}^2$$

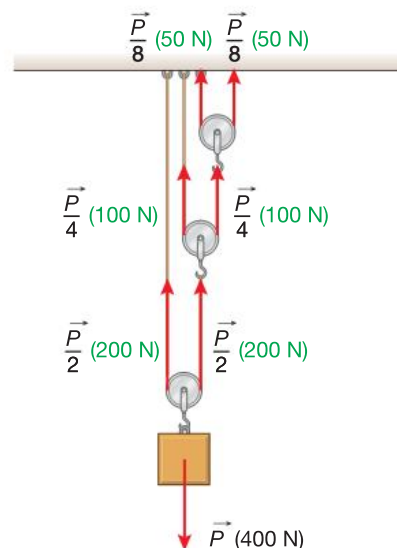
- R4** Um corpo de massa $m = 40 \text{ kg}$ está sendo mantido em repouso por uma força \vec{F} de módulo 50 N, conforme ilustrado na figura a seguir. O borrão do desenho esconde uma parte de um sistema com roldanas móveis.



Como pode ser essa parte do sistema? Desenhe uma possibilidade. (Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Resolução

Se o peso de 400 N é erguido por uma força oito vezes menor, de 50 N, é possível que o borrão esconda uma parte do sistema formada por duas roldanas móveis, conforme a figura abaixo.



- R5** Uma gota de chuva de massa $2 \times 10^{-2} \text{ g}$ desprende-se de uma nuvem situada a 1.500 m da superfície da Terra, ficando sujeita a uma força de resistência do ar dada, em newton, por: $R_{\text{ar}} = 10^{-4} \cdot v$. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- Qual seria a velocidade da gota ao atingir o solo, em km/h, caso não existisse a resistência do ar, ou seja, se a gota estivesse em queda livre?
- Qual é a aceleração da gota, considerando a resistência do ar, quando sua velocidade (v) vale 1 m/s?
- Qual é a velocidade-limite da gota?

Resolução

- a) Se a gota está em queda livre, a aceleração do movimento vale 10 m/s^2 e podemos supor que, ao se desprender da nuvem, sua velocidade é nula.



Discuta com os alunos as consequências prováveis de gotas de chuva aterrissando com essa velocidade. Converse sobre a diferença de velocidades-limite do granizo e da neve. Como o peso do granizo é maior, terá mais tempo de desaceleração antes de atingir a velocidade-limite.

Assim, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s, \text{ então:}$$

$$v^2 = 0^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1.500$$

$$\therefore v \approx 173 \text{ m/s} \approx 623 \text{ km/h}$$

Observe que, com essa velocidade, a gota causaria um grande estrago ao se chocar com o solo.

- b) Em uma queda na qual a resistência do ar não é desprezada, a gota sofre a ação da força peso e da força de resistência do ar.

Desse modo, a força resultante será:

$$F_R = P - R_{ar}$$

$$m \cdot a = m \cdot g - 10^{-4} \cdot v$$

Sendo $m = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, temos:

$$2 \cdot 10^{-5} \cdot a = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 - 10^{-4} \cdot v$$



$$\therefore a = 5,0 \text{ m/s}^2$$

Note que a aceleração encontrada é menor que a da gravidade, apesar de a gota estar em baixa velocidade.

- c) A gota atinge a velocidade-limite quando o módulo da força resultante sobre ela for nulo.

Nessa situação, temos:

$$P = R_{ar} \Rightarrow 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 = 10^{-4} v_{\text{limite}}$$

$$\therefore v_{\text{limite}} = 2 \text{ m/s} = 7,2 \text{ km/h}$$

Observe que esse valor é aproximadamente 85 vezes menor do que aquele encontrado no item a. Com esse valor de velocidade, podemos tomar chuva sem receio de nos machucar.

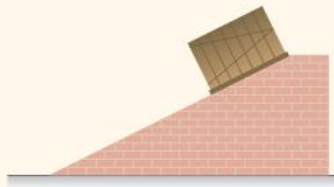


ILUSTRAÇÕES: ALEX ARGONZO E MÁRIO KANNO

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

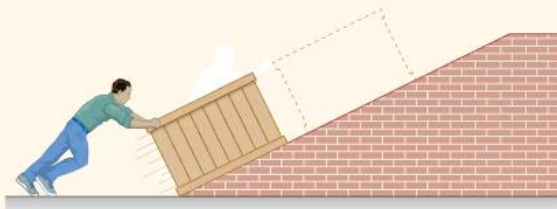
- 1 Em um experimento, os alunos de uma turma de Ensino Médio colocaram uma caixa de madeira contendo um bloco de pedra no alto de um plano inclinado. O objetivo era verificar se a caixa desceria o plano até o ponto mais baixo, mas, para surpresa dos alunos, a caixa não escorregou.



LUIZ RUBIO

Por que não ocorreu o que os alunos desejavam?

- 2 Observe o desenho que representa uma pessoa que aplica um empurrão em um corpo para que ele suba o plano inclinado. A respeito do movimento do corpo nesse plano e supondo que **não** exista atrito entre o corpo e o plano, quais afirmativas são verdadeiras?

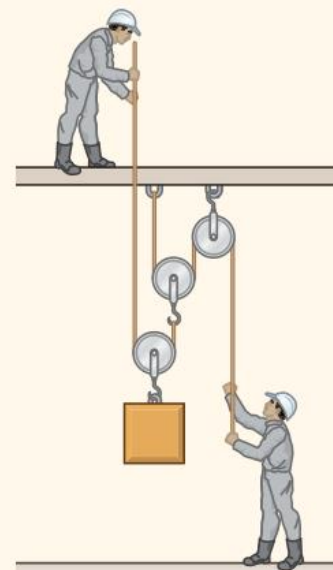


ADILSON SECCO

- O corpo adquire velocidade cujo valor diminui à medida que ele sobe o plano.
- Se o corpo sobe e depois desce o plano, o módulo da aceleração de subida é igual ao módulo da aceleração de descida.
- Se o corpo sobe e depois desce o plano, o tempo de subida será maior do que o tempo de descida.

- A força que a pessoa aplica sobre o corpo continua atuando mesmo quando a pessoa não está mais em contato com o corpo.
- O corpo nunca para de subir o plano, uma vez que não existe atrito e não há, portanto, nenhuma força contrária ao movimento.
- Para que alguém mantenha o corpo parado no ponto mais alto da subida, será necessário que aplique uma força igual ao peso do corpo.

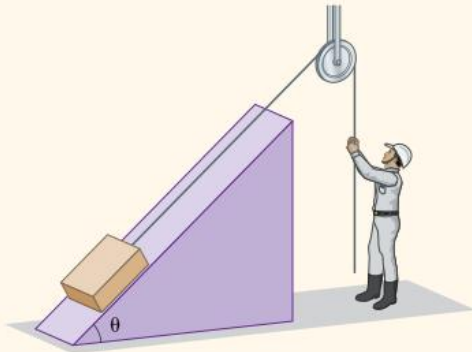
- 3 Dois operários mantêm suspenso um corpo de 100 kg por meio de um sistema de roldanas, conforme representado na figura abaixo. Desprezando as massas das cordas e das roldanas, qual é o módulo da força que cada operário faz para manter o corpo em equilíbrio?



LUIZ RUBIO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

- 4 Um homem segura a extremidade de uma corda que tem a outra extremidade unida a um corpo de massa m , apoiado em um plano inclinado, como representado na figura.

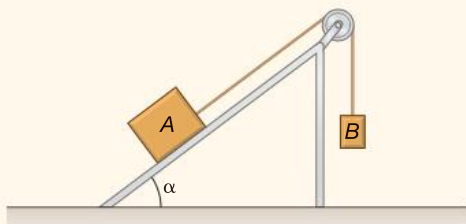


(Dados: $m = 20 \text{ kg}$, $\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$)

Considerando que não exista atrito entre o corpo e o plano, calcule o módulo da força de tração na corda quando o corpo:

- fica em repouso no plano;
 - sobe o plano em movimento uniforme;
 - sobe o plano acelerando a $0,5 \text{ m/s}^2$;
 - desce o plano acelerando a $0,5 \text{ m/s}^2$.
- 5 Resolva novamente os itens **a**, **b** e **c** da questão anterior considerando que exista atrito entre o corpo e o plano e que os coeficientes de atrito estático e cinético sejam, respectivamente, 0,4 e 0,5.
- 6 Imagine que o esquema representado na figura abaixo acaba de ser montado. As massas dos corpos A e B são, respectivamente, 10 kg e 2 kg, e o coeficiente de atrito estático entre A e o plano inclinado é igual a 0,4.

(Considere: $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ e $\cos \alpha = \frac{4}{5}$)

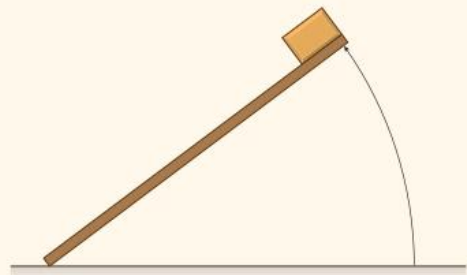


- Calcule o módulo das componentes \vec{P}_x e \vec{P}_y do peso do corpo A .
- Calcule o módulo da força de atrito estático máximo sobre o corpo A .
- Compare o peso de B com a componente \vec{P}_x de A e responda: se houver movimento, o corpo A subirá ou descerá o plano?
- Qual é a direção e o sentido da força de atrito que atua sobre A ?

- 7 Um bloco de 2,0 kg foi colocado sobre uma prancha de madeira de 4,0 m de comprimento, como mostra o desenho abaixo.

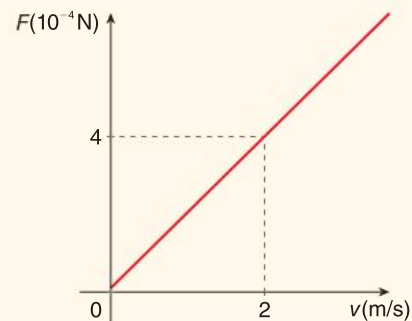


O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a madeira é igual a 0,5 e o coeficiente de atrito estático não é conhecido. Levantando a ponta da prancha onde está o bloco, verifica-se que ele começa a escorregar quando o ângulo de inclinação da prancha em relação ao chão chega a um valor cujo seno é igual a 0,6 e o cosseno, 0,8. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)



Calcule:

- o valor do coeficiente de atrito estático entre o bloco e a rampa de madeira;
 - vencido o atrito estático, o tempo que o bloco demora para descer a rampa inclinada pelo mesmo ângulo anterior.
- 8 A força de resistência do ar sobre uma gota que cai é proporcional à sua velocidade, como indica o gráfico a seguir.



Uma gota de água de 0,20 g passará a ter velocidade de queda constante quando tiver atingido a velocidade, em m/s, de:

- 2
 - 4
 - 6
 - 8
 - 10
- 9 Um trabalhador precisa levantar um saco de cimento cujo peso é 2.000 N, exercendo uma força de no máximo 150 N. Ele tem à disposição um conjunto de roldanas, sendo uma delas presa ao teto. De que maneira ele deve arranjar as roldanas para conseguir erguer o objeto?

Dinâmica do movimento circular uniforme

ou: O que garante que a Lua permanecerá naturalmente em sua órbita?

A Lua tem velocidade e, portanto, por inércia, tende a manter o movimento retilíneo. O fato de existir uma força de atração da Terra sobre ela garante a resultante centrípeta que a mantém em órbita.

1 Introdução

Já sabemos que a tendência natural dos corpos em movimento é permanecer na velocidade em que estão e em movimento retilíneo. Ao realizar movimento circular, o corpo é forçado a executar um círculo, no entanto, por inércia, sua tendência seria manter a trajetória em linha reta (fig. 1 e 2).

S17

No Suplemento, você encontra orientações para o trabalho com a questão introdutória.



Figura 1 • Brinquedos como esse executam movimentos circulares.

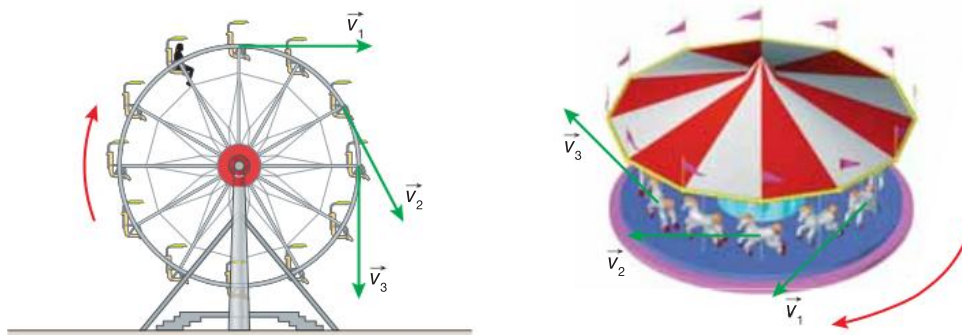


Figura 2 • Nos movimentos circulares, o vetor velocidade está constantemente mudando de direção.

KARASEV VICTOR SHUTTERSTOCK

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: MANGA

2 A resultante centrípeta

Para que os veículos consigam fazer curvas, para que possamos nos divertir nos brinquedos dos parques, ou ainda para que uma pedra presa a um barbante seja girada, é indispensável que a direção do vetor velocidade varie, alterando, assim, a direção do movimento (fig. 3). E, para que essa mudança da direção do vetor velocidade se realize, é necessário que sobre o móvel atue uma força resultante em uma direção diferente daquela do movimento. Essa força é denominada **resultante centrípeta** \vec{R}_{cp} , tem direção radial, ou seja, perpendicular ao vetor velocidade, e sentido para o centro da circunferência.

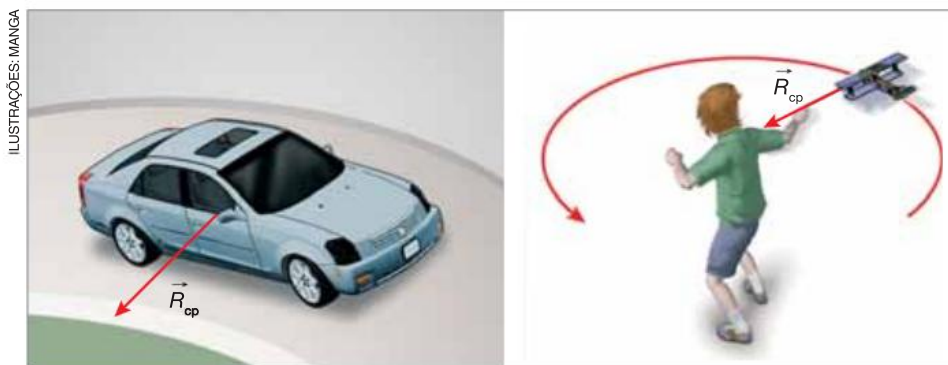


Figura 3 • A resultante centrípeta é responsável por mudar a direção do vetor velocidade.

Pela 2ª lei de Newton, a força resultante provoca aceleração no corpo em que está sendo aplicada. No caso de movimentos circulares, chamamos essa aceleração de **aceleração centrípeta**. Como $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$, temos:

$$\vec{R}_{cp} = m \cdot \vec{a}_{cp}$$

A aceleração centrípeta, responsável pela variação da direção do vetor velocidade em movimentos circulares (fig. 4), tem direção radial, ou seja, perpendicular ao vetor velocidade e sentido para o centro da circunferência, seu módulo é expresso por:

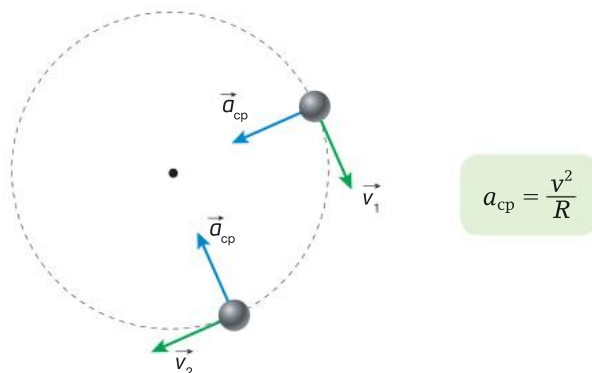


Figura 4

Observe que, no movimento circular uniforme, apenas a direção da velocidade varia, o módulo não.

Atente para o fato de que a resultante centrípeta tem a mesma natureza das resultantes de forças que estudamos. Ela não é uma nova categoria de força. Para obter a resultante centrípeta, devemos considerar a soma vetorial das forças na direção radial, lembrando que o sentido deverá estar, necessariamente, dirigido para o centro da circunferência.

3 A resultante centrípeta em alguns movimentos

Ao substituir a expressão de a_{cp} na equação $R_{cp} = m \cdot a_{cp}$, temos:

$$R_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Assim, verificamos que, mantendo a massa e o módulo da velocidade constantes, quanto maior o raio da trajetória, menor será a intensidade da força resultante centrípeta necessária para manter o corpo em movimento circular. Isso significa que um arco de um círculo de grande raio se assemelha a um traçado praticamente retilíneo. Essa é a razão pela qual os pilotos de Fórmula 1, por exemplo, fazem as curvas utilizando a trajetória de maior raio possível. Nesse caso, a resultante centrípeta será menor, exigindo menos força de atrito e permitindo ao piloto desenvolver maior velocidade (fig. 5).

Se o carro não derrapar ao fazer a curva, a resultante centrípeta será a força de atrito estático lateral que a pista aplicará aos pneus, impedindo-os de derrapar e garantindo a trajetória circular (fig. 6). Em situações como essa, as forças peso e normal estão em equilíbrio e têm direção vertical.



Figura 5 • Quanto maior o raio da trajetória, menor a resultante centrípeta. Por isso, os pilotos de corrida procuram fazer as curvas com maior raio possível.

No caso de um corpo amarrado por um fio e que se move em um plano horizontal, a força que o impede de continuar em linha reta é a força de tração no fio. Assim, não havendo outras forças na direção radial, a tração é a resultante centrípeta (fig. 7).

No movimento da Lua ao redor da Terra, a resultante centrípeta é a força de atração da Terra sobre a Lua, ou seja, a força peso (fig. 8). Se a Terra deixasse de "puxar" a Lua para seu centro, nosso satélite sairia de órbita.

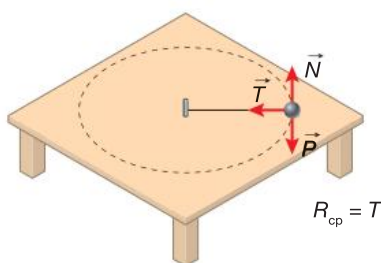


Figura 7 • A tração \vec{T} é a resultante centrípeta que mantém a bola girando.

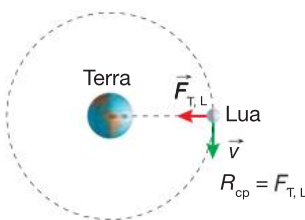


Figura 8 • A força de atração da Terra sobre a Lua é a resultante centrípeta que mantém a Lua na órbita da Terra.

S18

Você pode discutir com os alunos o que ocorre com a força de atrito à medida que a velocidade aumenta. Apresentamos mais detalhes no Suplemento.

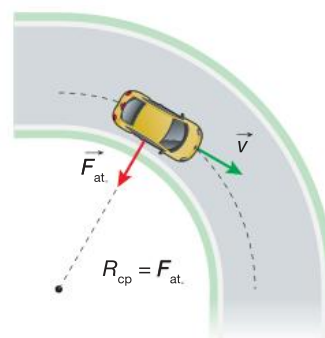


Figura 6 • A força centrípeta que atua no carro ocorre devido ao atrito dos pneus com o solo.

Se um carro atingir um ponto elevado de uma pista em formato de arco de circunferência, por inércia, sua tendência será continuar em linha reta. Isso não ocorrerá se a resultante entre as forças peso e normal for um vetor cujo sentido apontar para o centro da trajetória, ou seja, se $\vec{R}_{cp} = \vec{P} - \vec{N}$ (fig. 9).

As acrobacias feitas por um motociclista no interior de uma gaiola metálica caracterizam o espetáculo circense chamado de "globo da morte". Na figura 10, percebemos que a resultante centrípeta varia de acordo com a posição do motociclista.

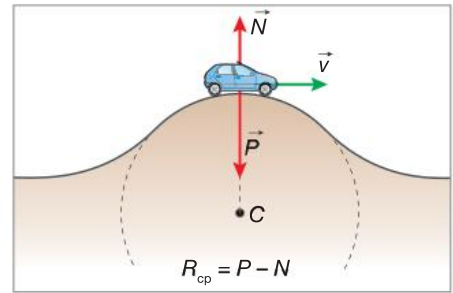


Figura 9 • Nesse caso, a diferença entre os módulos das forças peso e normal é a resultante centrípeta.

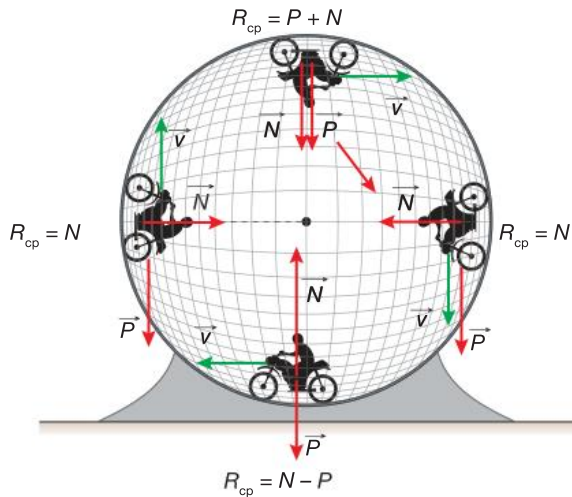


Figura 10 • O peso e a força normal são responsáveis pelas curvas executadas pela moto.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

Já sabe responder?

O que garante que a Lua permanecerá naturalmente em sua órbita?



ERIKA ONODERA

Representação esquemática do sistema Terra-Lua.

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R1** Identifique a resultante centrípeta sobre o motorista de um automóvel que faz uma curva como mostra a figura. Suponha que, imprudentemente, ele não use cinto de segurança.



LUIZ RUBIO

► Resolução

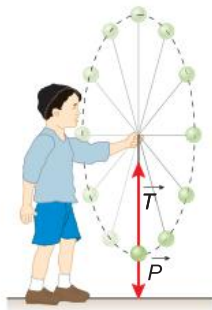
Caso não se segure ao fazer a curva, como está sem cinto, o motorista será lançado de encontro à porta do carro. O carro empurrará o motorista com uma força que impedirá que o motorista continue em linha reta por inércia. Se, por qualquer razão, a porta do carro se abrir, o motorista se moverá em uma direção tangente à curva. Logo, a resultante centrípeta sobre o motorista é a força com que a porta do carro o empurra para o centro da trajetória circular.

- **R2** Uma pedra de massa 200 g é amarrada a um cordão de 30 cm de comprimento e posta a girar em um plano vertical com velocidade de 6 m/s. (Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- Determine a tração no fio no ponto mais baixo da trajetória.
- Determine a tração no fio no ponto mais alto da trajetória.
- Determine a velocidade mínima da pedra no ponto mais alto da trajetória para que ela continue a descrever o movimento circular.

► **Resolução**

- a) Temos a seguinte representação no ponto mais baixo da trajetória:



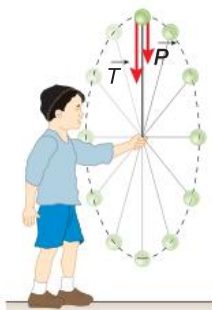
Observando a figura, temos as forças de tração e peso atuando na pedra no ponto mais baixo. Para que o movimento circular continue a ser executado, é necessário que haja uma resultante centrípeta. Isso quer dizer que a força que aponta para o centro, no caso, a tração, deve ter maior intensidade que a força que aponta no sentido contrário, no caso, o peso. Assim, temos:

$$R_{cp} = T - P \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = T - m \cdot g$$

Logo:

$$T = 0,2 \cdot 10 + \frac{0,2 \cdot 6^2}{0,3} \therefore T = 26 \text{ N}$$

- b) Temos a seguinte representação no ponto mais alto da trajetória:



No ponto mais alto, tanto o peso da pedra quanto a tração apontam para o centro da trajetória. Logo, a resultante centrípeta terá intensidade equivalente à soma dos módulos das duas forças. Assim, temos:

$$R_{cp} = T + P \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = T + m \cdot g$$

Logo:

$$T = \frac{0,2 \cdot 6^2}{0,3} - 0,2 \cdot 10 \therefore T = 22 \text{ N}$$

Os valores da tração no fio diminuem conforme a pedra atinge o ponto mais alto da trajetória. Para a velocidade dada no problema, o menor valor de tração é 22 N, quando o peso da pedra atua inteiramente no sentido do centro da trajetória.

- c) Conforme a velocidade diminui, a tração no ponto mais alto também fica menor. A trajetória se manterá circular enquanto houver alguma tração no fio. No limite, se a tração for nula, a pedra ficará na iminência de cair e estará na sua velocidade mínima. Note que a velocidade mínima não pode ser nula, pois, se fosse, a pedra pararia no ponto mais alto e certamente cairia.



Esse item discute a velocidade mínima necessária para que se execute um movimento circular em um plano vertical.

No ponto mais alto, temos: $R_{cp} = P + T$

Na velocidade mínima, $T = 0$. Logo:

$$R_{cp} = P \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g \Rightarrow v = \sqrt{R \cdot g} \Rightarrow v = \sqrt{0,3 \cdot 10} \therefore v \approx 1,7 \text{ m/s}$$

- R3** Em um parque de diversões, um trecho da montanha-russa faz um *looping* de raio igual a 8 m, que é percorrido pelo carrinho com uma velocidade constante de 12 m/s. Determine a intensidade da compressão que um passageiro de massa 80 kg exerce sobre o banco do carrinho quando ele está no ponto mais alto e quando está no ponto mais baixo do *looping*.



DAVID WALL/LAMY/OTHER IMAGES

► **Resolução**

No ponto mais alto do *looping*, a resultante centrípeta sobre o passageiro será:

$$R_{cp} = N + P \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = N + m \cdot g$$

Então:

$$N = \frac{80 \cdot (12)^2}{8} - 80 \cdot 10 \therefore N = 640 \text{ N}$$

No ponto mais baixo do *looping*, a resultante centrípeta sobre o passageiro será:

$$R_{cp} = N - P \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = N - m \cdot g$$

Como a velocidade linear é constante, temos:

$$N = \frac{80 \cdot (12)^2}{8} + 80 \cdot 10 \therefore N = 2.240 \text{ N}$$

Observe que, no ponto mais baixo, a pessoa comprime o assento com uma força de intensidade maior do que seu peso e, por isso, se sente “espremida” no assento. No ponto mais alto, a sensação é de diminuição do peso, pois a força normal tem intensidade menor do que o peso.

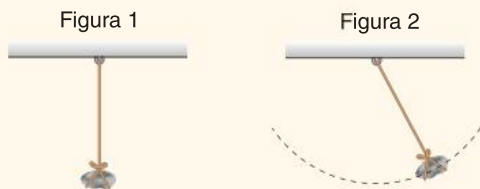
S19

No Suplemento, para complementar a questão 5, você encontra a indicação de um texto sobre os efeitos fisiológicos de uma aceleração maior que g sobre pilotos de avião.

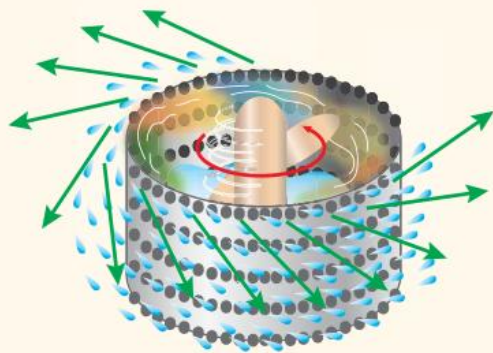
Lembre-se: resolva as questões no caderno.

QUESTÕES PROPOSTAS

- 1 Observe os desenhos que representam uma pedra de 0,5 kg amarrada a um barbante. Na figura 1, a pedra está estática e, na figura 2, está oscilando na vertical. Existe maior tendência de o barbante se romper com a pedra na situação da figura 2 do que na situação da figura 1. Justifique esse fato empregando conceitos da Física.



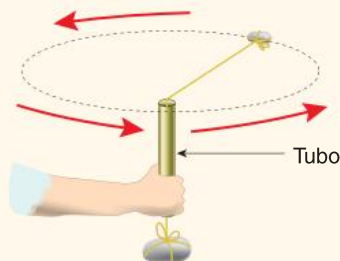
- 2 Na maioria das lavadoras, a roupa lavada é torcida por centrifugação. O cesto que acondiciona a roupa é circular e sua parede tem muitos furos. No processo de centrifugação, o cesto gira com velocidade considerável (veja a figura a seguir).



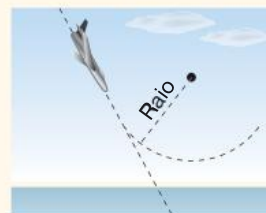
- a) Ao centrifugar a roupa, a água da lavagem não fica presa a ela. Por quê?
b) Ao observar o cesto girando, percebemos que a roupa “gruda” em sua parede. Qual é a resultante centrípeta nesse caso?
3 Em provas de automobilismo que exigem altas velocidades, a “tomada” das curvas é bastante importante para a vitória. Veja no desenho a seguir a diferença entre o traçado geométrico de uma curva e o traçado ideal, perseguido pelos pilotos.



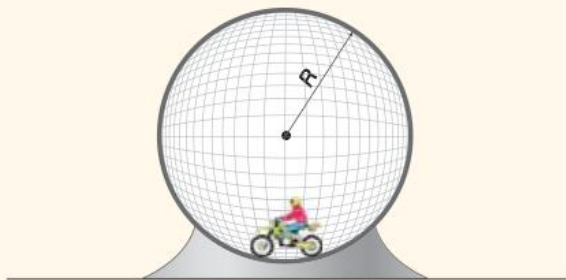
- a) Considerando a curva um arco de circunferência, compare os dois traçados, geométrico e ideal, e avalie: qual deles tem o maior raio de curvatura?
b) Em que medida o raio de curvatura interfere no valor da velocidade do automóvel durante a curva?
4 Na figura, uma pequena pedra gira descrevendo uma trajetória circular presa a um fio. Esse fio passa por um tubo e tem na outra extremidade uma segunda pedra, cuja massa é o dobro da primeira. Explique por que, em determinada velocidade, é possível manter a pedra maior em equilíbrio.



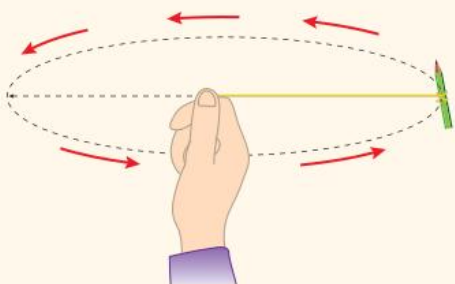
- 5 Durante uma manobra, um avião descreveu a trajetória ilustrada na figura. Sabendo que, ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória, a velocidade do avião era de 504 km/h e considerando o raio do círculo igual a 250 m, determine a força que o assento do avião exerce sobre o piloto cuja massa é de 70 kg. Compare essa força com o peso do piloto.



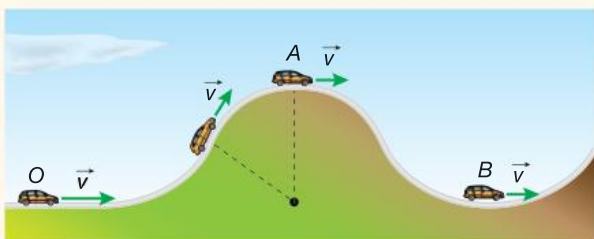
- 6 Em um globo da morte de raio 5 m, qual é a menor velocidade com que um motociclista pode passar pelo ponto mais alto do globo sem correr o risco de cair?



- 7 Um lápis de massa 10 g é amarrado num elástico e posto a girar em um plano horizontal, como mostra a figura. O comprimento natural do elástico é 20 cm. Sabendo que o lápis descreve a trajetória circular da figura cujo raio é 30 cm com frequência 2 Hz, ou seja, completa duas voltas a cada segundo, determine a constante elástica do elástico. (Adote $\pi = 3$.)



- 8 Um carro de massa $m = 1.500$ kg percorre, acelerando, um trecho de uma estrada. Nos trechos curvilíneos, os arcos de circunferência têm raios $R = 250$ m.

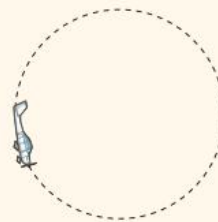


Em O, a estrada é retilínea e em A e B tem raio da curvatura $R = 250$ m.

Considere $g = 10$ m/s² e despreze o atrito entre a pista e o carro.

- Qual é a velocidade máxima que o carro pode atingir no ponto A sem perder o contato com a pista?
- Se no trecho AB o carro mantiver a velocidade máxima que pode ser atingida em A, qual será a intensidade da reação do piso da estrada sobre o carro na posição B? Compare com o valor da reação do piso em O (trecho retilíneo).

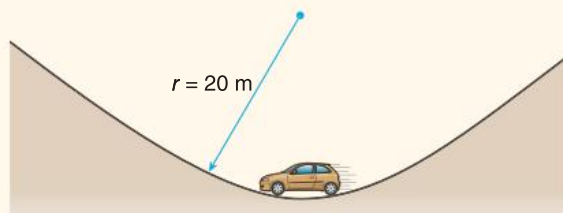
- 9 (Ibmec-RJ) Um avião de acrobacias descreve a seguinte trajetória descrita na figura a seguir:



Ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória, a força exercida pelo banco da aeronave sobre o piloto que a comanda é:

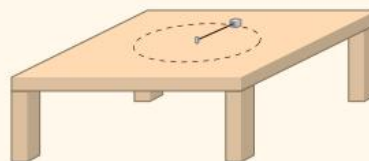
- igual ao peso do piloto.
- maior que o peso do piloto.
- menor que o peso do piloto.
- nula.
- duas vezes maior que o peso do piloto.

- 10 (PUC-SP) Um automóvel de massa 800 kg, dirigido por um motorista de massa igual a 60 kg, passa pela parte mais baixa de uma depressão de raio $r = 20$ m com velocidade escalar de 72 km/h. Nesse momento, a intensidade da força de reação que a pista aplica no veículo é: (Adote $g = 10$ m/s².)



- 231.512 N
- 215.360 N
- 1.800 N
- 25.800 N
- 24.000 N

- 11 (PUC-RJ) Um bloco de massa 0,5 kg está preso a um fio ideal de 40 cm de comprimento cuja extremidade está fixa à mesa, sem atrito, conforme mostrado na figura. Esse bloco se encontra em movimento circular uniforme com velocidade de 2 m/s.



Sobre o movimento do bloco, é correto afirmar que:

- como não há atrito, a força normal da mesa sobre o bloco é nula.
- o bloco está sofrendo uma força resultante de módulo igual a 5,0 N.
- a aceleração tangencial do bloco é 10 m/s².
- a aceleração total do bloco é nula, pois sua velocidade é constante.
- ao cortar o fio, o bloco cessa imediatamente o seu movimento.

CAPÍTULO 12

Leis de Kepler

ou: O que é preciso para um astro ser considerado um planeta do Sistema Solar?

Para um astro ser considerado um planeta do Sistema Solar, ele deve: orbitar o Sol; ser grande o suficiente para que seu campo gravitacional consiga moldá-lo na forma esférica e ter sua vizinhança livre de outros corpos.

1 Introdução

S20

No Suplemento, você encontra orientações para o trabalho com a questão introdutória.

Quase todas as concepções de Universo criadas na Antiguidade se baseavam no modelo geocêntrico, que representava a Terra imóvel e no centro da esfera celeste. Um dos modelos mais conhecidos e aceitos durante longo tempo foi concebido por Aristóteles, no século IV a.C. Naquela época, os gregos conheciam sete corpos celestes: Lua, Sol, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno, que supunham orbitar ao redor da Terra presos a superfícies de esferas concêntricas (fig. 1). No modelo aristotélico, os planetas giravam em torno da Terra em movimentos circulares uniformes.

Um Universo circular, com os planetas se movendo sempre com a mesma velocidade, em movimento uniforme, representava algo imutável e eterno, sem fim, ou seja, um movimento sem mudança, assim como os gregos acreditavam ser o mundo celeste.

Ainda na Grécia, no século III a.C., surgiu o modelo de Aristarco, que se opunha ao **geocentrismo**, pois colocava o Sol no centro da esfera celeste, caracterizando o **heliocentrismo**. Todavia, o modelo de Aristarco foi abandonado e o geocentrismo, principalmente em razão da influência de Aristóteles, foi o modelo adotado, perdurando por mais de 13 séculos. Contudo, com o modelo geocêntrico era difícil explicar os movimentos aparentes de avanço e regressão que os planetas mais distantes do Sol que a Terra, por exemplo, Marte, executam ao ser observados.

O movimento de avanço e regressão de Marte percebido por um observador na Terra é causado pela diferença das velocidades de Marte e da Terra ao redor do Sol. Em consequência, quando a Terra ultrapassa Marte, a órbita aparente do planeta, projetada sobre a esfera celeste, mostra um movimento retrógrado (fig. 2). Essa "laçada" era um fenômeno difícil de ser explicado usando o modelo geocêntrico.

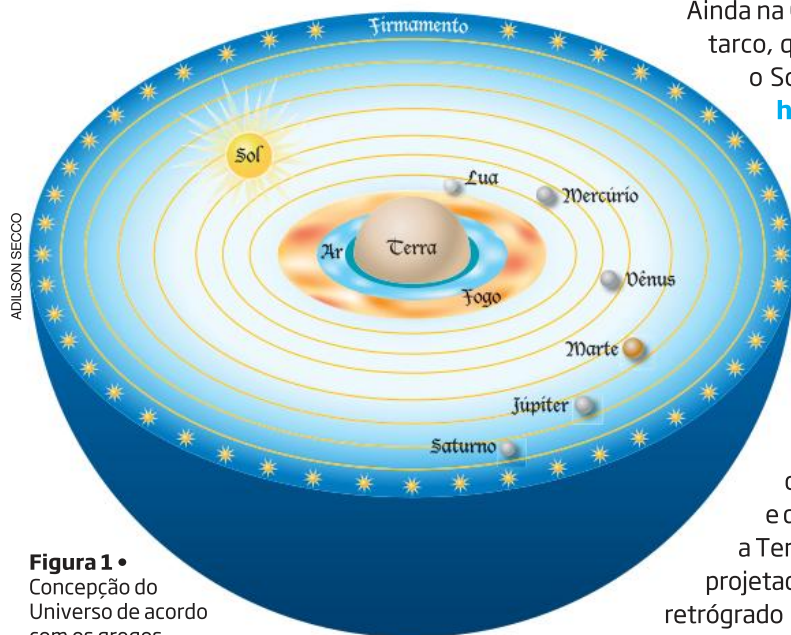


Figura 1 •
Concepção do Universo de acordo com os gregos.

Geocentrismo.

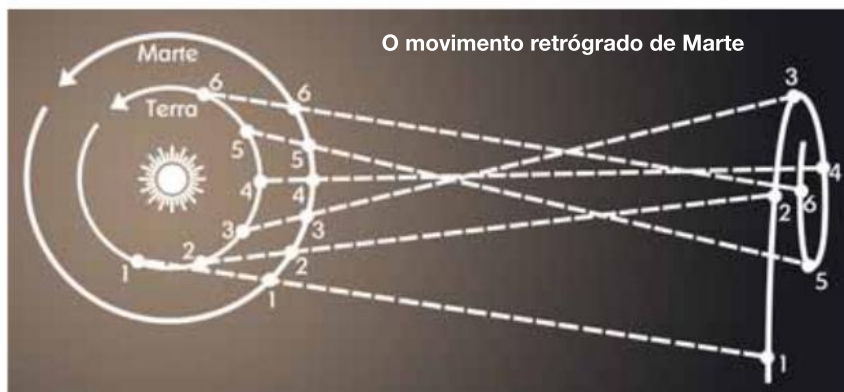
Antiga teoria segundo a qual a Terra era o centro do Universo, em torno da qual todos os astros girariam.

Heliocentrismo.

Sistema cosmológico que considera o Sol o centro do Universo.

Figura 2 •

No modelo heliocêntrico, o movimento retrógrado de Marte é explicado pelo movimento relativo entre a Terra e Marte.



RICARDO YORIO

Por volta de 150 d.C., em Alexandria, o astrônomo Cláudio Ptolomeu, apoiado nos conhecimentos dos gregos, criou um sistema que explicava, com base no modelo geocêntrico, o movimento retrógrado dos planetas. No sistema de Ptolomeu, cada planeta orbitava a Terra seguindo uma trajetória resultante de dois movimentos circulares associados, constituindo um **epiciclo** (fig. 3). É possível que esse modelo tenha sido usado nas orientações das grandes navegações da Idade Moderna.

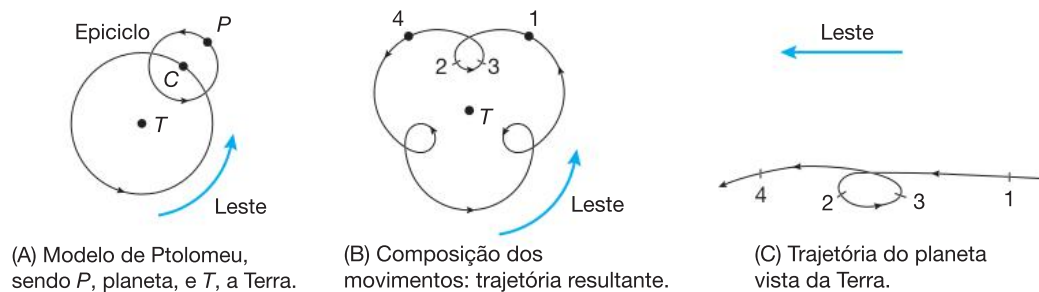


Figura 3 • O modelo dos epiciclos de Ptolomeu foi aceito durante 13 séculos como a explicação correta das “laçadas” dos planetas, em um modelo de Universo geocêntrico.

No final da Idade Média, especialmente a partir do século XIII, as mudanças que já vinham ocorrendo em algumas regiões, acentuaram-se a ponto de provocar profundas alterações no continente europeu, verificando-se transformações econômicas, como a criação dos primeiros bancos, o crescimento das corporações de ofício e a expansão do comércio; políticas, como a unificação de alguns reinos para o fortalecimento militar de regiões; sociais, como o crescimento da população urbana, que provocaram muitas inovações em diversos campos do conhecimento. Esse período, denominado Renascimento, trouxe ainda a expansão dos limites do mundo até então conhecido, especialmente pelo mar. Com isso, a necessidade de aumentar a precisão das rotas comerciais incentivou estudos para aprimorar as cartas celestes.

É nesse contexto que o polonês Nicolau Copérnico (1473-1543) retoma a concepção heliocêntrica do Universo. Mas, apesar de revolucionário, o modelo de Copérnico mantinha as esferas sobre as quais os planetas girariam ao redor do Sol, que estaria imóvel no Universo (fig. 4). Além disso, conservava o movimento circular uniforme dos planetas e apresentava muitas discrepâncias em relação às posições previstas para eles. O modelo de Copérnico foi reprovado pela igreja Católica, pois se contrapunha à ideia de que o ser humano, como obra-prima de Deus, ocupava o centro do Universo.

Esse modelo só foi aceito bem mais tarde, quando apareceram dois cientistas: Johannes Kepler e Galileu Galilei.

Galileu (1564-1642), estudioso de Matemática, Geometria e Física, vivia na cidade italiana de Pádua e, em uma viagem a Veneza, conheceu um instrumento óptico que permitia visualizar objetos a distância – um telescópio rudimentar. Ao retornar, construiu uma luneta, aprimorando a capacidade de aumento das lentes e seu posicionamento, o que ampliou a eficiência do aparelho. Graças a isso, ele pôde observar características dos planetas que nunca haviam sido vistas.

Figura 4 • Modelo heliocêntrico do Universo segundo Copérnico. Representação esquemática sem escala, cores-fantasia.



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Galileu percebeu que havia satélites girando em torno de Júpiter, tal qual a Lua em torno da Terra. Verificou também que Vênus apresentava fases em razão dos seus movimentos, supondo que esse planeta girava ao redor do Sol. Observou que a superfície da Lua era cheia de buracos, planícies, vales e montanhas, mostrando que os corpos celestes não eram esferas perfeitas, como supunha Aristóteles; enfim, trouxe grandes contribuições aos conhecimentos astronômicos da época, apesar da oposição da igreja Católica, que passou a persegui-lo.

Enquanto Galileu era condenado à prisão domiciliar pela Igreja, Johannes Kepler (1571-1630) trabalhava com o astrônomo dinamarquês Tycho Brahe, que possuía um grande laboratório astronômico, o maior e mais completo de que se tem notícia naquele período.

Estudando os dados obtidos por Tycho, extremamente precisos para a época, Kepler verificou que nenhuma combinação de círculos poderia resultar nas trajetórias aparentes observadas. Esses estudos possibilitaram a Kepler propor três leis sobre os movimentos celestes, válidas até hoje. Embora suas leis tivessem sido propostas para explicar os movimentos dos planetas em torno do Sol, elas são verificadas para qualquer outro sistema gravitacional.

2 As leis de Kepler

1ª lei de Kepler, ou lei das órbitas

No decorrer de seus estudos, Kepler abandonou a órbita circular e adotou a trajetória elíptica. Geômetra dedicado, ele também acreditava que os movimentos cósmicos se baseavam na órbita circular, a mais perfeita, e percebeu que o problema do traçado das órbitas só poderia ser resolvido se confrontado com as observações do céu. Examinando seus mapas celestes, tentou órbitas relacionadas com um formato em que o centro estivesse deslocado lateralmente. Uma alteração mínima, e o modelo heliocêntrico foi definitivamente comprovado. De fato, era ao redor do Sol, e não da Terra, que os planetas gravitavam, não em órbitas circulares como proposto no sistema copernicano, mas em trajetórias elípticas (fig. 5).

Esta é a primeira lei de Kepler:

Os planetas movem-se ao redor do Sol descrevendo órbitas elípticas nas quais o Sol ocupa um dos focos.

A elipse é uma figura geométrica plana que pode ser gerada a partir de um corte em um cone (fig. 6). Sobre o eixo maior da elipse (A_1A_2) localizam-se seu **centro** O e seus **focos** F_1 e F_2 (fig. 7).

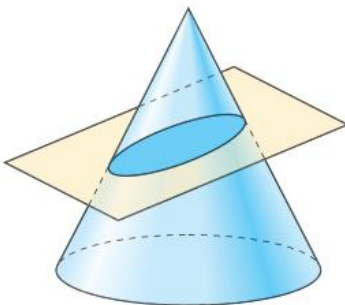


Figura 6 • Uma elipse obtida na interseção entre um plano e uma superfície cônica.

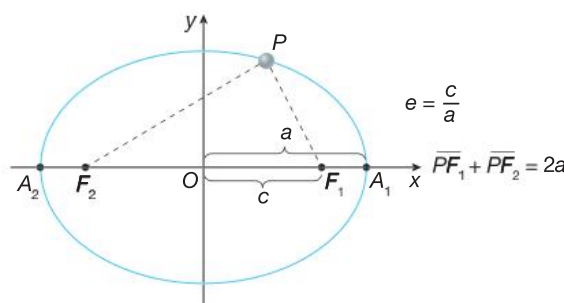


Figura 7 • Representação das grandezas que caracterizam uma elipse.

S21

Costumeiramente, as órbitas dos planetas ao redor do Sol são representadas como elipses de excentricidade em torno de 0,8. Sabemos que não é verdade e julgamos que essa distorção pode dar uma ideia equivocada ao aluno. Assim, optamos pela representação mais próxima do real, respeitando o fato de que a maior excentricidade encontrada é a de Mercúrio, que vale aproximadamente 0,2 (figura abaixo). No *Suplemento*, você encontrará a indicação de um artigo sobre esse assunto. Recomendamos sua leitura.

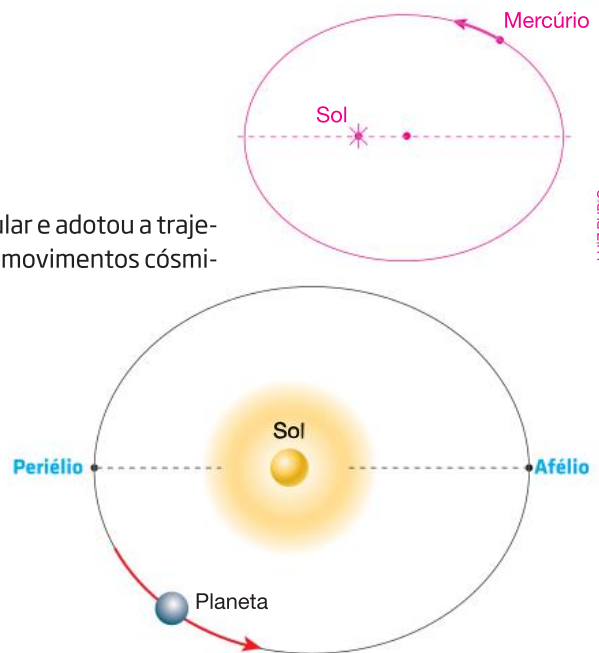


Figura 5 • Representação da trajetória elíptica de um planeta ao redor do Sol.

Afélio. Ponto da órbita de um planeta em que ele alcança a distância máxima do Sol.

Periélio. Ponto da órbita de um planeta mais próximo do Sol, em seu movimento de translação.

A **excentricidade** (e) de uma elipse pode ser obtida pela razão entre as medidas da **distância focal** (c) e do **semieixo maior** (a), isto é, $e = \frac{c}{a}$.

Perceba que, se a distância $2c$ entre os focos é pequena, tendendo a zero, temos um foco praticamente coincidindo com o outro, o que representa uma cônica de um só centro, ou seja, uma circunferência. Nesse caso, a excentricidade será praticamente nula.

As órbitas dos planetas ao redor do Sol são praticamente circulares. A elipse descrita pela trajetória da Terra tem excentricidade aproximadamente igual a 0,02, ou seja, é quase uma circunferência, perdendo somente para a excentricidade das órbitas de Vênus e Netuno, cujos valores são, respectivamente, 0,007 e 0,01.

O planeta do Sistema Solar de órbita mais excêntrica é Mercúrio, com excentricidade aproximadamente igual a 0,2.

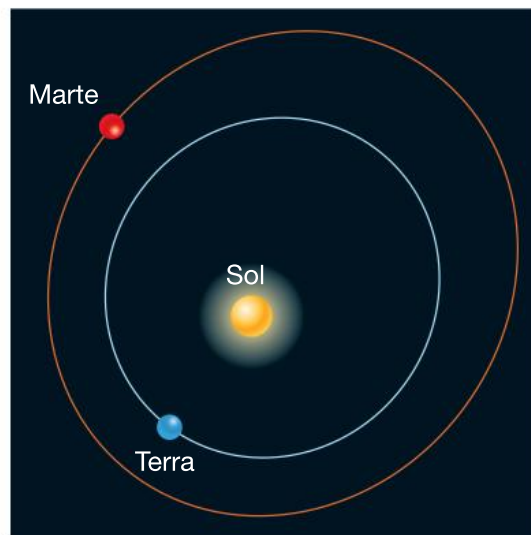


Figura 8 • Representação esquemática e com cores-fantasia das órbitas de Marte e da Terra em torno do Sol.

2ª lei de Kepler, ou lei das áreas

Na época de Kepler, ainda não havia uma explicação para o movimento retrógrado de Marte. Isso impedia os astrônomos de calcularem com antecedência as posições dos planetas. Kepler interpretou a questão supondo que os planetas não executam movimentos uniformes. Suas velocidades aumentam ao se aproximarem do Sol e diminuem ao se afastarem. Os planetas se movem de tal maneira que uma linha imaginária, ligando o Sol ao planeta (raio vetor), “varre” áreas iguais em tempos iguais. Esta é a 2ª lei de Kepler:

As áreas “varridas” pelo raio vetor que liga o planeta ao Sol são iguais em intervalos de tempo iguais durante o movimento do planeta.

Na figura 9, as regiões A_1 e A_2 têm áreas iguais e, no entanto, estabelecem arcos diferentes a serem percorridos pelos planetas. O arco Δs_1 é maior que o arco Δs_2 . Para que os tempos gastos para percorrer os dois arcos sejam os mesmos, como estabelece a 2ª lei de Kepler, é necessário que o planeta acelere ao se aproximar do Sol, atingindo velocidade máxima (30,3 km/s para a Terra) no periélio, e retarde seu movimento ao se afastar do Sol, adquirindo velocidade mínima (29,3 km/s para a Terra) no afélio.

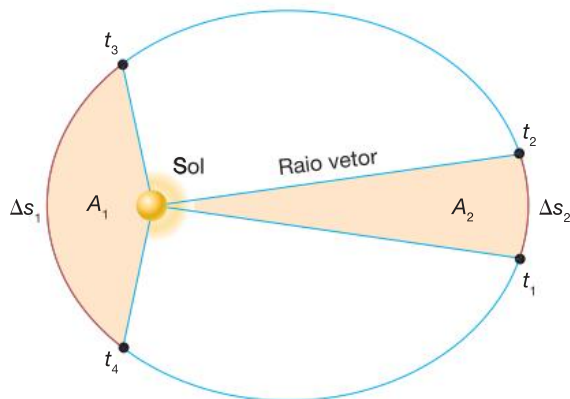


Figura 9 • Em intervalos de tempo iguais, as áreas “varridas” pelo raio vetor que liga o planeta ao Sol (em um dos focos) também são iguais: $A_1 = A_2$

3ª lei de Kepler, ou lei dos períodos

A busca de Kepler para descobrir uma conexão entre os tamanhos das órbitas dos planetas e seus períodos de revolução ao redor do Sol teve êxito somente dez anos após a formulação da lei das áreas. Em sua 3ª lei, Kepler utiliza mais uma vez os dados das observações de Tycho Brahe e enuncia a lei que se tornaria essencial para que Newton, algumas décadas depois, compreendesse os fenômenos ligados à gravitação universal. Esta é a 3ª lei de Kepler:

Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas ao redor do Sol são diretamente proporcionais aos cubos dos raios médios de suas órbitas. Algebricamente:

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$

A 3ª lei de Kepler estabelece que, quanto mais distante do Sol o planeta estiver, maior será o tempo para percorrer a órbita. Isso significa que, para objetos de massa muito menor que o Sol, cada órbita tem um tempo único para ser descrita. Uma mesma órbita não poderá ser percorrida em mais ou menos tempo. Um grão de poeira cósmica gravitando ao redor do Sol, na mesma órbita que Mercúrio, levará aproximadamente os mesmos 88 dias terrestres que o planeta gasta para completar uma volta. Os planetas mais afastados, cujas órbitas são maiores, têm períodos maiores não só porque o raio da órbita é maior, mas também porque têm velocidades menores.

Na tabela a seguir, estão relacionados os oito planetas do Sistema Solar. Observe que o quociente $\frac{T^2}{R^3}$ é praticamente o mesmo para todos eles.

Tabela 1 - Características das órbitas dos planetas do Sistema Solar

Planeta	Raio médio da órbita (ua)	Período (T, em anos terrestres)	Excentricidade da órbita	Razão $\frac{T^2}{R^3}$
Mercúrio	0,387	0,241	0,206	1,002
Vênus	0,723	0,615	0,007	1,001
Terra	1,000	1,000	0,017	1,000
Marte	1,524	1,881	0,093	1,000
Júpiter	5,203	11,860	0,048	0,999
Saturno	9,539	29,460	0,056	1,000
Urano	19,190	84,010	0,046	0,999
Netuno	30,060	164,800	0,010	1,000

ua. É a representação para a **unidade astronômica**, cujo valor unitário equivale ao raio médio da órbita da Terra ($1,49 \times 10^8$ km).

Dados obtidos em: OLIVEIRA Filho, K. S.; SARAIVA, M. F. O. *Astronomia e astrofísica*. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

É importante lembrar que as leis de Kepler, notadamente a 3ª lei, são aplicadas universalmente, isto é, valem para qualquer sistema de corpos que orbitam gravitacionalmente em torno de uma massa central. Para cada conjunto de corpos (satélites ao redor da Terra, planetas ao redor de uma estrela etc.), há um valor para a constante $\frac{T^2}{R^3}$ que depende da massa do corpo central.

Já sabe responder?

O que é preciso para um astro ser considerado um planeta do Sistema Solar?



Foto de Plutão obtida pela sonda New Horizons, em 2015.

SWRI/JHU/AP/NASA

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 A concepção de Universo de Copérnico obedecia a um modelo heliocêntrico. Apesar de também admitir que o Sol, e não a Terra, estava no centro do Universo, o modelo de Kepler tinha diferenças em relação ao proposto por Copérnico. Cite e explique duas dessas diferenças.

► Resolução

No modelo de Copérnico, as trajetórias dos astros são circulares. Apesar de procurar durante muitos anos fazer coincidir suas observações do movimento dos planetas com traçados circulares, Kepler constatou que as órbitas descreviam elipses de pequena excentricidade. Além disso, Copérnico acreditava que o movimento no céu era circular e uniforme. A 2ª lei de Kepler introduz a ideia de que o planeta executa um movimento variado, ora acelerando, quando mais próximo do Sol, ora retardando, quando mais afastado.

R2 Marte demora aproximadamente 660 dias terrestres para dar uma volta completa ao redor do Sol.

- Desenhe a trajetória de Marte ao redor do Sol assinalando o afélio e o periélio.
- Assinale na trajetória do item **a** o trecho do deslocamento no qual Marte acelera e aquele no qual retarda seu movimento.
- Qual a duração aproximada do ano de Marte em anos terrestres?

► Resolução

Temos a seguinte representação:



- Como a excentricidade da órbita de Marte é aproximadamente 0,09, sua trajetória ao redor do Sol é quase circular.
- Supondo o movimento de Marte no sentido anti-horário, teremos: movimento acelerado: trecho do afélio para o periélio (laranja); movimento retardado: trecho do periélio para o afélio (verde).
- Considerando que 1 ano na Terra tem 365 dias, vem: $660/365 = 1,8$ ano terrestre.

R3 Calcule o período de um satélite artificial da Terra cujo raio da órbita é quatro vezes menor do que o raio da órbita da Lua. Considere o período da Lua ao redor da Terra igual a 28 dias.

► Resolução

A 3ª lei de Kepler pode ser aplicada a qualquer sistema de corpos que gravitam em torno de um corpo central. No caso, a Terra é o corpo central ao redor do qual giram o satélite e a Lua. Assim:

$$\text{Lua: } T_{\text{Lua}} = 28 \text{ dias} \quad \text{Satélite: } T_{\text{satélite}} = ?$$

$$R_{\text{Lua}} \quad R_{\text{satélite}} = \frac{R_{\text{Lua}}}{4}$$

Então:

$$\frac{T_{\text{Lua}}^2}{R_{\text{Lua}}^3} = \frac{T_{\text{satélite}}^2}{R_{\text{satélite}}^3} \Rightarrow \frac{28^2}{R_{\text{Lua}}^3} = \frac{T_{\text{satélite}}^2}{\left(\frac{R_{\text{Lua}}}{4}\right)^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{784}{R_{\text{Lua}}^3} = \frac{T_{\text{satélite}}^2}{\frac{1}{64} R_{\text{Lua}}^3} \Rightarrow T_{\text{satélite}}^2 = 12,25$$

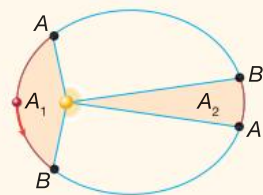
$$\therefore T_{\text{satélite}} = 3,5 \text{ dias}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

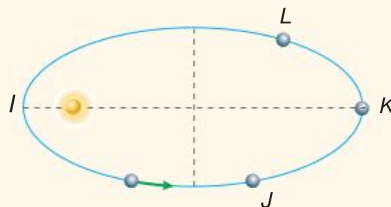
Lembre-se: resolva as questões no caderno.

1 Na figura ao lado, está representada a trajetória de um planeta ao redor do Sol. Ao se deslocar, o segmento imaginário que une o Sol ao planeta percorre as áreas iguais A_1 e A_2 da figura.

- O arco \widehat{AB} é maior do que o arco $\widehat{A'B'}$. Podemos afirmar que os intervalos de tempo para percorrer os arcos seguem a mesma relação? Justifique.
- Identifique na trajetória o ponto em que a velocidade é máxima. Qual é o nome dessa posição?
- Em que trecho da trajetória o planeta mantém movimento com módulo de velocidade crescente?



2 A figura a seguir representa a órbita elíptica de um cometa em torno do Sol.



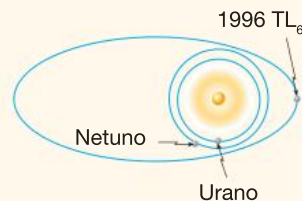
- Ordene as velocidades do cometa em relação aos pontos I, J, K, L .
- Em qual dos pontos, I ou K , o cometa tem maior valor de aceleração centrípeta?

3 Um satélite de telecomunicações está em órbita ao redor da Terra com período T . Uma viagem de uma nave fará a instalação de novos equipamentos nesse satélite, o que duplicará sua massa em relação ao valor original. Considerando que permaneça com a mesma órbita, o que ocorrerá com o valor do seu período?

4 A figura ao lado representa o Sol, três astros celestes e suas respectivas órbitas em torno do Sol: Urano, Netuno e o objeto recentemente descoberto de nome 1996 TL₆₆.

Análise as afirmativas a seguir, verificando se são verdadeiras ou falsas. Justifique sua escolha.

- Essas órbitas são elípticas, e o Sol está em um dos focos dessas elipses.
- Os três astros representados executam movimento uniforme em torno do Sol, cada um com valor de velocidade diferente dos outros.
- Entre todos os astros representados, aquele que gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol é Urano.



5 Um satélite S_1 em órbita circular de raio $2R$ ao redor da Terra demora aproximadamente 2 h para completar uma volta. Se o raio de sua órbita triplicar, o que ocorrerá com o tempo? Será maior ou menor que 2 h? Determine o novo período.

6 A sonda Galileo terminou sua tarefa de capturar imagens do planeta Júpiter quando, em 21 de setembro de 2003, foi lançada em direção ao planeta, depois de orbitá-lo por um intervalo de tempo correspondente a 8 anos terrestres. Considerando que Júpiter está cerca de 5 vezes mais afastado do Sol do que a Terra, determine o número aproximado de voltas que Júpiter completou em torno do Sol nesse intervalo de tempo.

Gravitação universal

ou: Gravidade zero - isso existe mesmo?

Em uma nave espacial em órbita em torno da Terra, a tripulação terá a sensação de ausência de peso, denominada imponderabilidade. Isso não significa que a força gravitacional seja nula, mas que ela é a resultante centrípeta sobre a nave. Assim, não pode haver gravidade zero, já que é a ação do campo gravitacional que garante a circularidade das órbitas. O que ocorre é que, ao caírem todos juntos, os ocupantes não sentirão o efeito do próprio peso, o que caracteriza a imponderabilidade.

1 Introdução



S22

No Suplemento, você encontra orientações para abordar a questão introdutória.

Isaac Newton (1642-1727) sintetizou as ideias de Galileu e de Kepler em uma das mais importantes leis da Física: a lei da gravitação universal, proposição que contribuiu significativamente para a evolução do conhecimento científico.

Newton partiu da hipótese de que algum tipo de força deveria atuar sobre os planetas para mantê-los nas órbitas elípticas descobertas por Kepler, caso contrário, pela lei da inércia, os planetas tenderiam a executar trajetórias retilíneas. Contrariamente ao que se pensava na época, Newton imaginou que tal força não atuaria na direção do movimento e, sim, estaria dirigida para o Sol, portanto, em uma direção perpendicular àquela do movimento do planeta (em nosso estudo, consideraremos as órbitas dos planetas com excentricidade aproximadamente igual a zero, ou seja, circulares). O grande feito de Newton foi perceber que a força de atração entre um planeta e o Sol tem a mesma natureza da força que faz cair a maçã da árvore, da interação entre a Lua e a Terra ou da atração mútua entre você e seu caderno.



MARTIN KORMESSER/ESA/NASA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Figura 1 • Representação artística do Sistema Solar, sem escala e com cores-fantasia.

2 Lei da gravitação universal

Até a época de Newton, pouco se sabia sobre as forças de interação entre os corpos. Acreditava-se que leis diferentes governavam os corpos no céu e na Terra. Por exemplo, considerava-se que a força exercida sobre a Lua, responsável por mantê-la em órbita, não era da mesma natureza que a força que leva ao solo uma maçã que se solta do galho da árvore.

Newton estabeleceu que entre duas massas quaisquer, estejam elas na Terra ou no espaço vazio, sempre haverá uma interação gravitacional.

Dois corpos se atraem com forças gravitacionais que são diretamente proporcionais ao produto de suas massas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância entre eles.

A lei da gravitação universal garante que basta possuir massa para atrair e ser atraído, universalizando, assim, as forças trocadas entre os corpos. Não há mais, depois de Newton, distinção entre as leis que regem os movimentos na Terra e no Cosmo. Uma lei simples e única fornece a explicação para as interações gravitacionais entre todos os corpos do Universo.

Matematicamente, temos:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

em que m_1 e m_2 são as massas dos corpos que interagem, d é a distância entre seus centros de massa e G é uma constante de proporcionalidade, chamada de **constante da gravitação universal**.

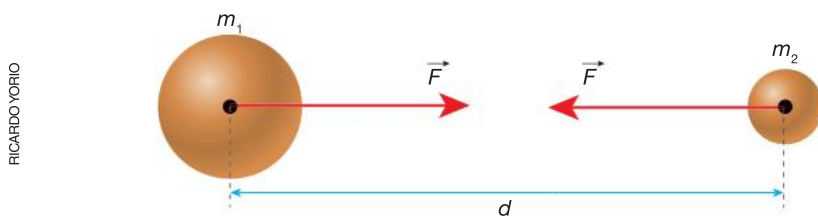


Figura 2 • Por se tratar de um par ação-reação, as forças gravitacionais trocadas entre os corpos de massa m_1 e m_2 têm o mesmo módulo.

O valor de G foi obtido pela primeira vez de maneira precisa em um experimento idealizado pelo físico inglês Henry Cavendish, no século XVIII. Ele construiu uma balança de torção muito sensível que media forças de ínfimos valores. Em suas extremidades, colocou dois pares de corpos que se atraíam a uma distância inicial d . A força de atração gravitacional provocou um deslocamento da massa menor em direção à maior (que estava fixa). Esse deslocamento provocou uma torção no fio. Conhecendo o ângulo de torção, Cavendish determinou a intensidade da força de atração entre as massas e, a partir dessa força, calculou o valor de G .

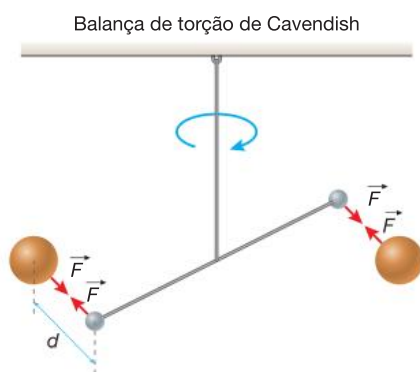


Figura 3 • Esquema da balança de torção de Cavendish, usada para determinar o valor da constante universal G .

Por ser uma constante universal, o valor de G independe do meio onde os corpos estão imersos, ou seja, a intensidade da força de atração gravitacional entre duas massas é a mesma no ar, no vácuo, na água etc. No SI, $G = 6,67 \times 10^{-11} (\text{N} \cdot \text{m}^2)/\text{kg}^2$, um valor baixo, revelando por que a força gravitacional é considerada uma força de pequena intensidade. De fato, se imaginarmos dois corpos de massa 1 kg, afastados 1 m um do outro, e calcularmos a força de atração gravitacional entre eles, teremos como resultado $6,67 \times 10^{-11} \text{ N}$, ou seja, 0,0000000000667 N. Isso explica por que a atração gravitacional entre você e seu caderno é tão baixa, a ponto de você não sentir nada. Explica também por que há uma força considerável entre você e a Terra.

Como a Terra é um corpo de grande massa, a intensidade da força não pode ser desprezada. É essa força de atração gravitacional entre você e a Terra que chamamos de força peso.

Além disso, a força gravitacional diminui com o quadrado da distância, isto é, se a distância entre os corpos aumentar duas vezes, a força diminuirá quatro vezes; se a distância aumentar três vezes, a força diminuirá nove vezes, e assim por diante. Um homem que, na superfície da Terra, é atraído por ela com uma força peso de módulo 800 N terá essa força reduzida para 200 N se sua distância ao centro da Terra dobrar.

ILUSTRAÇÕES: ALEX ARGOZINO E MÁRIO KANNO

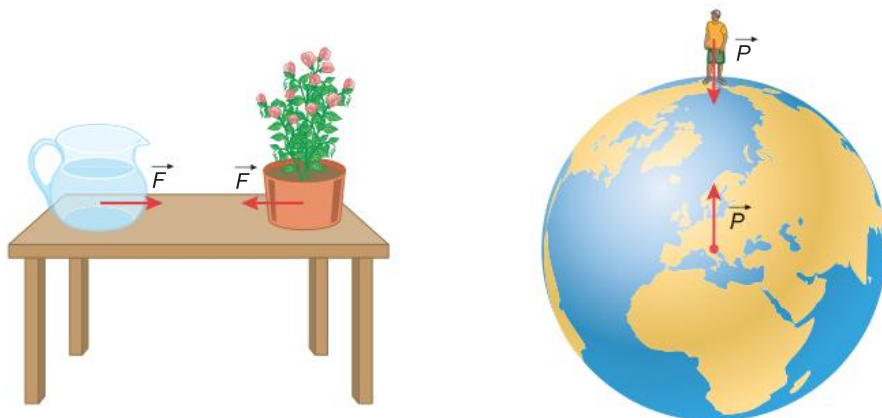


Figura 4 • As forças de atração gravitacional trocadas entre os corpos constituem pares ação-reação.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Sabendo que a massa da Terra e a da Lua são, respectivamente, 6×10^{24} kg e 7×10^{22} kg e que a distância média (centro a centro) entre elas é de 4×10^5 km (4×10^8 m), calcule o módulo aproximado da força de atração gravitacional entre a Terra e a Lua.

(Dado: constante de gravitação universal $G = 6,7 \times 10^{-11}$ (N · m²)/kg²)

► Resolução

O módulo (F) da força de atração gravitacional entre dois corpos de massas m_1 e m_2 , separados por uma distância d , é obtido por:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Então:

$$F = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{6 \times 10^{24} \cdot 7 \times 10^{22}}{(4 \times 10^8)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{42 \times 10^{46}}{16 \times 10^{16}}$$

$$\therefore F \approx 1,8 \times 10^{20} \text{ N}$$

Portanto, a força de atração gravitacional entre a Terra e a Lua é de, aproximadamente $1,8 \times 10^{20}$ N.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1 Calcule o módulo da força de atração gravitacional entre você e seu colega de turma mais próximo. Qual de vocês faz a maior força sobre o outro? Justifique.
- 2 (UPE) Considere a massa do Sol $M_S = 2 \times 10^{30}$ kg, a massa da Terra $M_T = 6 \times 10^{24}$ kg, a distância Terra-Sol (centro a centro) aproximadamente $d_{TS} = 1 \times 10^{11}$ m e a constante de gravitação universal $G = 6,7 \times 10^{-11}$ N · m² · kg⁻². A ordem de grandeza da força de atração gravitacional entre o Sol e a Terra vale em N:
a) 10^{23} b) 10^{32} c) 10^{54} d) 10^{18}

- 3** A massa da Terra é igual $6,0 \times 10^{24}$ kg e o raio da Terra é de, aproximadamente, 6.400 km. Calcule a força gravitacional com que um satélite de 1 tonelada (1.000 kg) é atraído em direção à Terra quando está à altura de 3.600 km da superfície do planeta.

(Dado: constante de gravitação universal $6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$)

- 4** O peso de um corpo é a força com que ele é atraído em direção ao centro do planeta. Sabemos, por exemplo, que uma pessoa de 60 kg de massa tem peso aproximado de 600 N. Aplicando a expressão da lei da gravitação universal, calcule a força com que uma massa de 60 kg, na superfície da Terra, é atraída para o centro do planeta.

Considere, para os cálculos, $M_{\text{Terra}} = 6 \times 10^{24}$ kg, raio da Terra = $6,4 \times 10^6$ m e $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

- 5** A lei da gravitação universal estabelece que os corpos se atraem na relação direta de suas massas. Considere duas massas, M_1 e M_2 , separadas por uma distância d , sendo atraídas por uma força de módulo F . Com base nisso, quais afirmativas são corretas? Justifique.

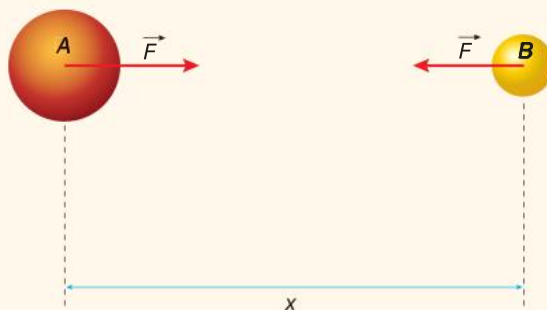
- A força de atração entre uma massa $3M_1$ e outra massa $2M_2$, separadas por uma distância d , tem módulo $5F$.
- Entre duas massas, $\frac{M_1}{2}$ e $\frac{M_2}{2}$, separadas por uma distância d , a força de atração tem módulo $\frac{F}{4}$.
- Se M_1 for igual a $2M_2$, a força que atrairá M_1 terá módulo igual à metade do módulo da força que atrairá M_2 .
- Uma força de módulo $8F$ atrairá uma massa igual a $4M_1$ em direção a outra massa $2M_2$, se a distância entre essas massas for igual a d .
- Dividindo M_1 por 4 e M_2 por 5, mantida a distância d , a força de atração entre as massas terá módulo 20 vezes menor que F .

- 6** Um corpo de massa M_1 é atraído em direção a outro corpo de massa M_2 por uma força de módulo F quando separados por uma distância d .

- Se a distância entre M_1 e M_2 for duplicada, qual será, em função de F , o módulo da força de atração entre essas massas?

- Se M_1 e M_2 forem aproximadas de modo que a distância entre elas se torne igual à terça parte de d , qual será, em função de F , o módulo da força de atração entre elas?

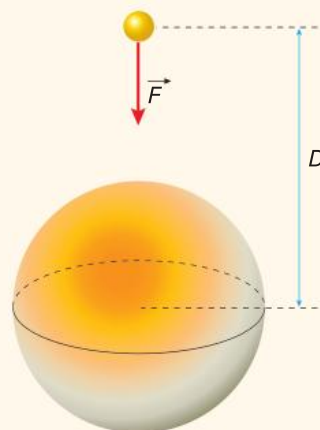
- 7** Observe o esquema que representa a força de atração gravitacional entre dois corpos, A e B, separados por uma distância x .



Se o módulo da força, nessa representação, for igual a F , qual será, em função de F , o módulo da força de atração entre dois corpos:

- de mesmas massas de A e de B, respectivamente, separados por uma distância $10x$?
- separados por uma distância $4x$, tendo um deles o dobro da massa de A e o outro o triplo da massa de B?

- 8** O esquema mostra um corpo que é atraído para um planeta com uma certa força de módulo F . Note que a distância entre o corpo e o centro do planeta é indicada por D .



- Qual é o módulo da força gravitacional com que o corpo atrai o planeta?
- Se afastarmos o corpo do planeta de modo que ele fique a uma distância $3D$ do centro do planeta, qual será o módulo da força gravitacional com que o planeta o atrairá?

3 Campo gravitacional

No Suplemento, sugerimos algumas questões que problematizam o assunto do item e podem facilitar a compreensão dos alunos.

Não é preciso haver contato entre um rapaz e uma moça para que eles sejam atraídos gravitacionalmente um para o outro. Isso também ocorre com as forças trocadas entre a Terra e um satélite ou entre Mercúrio e o Sol. Para a Mecânica Clássica, todo corpo, por possuir massa, tem a propriedade de modificar o espaço ao seu redor, criando o que denominamos **campo gravitacional**. Esse campo tem limites indefinidos e se caracteriza por ser atrativo. Sua existência é comprovada pela força de atração que exerce sobre outro corpo imerso na região do campo. Em outras palavras, dizemos que a Terra, por ser um corpo de grande massa, modifica as propriedades do espaço ao seu redor, criando nessa região de limites indefinidos um campo gravitacional. Os efeitos da ação do campo são percebidos por meio de uma força que atua em uma massa qualquer presente nesse campo (fig. 5).

Pensemos na Lua. Quando ela interage com o campo gravitacional da Terra, ocorre a força de atração gravitacional que a Terra exerce na Lua. A ação do campo gravitacional da Terra sobre a Lua tem o efeito de mantê-la em órbita, pois, por inércia, nosso satélite natural deveria seguir em linha reta pelo espaço. No entanto, a Lua também cria um campo gravitacional, cuja interação com a Terra é responsável pela força gravitacional que a Lua exerce na Terra. O efeito da ação do campo gravitacional da Lua sobre a Terra é notado, por exemplo, no fenômeno das marés.

A grandeza física que representa o campo gravitacional em um ponto do espaço é o vetor aceleração da gravidade (\vec{g}). A intensidade do campo gravitacional pode ser calculada considerando que o corpo gerador do campo tenha massa M e raio R . Supondo que um corpo de massa m seja colocado a uma distância h da superfície, ele ficará sujeito a uma força de atração gravitacional equivalente ao seu peso (fig. 6). Logo, teremos:

$$F = P \Rightarrow \frac{M \cdot m}{d^2} \cdot G = m \cdot g$$

Como $d = R + h$, vem:

$$g = \frac{M}{(R + h)^2} \cdot G$$

Observe que o valor do campo não depende da massa do corpo que recebe sua ação, mas, sim, da massa do corpo que o gera. No estudo da queda dos corpos, supusemos que isso fosse assim. Não é o valor da massa do objeto em queda que determina como será a queda, uma vez que a aceleração da gravidade é considerada constante. Agora entendemos por quê. Se quisermos calcular o valor do campo na superfície ou se a distância h for muito pequena, teremos $d = R$ e, portanto:

$$g = \frac{M}{R^2} \cdot G$$

Assim, a intensidade do campo gravitacional em um ponto na superfície da Terra pode ser calculada considerando:

$$M_{\text{Terra}} = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}, R_{\text{médio}} = 6,37 \times 10^6 \text{ m e } G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$\text{Então: } g = \frac{6 \times 10^{24} \cdot 6,67 \times 10^{-11}}{(6,37 \times 10^6)^2} \therefore g \approx 9,86 \text{ m/s}^2$$

Esse valor confirma as suposições feitas no estudo da queda livre.

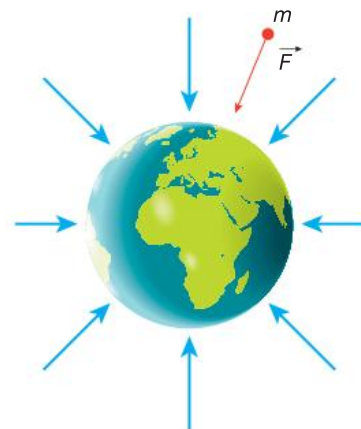


Figura 5 • As linhas de força (ou de campo) da figura representam o campo gravitacional da Terra. Quando uma massa m está imersa no campo, interage com ele com uma força \vec{F} atrativa.

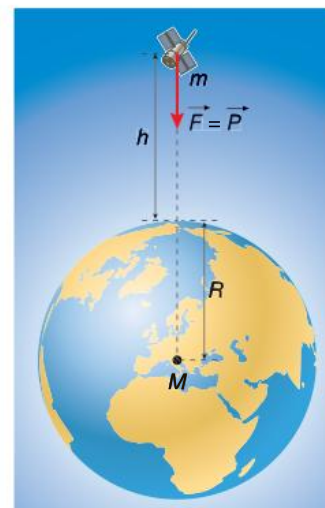


Figura 6 • Sobre a sonda espacial atua a força de atração gravitacional da Terra, que é equivalente ao seu peso.

ILUSTRAÇÕES: ALEX ARGOZINO E MÁRIO KANNO
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R2** A massa do Sol é aproximadamente 300.000 vezes maior que a massa da Terra, e seu raio vale cerca de 100 raios terrestres. Qual é o valor aproximado da aceleração de queda de um corpo na superfície do Sol? (Dado: $g_{\text{Terra}} = 10 \text{ m/s}^2$)

► Resolução

Sabemos que:

$$g_{\text{Terra}} = \frac{M_{\text{Terra}}}{(R_{\text{Terra}})^2} \cdot G \quad \text{e} \quad g_{\text{Sol}} = \frac{M_{\text{Sol}}}{(R_{\text{Sol}})^2} \cdot G$$

Então:

$$g_{\text{Sol}} = \frac{300.000 M_{\text{Terra}}}{(100 R_{\text{Terra}})^2} \cdot G \Rightarrow g_{\text{Sol}} = 30 \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{(R_{\text{Terra}})^2} \cdot G \Rightarrow$$

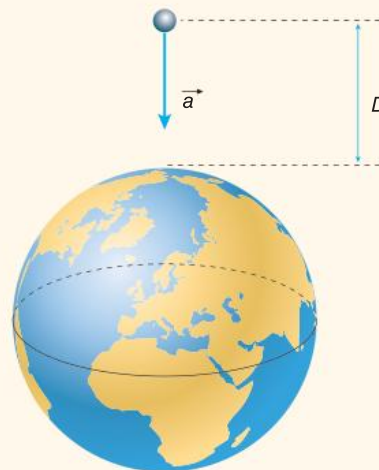
$$\Rightarrow g_{\text{Sol}} = 30 \cdot g_{\text{Terra}} \quad \therefore \quad g_{\text{Sol}} = 300 \text{ m/s}^2$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 9** Um corpo próximo à superfície da Terra cai acelerando a , aproximadamente, 10 m/s^2 . Imagine que esse corpo será carregado por um foguete até certa altura e lá abandonado. Isso feito, o corpo cairá em direção à Terra, acelerando. Qual será o valor da aceleração do corpo se sua distância do centro da Terra for igual:
- ao triplo do raio da Terra?
 - a cinco vezes a medida do raio da Terra?
- 10** Supondo a existência de um planeta X com o dobro da massa e o dobro do raio da Terra, qual seria, nesse caso, a aceleração da gravidade na superfície de X?
- 11** (EsPCEX) O campo gravitacional da Terra, em determinado ponto do espaço, imprime a um objeto de massa de 1 kg a aceleração de 5 m/s^2 . A aceleração que esse campo imprime a um outro objeto de massa de 3 kg , nesse mesmo ponto, é de:
- $0,6 \text{ m/s}^2$
 - $1,0 \text{ m/s}^2$
 - $3,0 \text{ m/s}^2$
 - $5,0 \text{ m/s}^2$
 - 15 m/s^2
- 12** (UFTM-MG) No sistema solar, Netuno é o planeta mais distante do Sol e, apesar de ter um raio 4 vezes maior e uma massa 18 vezes maior do que a Terra, não é visível a olho nu. Considerando a Terra e Netuno esféricos e sabendo que a aceleração da gravidade na superfície da Terra vale 10 m/s^2 , pode-se afirmar que a intensidade da aceleração da gravidade criada por Netuno em sua superfície é, em m/s^2 , aproximadamente:
- 9
 - 11
 - 22
 - 36
 - 45

- 13** Na representação, um corpo está caindo em direção à Terra com aceleração \vec{a} de módulo 5 m/s^2 . A distância D é maior que a medida do raio da Terra? Por quê?



- 14** Quando os astronautas estadunidenses estiveram na Lua, em julho de 1969, puderam comprovar que a aceleração da gravidade na superfície do satélite é bem menor que aquela que um corpo sofre nas proximidades da superfície da Terra. Os astronautas filmaram corpos sendo soltos e os pulos que davam com mais facilidade do que se estivessem na Terra, apesar das pesadas roupas que usavam. Sabendo que a massa da Lua é cerca de 81 vezes menor que a da Terra e que seu raio é aproximadamente 3,7 vezes menor do que o raio terrestre, calcule o valor da aceleração da gravidade na superfície lunar.

4 Corpos em órbita

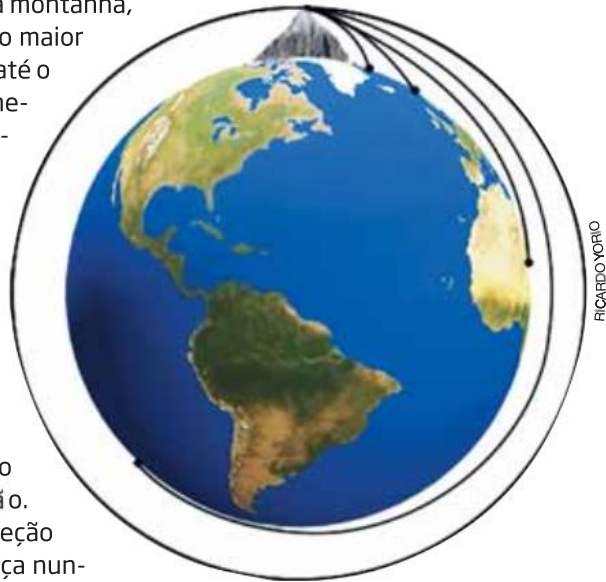
Os dados coletados por satélites artificiais em órbita ao redor da Terra tornaram-se fundamentais para a sociedade, por exemplo: na previsão do tempo, nas comunicações telefônicas, no envio e recebimento de sinais de TV, nas navegações aérea, marítima e terrestre, na identificação de devastações ambientais, na agricultura, no apoio a levantamentos de solos. Enfim, com os satélites, temos à nossa disposição uma infinidade de informações. No entanto, para colocá-los em órbita, algumas condições devem ser satisfeitas. A primeira delas diz respeito à altitude. Em relação à superfície, ele deve estar a mais de 200 km de distância. Nessa altura, praticamente não há mais o efeito do ar, que atuaria como força de resistência e, portanto, desaceleraria o satélite. Uma vez livre do ar, resta determinar as condições para que ele se mantenha em órbita.

Newton pensou que, se a Lua girava ao redor da Terra, outros corpos também poderiam fazê-lo. Ele supôs uma montanha cujo topo estivesse acima da atmosfera. Imaginou que, se atirasse uma pedra horizontalmente do alto da montanha, ela descreveria uma trajetória curva até chegar ao chão. Quanto maior fosse a velocidade, maior seria a distância horizontal percorrida até o solo. Se a pedra fosse lançada com velocidade suficiente, nem menor nem maior, a trajetória se tornaria um círculo e a pedra circularia a Terra indefinidamente (fig. 7). Em outras palavras, a pedra estaria em órbita e "cairia eternamente" em direção à Terra.

As pedras, os satélites, a Lua, ou seja, os corpos em geral, tendem, por inércia, ao movimento retilíneo e, portanto, têm velocidades tangentes à trajetória. Isso garante um movimento ao redor da Terra e não em direção ao seu centro. Ao mesmo tempo, esses corpos são atraídos por ela. Se não possuíssem velocidade, eles se chocariam com nosso planeta. Sobre isso, é importante perceber que, ao considerar as órbitas circulares, admitimos que a força de atração da Terra não altera o módulo do vetor velocidade, que se mantém o mesmo, mas altera sua direção. Ou seja, o corpo em órbita circular se mantém sempre numa direção perpendicular à força da gravidade que atua sobre ele. Essa força nunca poderá ser nula. Se assim fosse, o satélite sairia vagando pelo espaço em movimento retilíneo uniforme. A presença dessas duas grandezas – a velocidade tangencial constante do satélite e a força de atração gravitacional da Terra – caracteriza o movimento do satélite como um tipo muito especial de queda livre. Os satélites, as sondas espaciais, as estações orbitais e tudo o que estiver em seu interior "caem" em direção à Terra com a aceleração da gravidade (\vec{g}) característica da órbita, que jamais será nula (fig. 8A e 8B).

EXPLORE EM HISTÓRIA

O lançamento do satélite russo Sputnik, em 1957, foi um dos marcos da chamada corrida espacial e da Guerra Fria, período marcado pela tensão político-militar entre a então URSS e os EUA. Outro fato marcante desse período foi a "crise dos mísseis". O que foi essa crise?



RICARDO YORIO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Figura 7 • Desenho baseado em esquema feito por Newton. Do alto da montanha, são lançados diversos corpos até que a denominada velocidade de escape é atingida. Nesse caso, a órbita é rasante, isto é, o raio da órbita é aproximadamente igual ao raio da Terra, e o valor da velocidade é 8 km/s ou 28.800 km/h. (Figura fora de escala.)

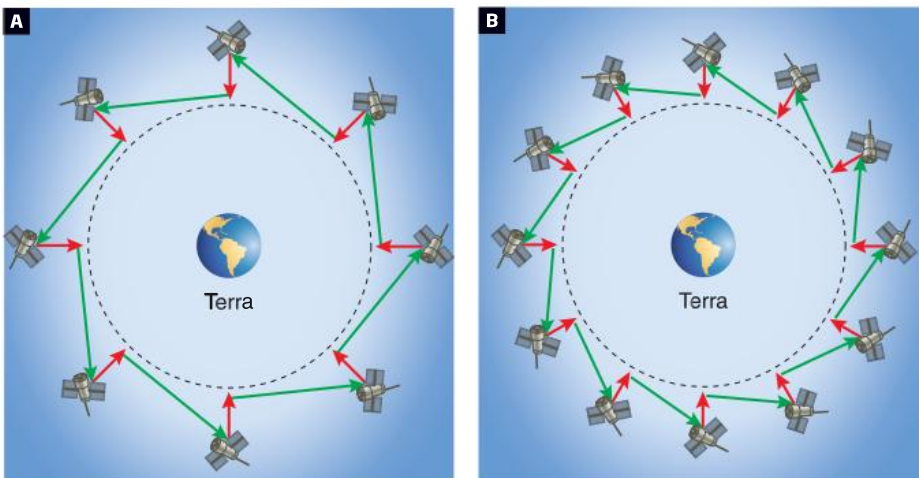


Figura 8 • (A) O corpo em órbita "cai" em direção à Terra com aceleração \vec{g} . (B) Como esse movimento é contínuo, ou seja, o satélite "cai" e avança, a trajetória passa a ser circular.

A força de atração gravitacional sobre o satélite é de natureza centrípeta. Em uma órbita circular, é a força resultante sobre o satélite. Assim, para um corpo de massa m , em uma órbita circular de raio R , podemos calcular qual deverá ser a velocidade orbital, supondo M a massa central.

$$R_{cp} = F \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Note que a velocidade não depende da massa do corpo que está em órbita, mas da distância até o centro do gerador do campo e da massa desse gerador. Assim, cada órbita circular terá uma velocidade característica. Inúmeros satélites com períodos iguais orbitam numa mesma distância da Terra com velocidades idênticas.

5 Imponderabilidade

Imagine um astronauta no interior de uma nave espacial em órbita ao redor da Terra. Vimos que tanto a nave quanto o astronauta, assim como tudo o que está no interior da nave, estarão em constante “queda livre” em direção à Terra. É esse movimento contínuo que provoca a perda de contato entre os pés do astronauta e o chão da nave. O astronauta em órbita tem a mesma sensação que teria se estivesse no interior de um elevador ou de um avião em queda livre. É por isso que ele se sente flutuar. A imponderabilidade é um estado no qual não é possível medir o peso dos objetos porque eles não são sustentados por nada, ainda que sofram atração gravitacional.

EXPLORE EM ARTE

Com seus colegas de grupo, assista ao filme *Gravidade* (Produção: EUA; Reino Unido, 2013. Direção: Alfonso Cuarón. Duração: 90 min) e discuta se as cenas que envolvem a mobilidade dos astronautas no espaço entre as naves espaciais estão de acordo com o que você aprendeu neste capítulo.



Figura 9 • Em uma nave espacial em órbita em torno da Terra, os ocupantes têm a sensação de ausência de peso, denominada **imponderabilidade**. Na foto, a astronauta estadunidense Karen Nyberg flutua durante missão na Estação Espacial Internacional, em 2013.

Durante o treinamento para os voos espaciais, os astronautas se submetem a condições semelhantes às que viverão em órbita, ou seja, situações de imponderabilidade na maior parte do tempo. Nesse caso, a sensação de ausência de peso é simulada em um avião especialmente preparado para isso – seu interior é inteiramente revestido por material amortecedor de impacto, e os tripulantes não veem o exterior.

Enquanto o avião desce, numa trajetória que simula a queda livre, os tripulantes se sentem sem peso (é a sensação de “gravidade zero”). Essa sensação dura aproximadamente 30 s.

S25

No *Suplemento*, sugerimos uma reportagem sobre choque de satélites que pode tornar mais interessante a discussão sobre esses objetos.

Já sabe responder?

Gravidade zero - isso existe mesmo?

ESA/NASA

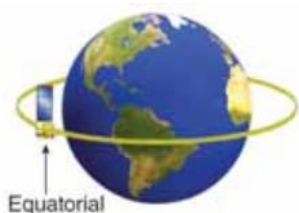


Grupo de astronautas durante missão na ISS, em 2015.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R3 Os satélites de telecomunicações são **geoestacionários** ou **geossíncronos**, isto é, estão “parados” em relação a um observador na Terra. Suas órbitas são equatoriais e seu período coincide com o intervalo de tempo que a Terra demora para dar uma volta em torno do seu eixo, ou seja, aproximadamente 24 h. São eles que garantem transmissões de TV ao vivo. O sinal de TV de uma transmissora na Terra é recebido por satélites, que o amplificam e retransmitem para uma estação captadora situada nas proximidades do local onde o programa será assistido. Com base nessas informações, calcule a que altitude em relação à superfície da Terra deve orbitar um satélite para ser considerado geoestacionário.

RICARDO YORIO



Considere:

$$M_{\text{Terra}} = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}; G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2;$$

$$R_{\text{Terra}} = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$$

► Resolução

Para ser considerado geoestacionário, o satélite deve ter período igual a 24 h, ou seja, $T = 86.400 \text{ s}$. Assim, teremos:

$$v = \sqrt{\frac{M \cdot G}{R}}. \text{ Como } v = \frac{2\pi R}{T}, \text{ então:}$$

$$\sqrt{\frac{6,0 \cdot 10^{24} \cdot 6,7 \cdot 10^{-11}}{R}} = \frac{2\pi R}{86.400} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4,02 \cdot 10^{14}}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{7,46 \cdot 10^9}$$

Considerando $\pi = 3,14$, temos:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10^{24}}{39,43}} \therefore R \approx 42,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Logo, a altitude será:

$$h \approx 42,4 \cdot 10^6 \text{ m} - 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h \approx 36 \cdot 10^6 \text{ m} = 36.000 \text{ km}$$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

Texto e dados para as questões de 15 a 18.

Onde está localizada a Estação Espacial Internacional (ISS)?

A ISS orbita em torno da Terra a uma distância de aproximadamente 400 km. Embora pareça longe, ela pode ser vista a olho nu da Terra em noites de céu limpo. Quando visível,

a ISS parece uma estrela cadente a mover-se no céu. O melhor momento para observá-la é logo depois do pôr do sol ou um pouco antes do alvorecer. Nessas ocasiões, nós, observadores, estamos na sombra da Terra e está escuro à nossa volta, enquanto a ISS, sobrevoando-nos a grande altitude, está ainda iluminada pelo Sol.

Embora a ISS siga sempre a mesma órbita à volta da Terra, a Estação Espacial nem sempre passa pelos mesmos pontos todas as vezes. Isso ocorre porque a Terra também gira em torno do seu próprio eixo, completando uma volta a cada 24 horas. Sempre que a ISS atinge o mesmo ponto na sua órbita, a Terra girou, posicionando-se em outro local sob a Estação Espacial.

Fonte: <<http://esamultimedia.esa.int/docs/issedukit/pt/html/t0106r1.html>>. Acesso em: 9 out. 2015.

Utilize os seguintes valores em seus cálculos:

$$M_{\text{Terra}} = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Terra}} = 6,2 \times 10^6 \text{ m}$$

Período de rotação da Terra em torno de seu eixo: $T = 24 \text{ h}$

$$m_{\text{ISS}} = 400 \text{ t}$$

altitude média da ISS = 400 km

$$G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$\pi = 3$$

- 15** Qual é a velocidade orbital da ISS? Dê o resultado em km/h.
- 16** Calcule o período de translação da ISS. Dê a resposta em minutos.
- 17** Quantas voltas ela dá ao redor da Terra por dia?
- 18** Em 2006, o astronauta brasileiro Marcos Pontes participou de uma missão a bordo da Estação Espacial Internacional com outros astronautas. Assim como ocorreu em outras missões, várias fotos nos meios de comunicação mostravam objetos e astronautas “flutuando” no interior da estação.

Sobre as viagens espaciais, responda às questões a seguir.

- a) Calcule em m/s^2 o valor do campo gravitacional \vec{g} que atua sobre a ISS quando em órbita a 350 km de altitude.
- b) Explique por que os astronautas flutuam no interior da estação orbital, apesar de o módulo de \vec{g} calculado no item **a** não ser nulo.
- c) Explique por que a ISS não é capaz de criar um campo gravitacional suficientemente forte para prender os astronautas em sua superfície.

Considere a seguinte reportagem fictícia para as questões de 19 a 25.

NAVE TERRESTRE ATERRISSA EM MARTE SEM PROBLEMAS



JPL/CALTECH/NASA

Imagem do planeta Marte feita pelo telescópio Hubble.

A nave terrestre de massa $4 \times 10^4 \text{ kg}$ aterrisou na superfície marciana após cansativa viagem. Seus tripulantes, apesar de treinados, sentiram, já nas primeiras caminhadas no solo, o efeito de uma aceleração da gravidade de aproximadamente 4 m/s^2 . Constatam, do diário de bordo da nave, duas tentativas de pouso: uma que foi anotada como tempo zero e outra um período mais tarde. Durante esse tempo, a nave esteve numa órbita cujo raio médio foi de $4 \times 10^6 \text{ m}$.

Fonte: *Folha Planetária*, 11 abr. 2020.

Dados: massa de Marte = $6 \times 10^{23} \text{ kg}$; constante da gravidade universal = $6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$. (Adote $\pi = 3$)

- 19** Qual é a velocidade média de translação da nave ao redor de Marte?
- 20** Qual é o período de translação da nave ao redor de Marte? Dê a resposta em horas.
- 21** Qual é o valor da aceleração da gravidade nessa órbita?
- 22** Qual é o peso da nave:
 - a) na superfície de Marte?
 - b) em órbita?
- 23** Um astronauta, quando estava em órbita, usou um dinamômetro para pesar um objeto de massa 500 g. Qual valor ele obteve? Explique.
- 24** Qual seria a velocidade orbital da nave:
 - a) se sua massa duplicasse?
 - b) se a massa de Marte quadruplicasse?
- 25** Explique por que a nave pode desligar os motores quando está em órbita.

Como diferentes tipos de superfícies influenciam a força de atrito

Você já observou que entrar correndo na cozinha de sua casa pode não ser uma boa ideia? Geralmente o piso da cozinha é mais liso que o piso da sala ou dos quartos. Além disso, muitas vezes, o chão da cozinha pode estar molhado porque alguém derrubou água ou derramou óleo quando estava cozinhando. Esses dois acidentes, comuns na cozinha, tornam o chão ainda mais liso. Entrar correndo pode provocar uma queda com sérias consequências por causa do chão escorregadio. O mesmo cuidado deve ser tomado no banheiro, onde o piso também é bastante liso e geralmente está molhado.

Ao longo desta unidade, vimos que o tipo de superfície é fundamental para evitar esses acidentes. Como já sabemos, superfícies emborrachadas aumentam muito a força de atrito entre os sapatos e o piso, tornando os ambientes mais seguros.

Sabemos que a força de atrito depende da reação normal da superfície de apoio e do tipo de superfícies que estão em contato, o que caracteriza diferentes coeficientes de atrito. Nesta atividade, você e um colega vão realizar um experimento para comprovar a influência do tipo de superfície na força de atrito.

Materiais

- Uma folha de cartolina, fita adesiva, uma caixa de madeira, uma folha de lixa, um elástico, uma tachinha e uma régua.

Procedimento

- 1 Recorte pedaços iguais da cartolina e da folha de lixa, de modo que a caixa de madeira fique totalmente apoiada em cada uma dessas superfícies.
- 2 Meça o tamanho do elástico sem esticá-lo. Anote o valor no caderno.
- 3 Prenda o elástico na caixa de madeira com a tachinha para que você possa puxá-la.
- 4 Prenda os pedaços de cartolina e de lixa com a fita adesiva em uma mesa lisa.
- 5 Com a caixa de madeira sobre a cartolina, puxe o elástico até que a caixa esteja prestes a en-

trar em movimento. Nesse momento, meça o tamanho do elástico. Repita a ação cinco vezes e anote os valores das medidas em uma tabela. Calcule a média desses valores. Com esse valor médio, determine a deformação média sofrida pelo elástico.

- 6 Repita o procedimento anterior, agora com a caixa sobre a folha de lixa.

- 7 Você pode repetir a experiência despejando um pouco de óleo de cozinha sobre a folha de lixa. Verifique se houve mudança na deformação provocada no elástico.

Questões

- 1 No momento em que a caixa estava prestes a entrar em movimento, quais eram as forças que nela atuavam? Qual é o valor da resultante? A caixa estava em equilíbrio? Por quê?
- 2 Considerando essas forças, é possível comparar o coeficiente de atrito estático máximo entre a madeira e a cartolina e o coeficiente de atrito estático máximo entre a madeira e a lixa? Justifique sua resposta.
- 3 Se for possível fazer essa comparação, qual é a relação entre os coeficientes de atrito estático máximo nos dois casos?
- 4 Compare os coeficientes de atrito estático máximo para a folha de lixa seca e com óleo. Eles são iguais?

S26

O Suplemento traz comentários sobre esta atividade e indica um texto sobre o assunto.

S27

O Suplemento apresenta outra atividade experimental que pode ser indicada para os alunos.

RICARDO SIWIEC



... nem a luz escapa de um buraco negro?

Muitas pessoas já devem ter escutado dizer que nem mesmo a luz consegue escapar da atração gravitacional de um buraco negro. Se você não é uma delas, pergunte a algum amigo ou conhecido. É provável que você encontre alguém que já tenha ouvido falar sobre esses objetos exóticos que povoam o Universo e sua capacidade de capturar a luz. Mas essa característica pode provocar algumas questões, por exemplo: Como ela, a luz, com a altíssima velocidade de 300.000 km/s, não consegue fugir da atração desses objetos? E o que é, afinal de contas, um buraco negro?

Por incrível que pareça, o conceito de buraco negro não é recente, nem tão complicado. Em 1795, o matemático francês Pierre Simon Laplace, utilizando a teoria da gravitação universal de Newton, previu a existência desses objetos. Nesta atividade, você e seu grupo são convidados a discutir algumas questões sobre o conceito de buraco negro e entender como ele não deixa escapar algo tão veloz como a luz.



Foto de buraco negro obtida pelo Observatório Espacial Herschel, em 2015. Cores-fantasia.

Questões para discussão em grupo

- 1 Pergunte a amigos e familiares se já ouviram falar que nem a luz escapa de um buraco negro e o que é, na opinião deles, esse corpo celeste. Anote as opiniões para análise e posterior comparação.
- 2 Pesquise o conceito de buraco negro e o de velocidade de escape de um planeta ou estrela. Por que o buraco negro recebe esse nome?
- 3 Pesquise os valores da velocidade de escape, da massa e do raio do Sol e dos quatro planetas a seguir: Mercúrio, Terra, Júpiter e Saturno. Construa uma tabela com esses valores. O que você pode concluir a respeito da atração gravitacional desses astros em relação a essas três grandezas?
- 4 Investigue o tamanho de um buraco negro. Os valores encontrados estão de acordo com as conclusões obtidas na questão anterior?
- 5 Em 2008, entrou em operação o Large Hadron Collider ou Grande Colisor de Hádrons (LHC), que é o maior acelerador de partículas já construído. Nesse acelerador, feixes de partículas são acelerados a velocidades muito próximas à da luz e, então, postos a colidir com o objetivo de investigar os componentes fundamentais da matéria. Na época em que o LHC foi posto a funcionar, cogitou-se a possibilidade de que as colisões poderiam gerar buracos negros minúsculos. Pela resposta da questão anterior, como você explicaria a criação desses miniburacos negros?
- 6 Se o buraco negro não emite luz, como os cientistas conseguem detectar sua presença?

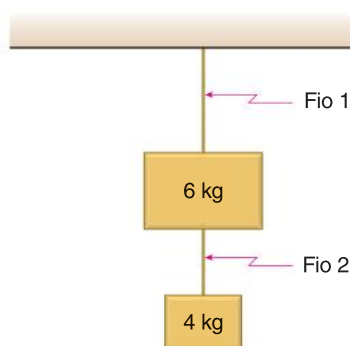
- 1 (Uema) Um estudante analisou uma criança brincando em um escorregador, o qual tem uma leve inclinação. A velocidade foi constante em determinado trecho do escorregador em razão de o(a):
- aceleração ter sido maior que zero;
 - atrito estático ter sido igual a zero;
 - atrito estático ter sido menor que o atrito cinético;
 - atrito estático ter sido igual ao atrito cinético;
 - aceleração ter sido igual a zero.

- 2 (Udesc) Com relação às leis de Newton, analise as proposições.

- Quando um corpo exerce força sobre o outro, este reage sobre o primeiro com uma força de mesma intensidade, mesma direção e mesmo sentido.
- A resultante das forças que atuam em um corpo de massa m é proporcional à aceleração que este corpo adquire.
- Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que uma força resultante, agindo sobre ele, altere a sua velocidade.
- A intensidade, a direção e o sentido da força resultante agindo em um corpo é igual à intensidade, à direção e ao sentido da aceleração que este corpo adquire.

A alternativa **correta** é:

- Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
 - Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
 - Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
 - Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
 - Todas as afirmativas são verdadeiras.
- 3 (IFSul-RS) O sistema abaixo está em equilíbrio.



A razão $\frac{T_1}{T_2}$ entre as intensidades das trações nos fios ideais 1 e 2 vale:

- $\frac{2}{5}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{3}{2}$
- $\frac{5}{2}$

- 4 (PUC-RJ) Um carro, deslocando-se em uma pista horizontal à velocidade de 72 km/h, freia bruscamente e trava por completo suas rodas. Nessa condição, o coeficiente de atrito das rodas com o solo é 0,8. A que distância do ponto inicial de frenagem o carro para por completo?

(Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- 13 m
- 25 m
- 50 m
- 100 m
- 225 m

- 5 (UPE) A figura a seguir representa um ventilador fixado em um pequeno barco, em águas calmas de um certo lago. A vela se encontra em uma posição fixa e todo o vento soprado pelo ventilador atinge a vela.

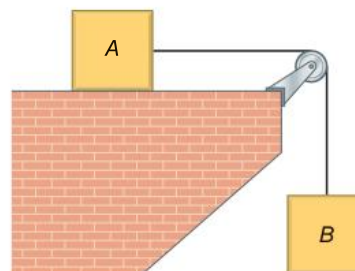


Nesse contexto e com base nas leis de Newton, é **correto** afirmar que o funcionamento do ventilador:

- aumenta a velocidade do barco;
- diminui a velocidade do barco;
- provoca a parada do barco;
- não altera o movimento do barco;
- produz um movimento circular do barco.

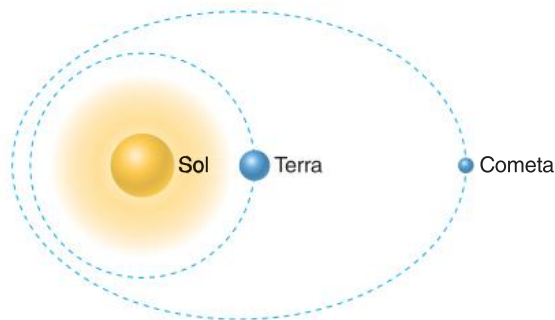
- 6 (IFCE) Na figura abaixo, o fio inextensível que une os corpos A e B e a polia têm massas desprezíveis. As massas dos corpos são $m_A = 4,0 \text{ kg}$ e $m_B = 6,0 \text{ kg}$. Desprezando-se o atrito entre o corpo A e a superfície, a aceleração do conjunto, em m/s^2 , é de:

(Considere a aceleração da gravidade $10,0 \text{ m/s}^2$)



- 4,0
- 6,0
- 8,0
- 10,0
- 12,0

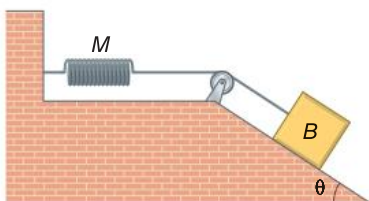
- 7 (UFSM-RS) Os avanços nas técnicas observacionais têm permitido aos astrônomos rastrear um número crescente de objetos celestes que orbitam o Sol. A figura mostra, em escala arbitrária, as órbitas da Terra e de um cometa (os tamanhos dos corpos não estão em escala). Com base na figura, analise as afirmações:



- I. Dada a grande diferença entre as massas do Sol e do cometa, a atração gravitacional exercida pelo cometa sobre o Sol é muito menor que a atração exercida pelo Sol sobre o cometa.
- II. O módulo da velocidade do cometa é constante em todos os pontos da órbita.
- III. O período de translação do cometa é maior que um ano terrestre.

Está(ão) correta(s):

- a) apenas I.
 - b) apenas III.
 - c) apenas I e II.
 - d) apenas II e III.
 - e) I, II e III.
- 8 (Mackenzie-SP) Na figura abaixo, a mola M , os fios e a polia possuem inércia desprezível e o coeficiente de atrito estático entre o bloco B , de massa $2,80 \text{ kg}$, e o plano inclinado é $\mu = 0,50$.

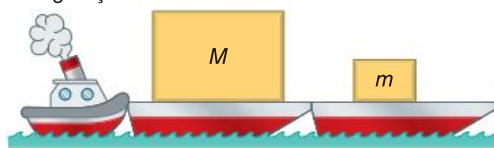


O sistema ilustrado se encontra em equilíbrio e representa o instante em que o bloco B está na iminência de entrar em movimento descendente. Sabendo-se que a constante elástica da mola é $k = 350 \text{ N/m}$ nesse instante, a distensão da mola M em relação ao seu comprimento natural é de:

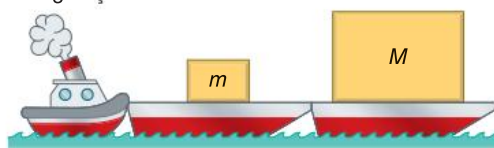
- (Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\sin \theta = 0,80$ e $\cos \theta = 0,60$)
- a) $0,40 \text{ cm}$
 - b) $0,20 \text{ cm}$
 - c) $1,3 \text{ cm}$
 - d) $2,0 \text{ cm}$
 - e) $4,0 \text{ cm}$

- 9 (UFPA) Na Amazônia, devido ao seu enorme potencial hídrico, o transporte de grandes cargas é realizado por balsas que são empurradas por rebocadores potentes. Suponha que se quer transportar duas balsas carregadas, uma maior de massa M e outra menor de massa m ($m < M$), que devem ser empurradas juntas por um mesmo rebocador, e considere a figura abaixo que mostra duas configurações (A e B) possíveis para este transporte. Na configuração A , o rebocador exerce sobre a balsa uma força de intensidade F_a , e a intensidade das forças exercidas mutuamente entre as balsas é f_a . Analogamente, na configuração B , o rebocador exerce sobre a balsa uma força de intensidade F_b , e a intensidade das forças exercidas mutuamente entre as balsas é f_b .

Configuração A

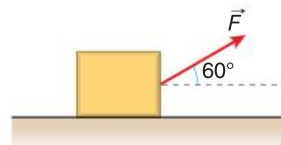


Configuração B



Considerando uma aceleração constante imposta pelo rebocador e desconsiderando quaisquer outras forças, é correto afirmar que:

- a) $F_a = F_b$ e $f_a = f_b$
 - b) $F_a > F_b$ e $f_a = f_b$
 - c) $F_a < F_b$ e $f_a > f_b$
 - d) $F_a = F_b$ e $f_a < f_b$
 - e) $F_a = F_b$ e $f_a > f_b$
- 10 (UPE) Suponha um bloco de massa $m = 2 \text{ kg}$ inicialmente em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Uma força $F = 16 \text{ N}$ é aplicada sobre o bloco, conforme mostra a figura a seguir.



Qual é a intensidade da reação normal do plano de apoio e a aceleração do bloco, respectivamente, sabendo-se que $\sin 60^\circ = 0,85$, $\cos 60^\circ = 0,50$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$?

- a) $6,4 \text{ N}$ e 4 m/s^2
- b) $13,6 \text{ N}$ e 4 m/s^2
- c) $20,0 \text{ N}$ e 8 m/s^2
- d) $16,0 \text{ N}$ e 8 m/s^2
- e) $8,00 \text{ N}$ e 8 m/s^2

UNIDADE

4

Sólidos e fluidos em equilíbrio estático

Para começo de conversa

Por que o Mar Morto, no Oriente Médio, é conhecido como o mar onde ninguém afunda?



S1

Professor, consulte o *Suplemento* para obter orientações sobre a questão introdutória, os objetivos desta unidade e a proposta de abordagem inicial dos conteúdos.

No Mar Morto, a quantidade de sal na água é suficiente para fazer uma pessoa boiar sem grande esforço, pois a densidade de suas águas é muito maior que a do corpo da pessoa. Ele tem quase 300 g de sais por litro de água, enquanto os oceanos têm, em média, 35 g.

Atletas espanholas do nado sincronizado.

Ar e água – força e suavidade superam esses elementos e dão graça ao esporte

Nado sincronizado, saltos ornamentais e polo aquático são alguns dos esportes em que o atleta compete, de certa forma, contra a gravidade, a água e o ar.

No salto sobre o cavalo no solo, nas barras ou nas argolas, um ginasta demonstra toda sua habilidade, força e equilíbrio.

Equilíbrio, aliás, é o principal tema desta unidade; equilíbrio no ar, na água e em outros líquidos e gases; equilíbrio estático e equilíbrio dinâmico.

AL BELLO/GETTY IMAGES

Capítulos

- 14** Estática do ponto material e do corpo extenso
- 15** Hidrostática: pressão em fluidos
- 16** Hidrostática: princípio de Arquimedes

Estática do ponto material e do corpo extenso

ou: É possível ficar em repouso fazendo muita força?

 S2

1 Introdução

O Suplemento apresenta orientações para o trabalho da questão introdutória.

Nas situações apresentadas na página 180, em A, a pessoa descansando na rede permanece em repouso devido ao equilíbrio das forças de tração na rede com a força peso atuando sobre o corpo. Para permanecer em repouso, na posição mostrada em B, o atleta precisa exercer uma força nas argolas, ou seja, é necessário que ele aplique a força para permanecer em equilíbrio estático.

A ginástica olímpica é um esporte que surpreende pela técnica e pela capacidade física exigida dos atletas. Os ginastas saltam sobre obstáculos como se fossem voar e executam movimentos rápidos e precisos em aparelhos ou sobre pisos com amortecedores.

Em competições, pode haver, na série de exercícios apresentada pelo atleta, posições que exijam que ele fique praticamente em repouso durante alguns instantes, ou seja, que permaneça em **equilíbrio estático**. Por serem de difícil execução, esses movimentos valorizam a apresentação e são destaques em quase todas as modalidades (fig. 1).

Situações nas quais corpos se mantêm suspensos, ou mesmo apoiados, podem envolver equilíbrio estático (fig. 2).

Conhecer as condições para que um corpo permaneça em equilíbrio estático é o objetivo deste capítulo.



Figura 1 • O ginasta olímpico brasileiro Arthur Zanetti desafia a ação da gravidade ao permanecer, por alguns instantes, em equilíbrio estático.

BUTCH DILL/AP/GLOW IMAGES



© 2016 CALDER FOUNDATION. NEW YORK/UTVS. BRASIL. 2016/M SOBREIM/ALAMY/GLOW IMAGES - MUSEU COLEÇÃO BERARDO LISBOA



MARIANA BAZZO/REUTERS/LATINSTOCK

Figura 2 • (A) Uma ginasta que compete na trave de equilíbrio; (B) o móvel *Jato negro*, 1956, do artista plástico Alexander Calder e (C) uma pessoa limpando a fachada de um prédio são exemplos de situações em que podemos observar equilíbrio estático.

2 Equilíbrio estático de um ponto material

Segundo a 1ª lei de Newton, para que um corpo esteja em equilíbrio, seja estático (em repouso), seja dinâmico (MRU), é necessário que a resultante das forças que atuam sobre ele seja nula.

$$\vec{F}_R = \vec{0}$$

Uma das posições mais difíceis de executar em uma apresentação no aparelho das argolas é a denominada “posição do crucifixo”. Ao executá-la, o ginasta permanece em equilíbrio estático com os braços abertos praticamente na horizontal. O atleta pode partir da posição indicada na figura 3 e afastar as argolas o máximo possível uma da outra até atingir a posição desejada (fig. 4). Nessa situação, com o ginasta em repouso, a resultante vetorial de forças exercidas sobre ele é nula.

Quanto mais afastadas estiverem as argolas, maior a intensidade das forças que o atleta terá de exercer sobre elas.

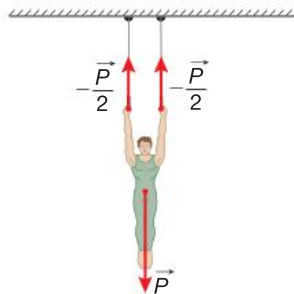


Figura 3 • Com as argolas um pouco afastadas, a força exercida pelo atleta em cada uma é aproximadamente igual à metade de seu peso. Ao afastar uma argola da outra, ele é obrigado a exercer uma força de maior intensidade sobre cada uma delas.

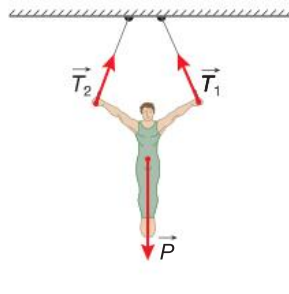


Figura 4 • Sobre o atleta atuam a força peso e as forças das argolas, que têm a mesma intensidade que as trações nos fios (se considerarmos desprezíveis as massas dos fios e das argolas). Essa posição é conhecida como crucifixo e faz parte de um dos conjuntos de movimentos que o atleta realiza em sua apresentação.

Para que a condição de repouso se mantenha, a soma vetorial das forças \vec{T}_1 e \vec{T}_2 deve equilibrar a força peso \vec{P} do atleta. Dessa forma, a resultante vetorial das forças será nula (fig. 5).

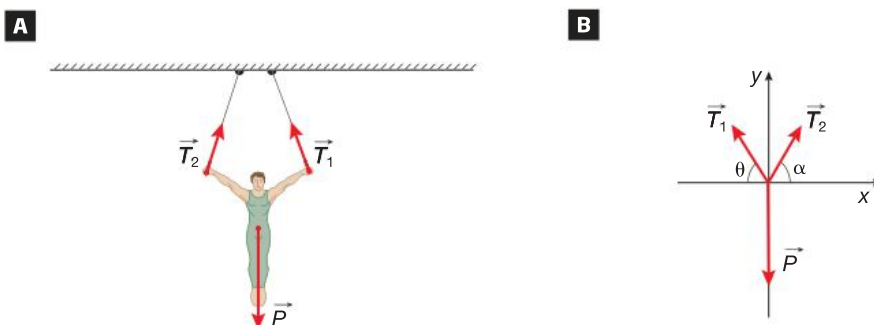


Figura 5 • (A) Esquema de forças exercidas sobre o atleta. (B) As forças \vec{T}_1 , \vec{T}_2 e \vec{P} foram colocadas em um par de eixos ortogonais.

O método das projeções de um sistema de forças nos eixos horizontal e vertical é bastante útil no estudo de situações de equilíbrio. Esse método consiste em projetar no par de eixos ortogonais as forças que atuam sobre o corpo, considerado, no caso, ponto material. Assim, é possível estudar as forças resultantes em cada um dos eixos separadamente.

Para que a resultante vetorial seja nula, os módulos das resultantes das projeções (ou decomposições) dessas forças, tanto no eixo x quanto no eixo y , devem ser nulos.

Assim, pelo método das projeções, admitindo que o ginasta seja um ponto material (fig. 6), temos:

Eixo y : $P = T_{1y} + T_{2y}$

Eixo x : $T_{1x} = T_{2x}$

E as relações entre o módulo dessas forças e o módulo das duas componentes nos eixos x e y são dadas por:

$$\sin \theta = \frac{T_{1y}}{T_1} \Rightarrow T_{1y} = T_1 \sin \theta$$

$$\sin \alpha = \frac{T_{2y}}{T_2} \Rightarrow T_{2y} = T_2 \sin \alpha$$

$$\cos \theta = \frac{T_{1x}}{T_1} \Rightarrow T_{1x} = T_1 \cos \theta$$

$$\cos \alpha = \frac{T_{2x}}{T_2} \Rightarrow T_{2x} = T_2 \cos \alpha$$

Considerando os módulos das projeções de \vec{T}_1 e \vec{T}_2 , temos:

Eixo y : $P = T_1 \sin \theta + T_2 \sin \alpha$

Eixo x : $T_1 \cos \theta = T_2 \cos \alpha$

Supondo que os módulos das forças de tração em cada um dos braços do ginasta sejam iguais a T e que os ângulos θ e α tenham o mesmo valor, temos:

Eixo y : $P = T \sin \theta + T \sin \theta \Rightarrow P = 2T \sin \theta$, ou seja:

$$T = \frac{P}{2 \sin \theta}$$

Observe que quanto menor for o seno do ângulo formado entre os braços do atleta e as argolas, maior será o módulo da força de tração; assim, mais força ele exercerá nos cabos, comprovando a dificuldade de execução da “posição do crucifixo”.

Como no intervalo de 0° a 90° o seno de um ângulo aumenta à medida que o ângulo aumenta, concluímos que, para o atleta permanecer em repouso com maior facilidade, ele deve aproximar ao máximo as argolas, procurando manter seus braços paralelos aos fios suspensos.

Dessa forma, o ângulo formado com o eixo horizontal teria 90° , o seno atingiria seu valor máximo ($\sin 90^\circ = 1$), e a tração seria a menor possível, com módulo igual a $\frac{P}{2}$. Como quanto maior a dificuldade do exercício mais alta é a pontuação atribuída ao ginasta, a posição de menor tração torna-se apenas aquela em que o atleta toma impulso para iniciar a “posição do crucifixo”.

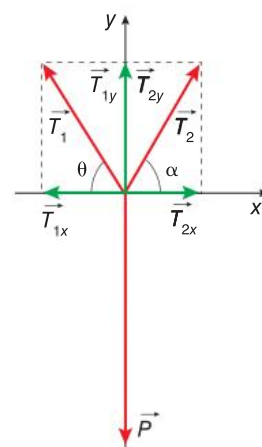


Figura 6 • Projeções das forças \vec{T}_1 e \vec{T}_2 nos eixos x e y . Os vetores \vec{T}_{1y} e \vec{T}_{2y} são coincidentes.

S3

Caso queira analisar situações de equilíbrio no espaço e não apenas no plano, veja comentário no Suplemento.

LUÍZ RUIBIO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

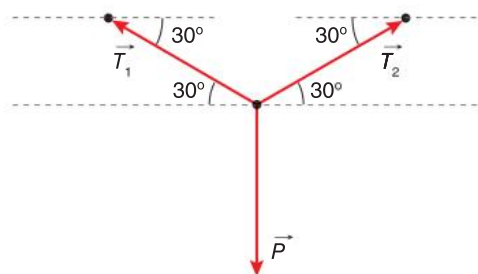
QUESTÕES RESOLVIDAS

- R1** Uma mulher de 60 kg de massa descansa em uma rede mantendo equilíbrio estático. Considere congruentes os ângulos formados entre as extremidades da rede e os pontos nos quais a rede está presa e determine as intensidades das forças aplicadas pela rede em cada um deles.

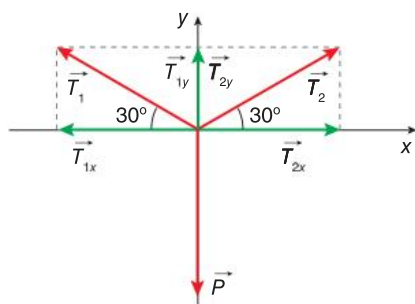


► Resolução

Considerando a mulher como um ponto material, representamos na figura o sistema de forças que atua sobre ela.



As forças que atuam sobre a mulher podem ser representadas em um sistema de eixos ortogonais.



Pelo método das projeções de forças, temos:

$$\text{Eixo } x: T_1 \cos \theta = T_2 \cos \theta \Rightarrow T_1 = T_2 = T$$

$$\text{Eixo } y: P = T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta$$

Como os ângulos formados entre as extremidades da rede e os troncos das árvores são congruentes, as forças aplicadas pela rede em cada ponto de fixação terão intensidades iguais e indicaremos essas forças por \vec{T} (tração entre extremidades da rede e troncos).

Como $T_1 = T_2 = T$, temos:

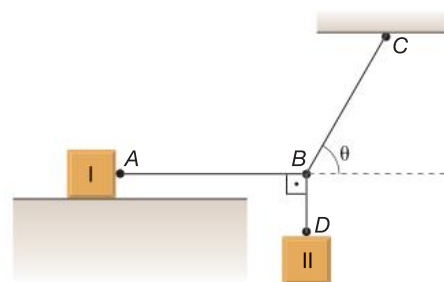
$$P = T \sin \theta + T \sin \theta \Rightarrow P = 2T \sin \theta$$

Como $P = 600 \text{ N}$ e $\theta = 30^\circ$, temos:

$$600 = 2T \sin 30^\circ \Rightarrow 600 = 2 \cdot T \cdot 0,5$$

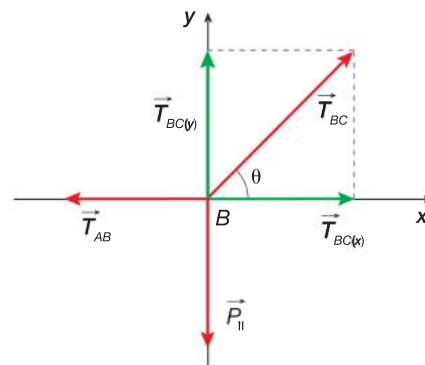
$$\therefore T = 600 \text{ N}$$

- R2** A figura representa um sistema em equilíbrio estático e em iminência de movimento. O bloco I, de massa 8 kg, repousa sobre uma superfície horizontal rugosa, enquanto o bloco II, de massa 3 kg, permanece suspenso pelos fios AB , BC e BD , considerados ideais. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule o coeficiente de atrito entre o bloco I e o plano horizontal no qual está apoiado. (Dados: $\sin \theta = 0,6$ e $\cos \theta = 0,8$)



► Resolução

Pelo método das projeções ortogonais de forças nos eixos x e y , no ponto B , temos:



$$\text{Eixo } x: T_{AB} = T_{BC} \cos \theta \quad (1)$$

$$\text{Eixo } y: T_{BC} \sin \theta = P_{II} \quad (2)$$

No corpo I, temos:

$$T_{AB} = F_{\text{at.}} \quad (3)$$

De (2), temos:

$$T_{BC} \sin \theta = P_{II} \Rightarrow T_{BC} \cdot 0,6 = 30 \therefore T_{BC} = 50 \text{ N}$$

De (1), temos:

$$T_{AB} = T_{BC} \cdot \cos \theta \Rightarrow T_{AB} = 50 \cdot 0,8$$

$$\therefore T_{AB} = 40 \text{ N}$$

De (3), temos:

$$T_{AB} = F_{\text{at.}} \Rightarrow 40 = \mu N \Rightarrow 40 = \mu P_I \Rightarrow$$

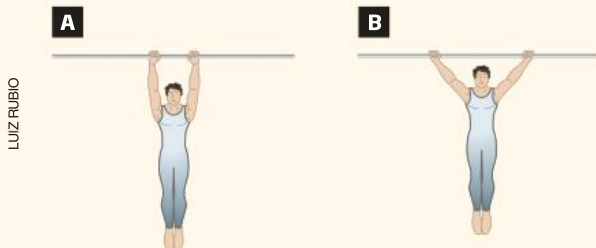
$$\Rightarrow 40 = \mu \cdot 80 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{40}{80} \Rightarrow \mu = 0,5$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

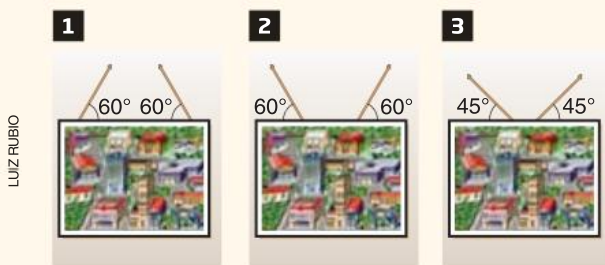
- 1 Uma pessoa de 70 kg de massa permanece suspensa e em equilíbrio, conforme representado na figura A. Se a pessoa abrir um pouco mais seus braços (fig. B), precisará fazer mais, menos ou a mesma força que fazia anteriormente para continuar em equilíbrio? Justifique.



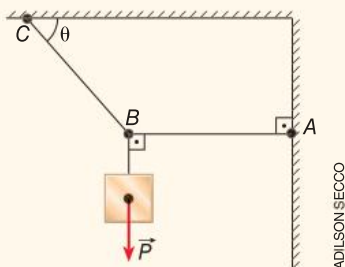
- 2 Para pendurar um quadro em uma parede, pedaços de fios de náilon, inextensíveis e muito leves, serão utilizados. Se o quadro for colocado na posição 1, a tensão em cada pedaço de fio é igual a 30 N. Qual será a tensão em cada pedaço de fio se o quadro for colocado na posição 2? E na posição 3?

(Dados: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$;

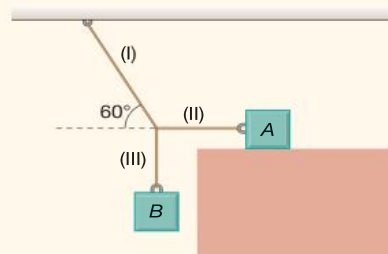
$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$)



- 3 Um bloco de massa m permanece em equilíbrio estático sustentado pelos fios ideais AB e BC . Calcule a massa do bloco e a força de tração no fio AB , sabendo que a intensidade da tração no fio BC é igual a 240 N, $\sin \theta = 0,6$ e $\cos \theta = 0,8$. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



- 4 No esquema representado a seguir, o corpo A está na iminência de se movimentar sobre o plano. As cordas I, II e III são ideais, e os corpos A e B têm, respectivamente, massas iguais a 3 kg e 2 kg.

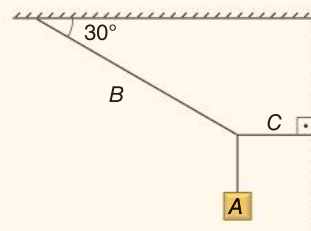


Qual é o coeficiente de atrito estático máximo entre o corpo A e o plano?

(Dados: $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

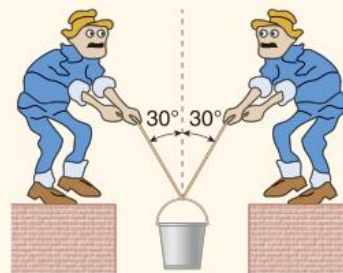
$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- 5 (IFsul) Uma caixa A, de peso igual a 300 N, é suspensa por duas cordas B e C, conforme a figura abaixo.



O valor da tração na corda B é igual a:

- a) 150,0 N c) 346,4 N
b) 259,8 N d) 600,0 N
- 6 (PUC-RS) Dois operários suspendem um balde por meio de cordas, conforme mostra o esquema a seguir.



São dados: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ e

$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Sabe-se que o balde, com seu conteúdo, tem peso 50 N, e que o ângulo formado entre as partes da corda no ponto de suspensão é 60° . A corda pode ser considerada como ideal (inextensível e de massa desprezível).

Quando o balde está suspenso no ar, em equilíbrio, a força exercida por um operário, medida em newtons, vale:

- a) 50 b) 25 c) $\frac{50}{\sqrt{3}}$ d) $25\sqrt{2}$ e) 0,0

3 Momento de uma força

Para trocar um pneu de um automóvel, é necessário soltar os parafusos que prendem a roda ao carro. Para facilitar essa tarefa, usamos as chamadas chaves de roda (fig. 7). É possível perceber que, na maioria das vezes, essas ferramentas têm comprimento maior do que a maior parte das chaves de parafuso que possuímos em casa. No caso da roda do carro, os parafusos, além de robustos, precisam estar bem atarraxados, o que torna muito difícil sua retirada com uma ferramenta doméstica. Assim, para soltar mais facilmente o parafuso, aumenta-se a distância entre a linha de aplicação de força e o eixo de rotação do sistema (fig. 8).

FOTOS: EDUARDO SANTALUÍSTRA



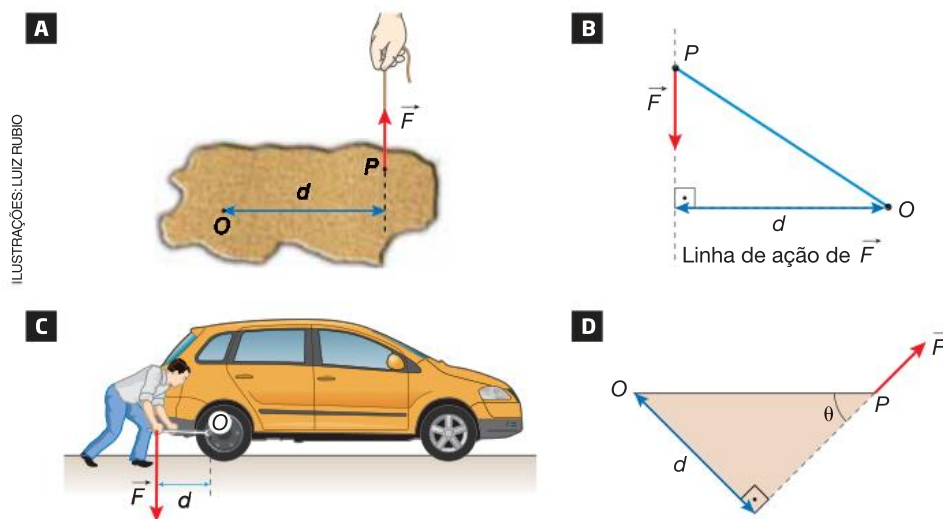
Figura 8 • O uso de um cano extensor facilita a rotação do parafuso que prende a roda ao carro. É mais fácil soltar o parafuso quando a força é aplicada na extremidade do cano extensor.

A grandeza física que mede a capacidade de uma força de provocar rotação sobre um corpo rígido é denominada **momento** ou **torque da força**.

O módulo ou a intensidade do momento ou torque de uma força \vec{F} , aplicada a um ponto P , em relação a um ponto O (polo ou eixo de rotação do sistema), é dado pelo produto do módulo da força \vec{F} pela distância d entre a linha de ação da força \vec{F} e o ponto O . A distância d é também denominada **braço** da força.

$$M = F \cdot d$$

Convém lembrar que a distância de um ponto a uma reta é sempre medida na perpendicular à reta que passa pelo ponto. Observe as representações da distância d na figura 9.



EDUARDO SANTALUÍSTRA

Figura 7 • Chaves de roda do tipo L (A) e do tipo cruz (B). Os veículos devem vir equipados com uma delas. Os dois modelos têm a mesma utilidade, e a escolha por um ou outro pode facilitar a troca de um pneu.

Figura 9 • A força \vec{F} aplicada no ponto P produz efeito de rotação em relação ao ponto O . A linha de ação da força \vec{F} é a reta na direção dessa força que passa pelo ponto P . A distância d é sempre medida perpendicularmente à reta suporte da força \vec{F} .

Note que, na expressão $M = F \cdot d$, quanto maior o braço da força, maior o torque obtido pela ação dessa força. Isso explica por que o comprimento do braço da chave de roda é tão importante.

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de momento ou torque de uma força é o newton-metro ($N \cdot m$).

Os corpos extensos rígidos sob a ação de uma força tendem a adquirir movimento de rotação, no sentido horário ou anti-horário. Por convenção, consideramos:

- o momento M como positivo, $M > 0$, se a força produzir rotação no sentido anti-horário (fig. 10A).
- o momento M como negativo, $M < 0$, se a força produzir rotação no sentido horário (fig. 10B).

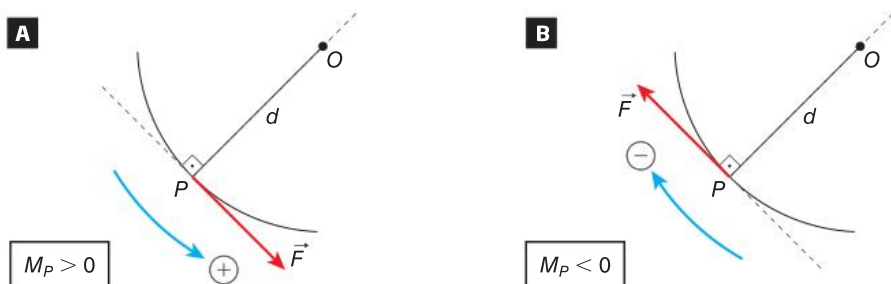
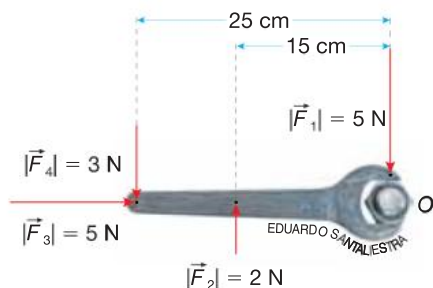


Figura 10 • (A) Se a força \vec{F} aplicada no ponto P produz efeito de rotação no sentido anti-horário, então a intensidade do momento ou torque da força será dada por $M = +Fd$. (B) Caso o efeito de rotação seja no sentido horário, a intensidade do momento ou torque da força será $M = -Fd$.

ADILSON SECCO

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R3** Uma chave de boca de 25 cm de comprimento foi utilizada para soltar um parafuso de um equipamento. Na figura estão representadas quatro forças que foram aplicadas sobre a chave.



- Qual das forças aplicadas produz maior torque no parafuso?
- Calcule o momento de cada uma das forças aplicadas sobre a chave de boca em relação ao ponto O (eixo de rotação do parafuso).
- Qual deve ser a intensidade da força \vec{F}_2 para que o módulo do momento de \vec{F}_2 em relação ao ponto O seja igual ao módulo do momento de \vec{F}_4 em relação a esse mesmo ponto?
- Qual o momento da força resultante que atua sobre a chave em relação ao ponto O?

► Resolução

- A força \vec{F}_4 produz maior torque, pois não atua sobre o eixo de rotação do parafuso (como as forças \vec{F}_1 e \vec{F}_3). Além disso, \vec{F}_4 tem maior intensidade que \vec{F}_2 e está mais distante do eixo de rotação do parafuso, tendo, portanto, maior momento em relação ao ponto O.

- $M_{F_1} = 0$, pois \vec{F}_1 atua na reta que contém o ponto O, sendo $d = 0$.

- $M_{F_2} = -F_2 d_2 = -2 \cdot 15$

$$\therefore M_{F_2} = -30 \text{ N} \cdot \text{cm} = -0,3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O sinal é negativo porque \vec{F}_2 atua sobre a chave, produzindo tendência de movimento de rotação no sentido horário.

- $M_{F_3} = 0$, pois \vec{F}_3 atua sobre o eixo de rotação do sistema. A distância entre a linha de ação de forças ao ponto O é nula.

- $M_{F_4} = +F_4 d_4 = +3 \cdot 25$

$$\therefore M_{F_4} = +75 \text{ N} \cdot \text{cm} = 0,75 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O sinal é positivo porque \vec{F}_4 atua sobre a chave, produzindo tendência de movimento de rotação no sentido anti-horário.

c) Temos: $M_{F_4} = M_{F_2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 75 = F_2 \cdot 15 \therefore F_2 = 5 \text{ N}$$

- O momento da força resultante em relação ao ponto O é igual à soma dos momentos de cada uma das forças em relação ao ponto O. Assim:

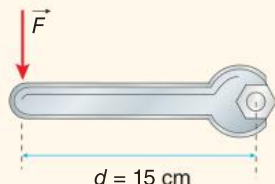
$$M_{F_R} = M_{F_1} + M_{F_2} + M_{F_3} + M_{F_4} \Rightarrow \\ \Rightarrow M_{F_R} = 0 + (-30) + 0 + 75$$

$$\therefore M_{F_R} = 45 \text{ N} \cdot \text{cm} = 0,45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 7 Uma força (\vec{F}) deve ter, no mínimo, módulo de 400 N para que, ao ser aplicada em um ponto distante 15 cm do centro de uma chave de boca, possibilite desatarraxar a porca de uma roda de automóvel. Se for acoplado um extensor a essa chave, de modo que a força seja aplicada a 75 cm de distância do centro da chave, qual será o módulo mínimo capaz de desatarraxar a porca?



- 8 Observe na figura I um rapaz forçando a extremidade de uma chave a fim de soltar um parafuso, tendo êxito apenas quando apoia todo seu peso de 75 kgf sobre a chave. Simultaneamente, a fim de soltar outro parafuso, uma moça coloca todo seu peso de 51 kgf sobre uma chave igual à anterior (fig. II). Se os dois parafusos estão, no início, igualmente apertados, responda justificando: a moça vai conseguir soltar o parafuso?



Figura I

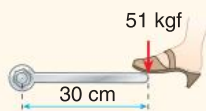
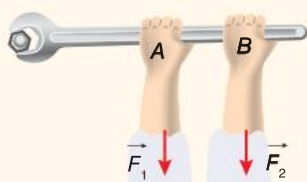
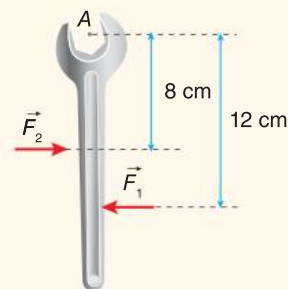


Figura II

- 9 Na figura deste problema, podemos observar duas pessoas exercendo forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 sobre uma chave de boca. Uma das pessoas exerce força de 50 N em um ponto distante 15 cm do centro da boca da chave, enquanto a outra aplica sua força em um ponto distante 25 cm do mesmo centro. Supondo que as forças aplicadas produzam iguais efeitos sobre a porca, caso sejam aplicadas individualmente nos mesmos pontos, qual força, \vec{F}_1 ou \vec{F}_2 , tem maior módulo? Quantas vezes maior?



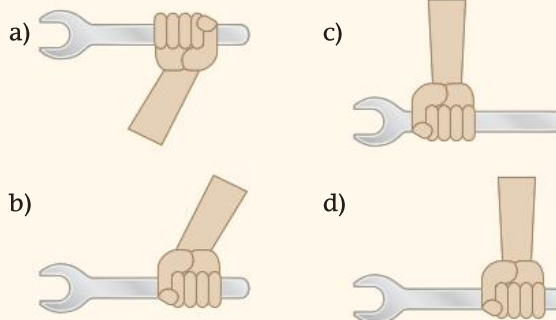
- 10 Calcule o momento da força resultante que atua sobre a chave representada na figura em relação ao ponto A, sendo $|\vec{F}_1| = 20$ N e $|\vec{F}_2| = 30$ N.



- 11 (Uerj) A figura abaixo ilustra uma ferramenta utilizada para apertar ou desapertar determinadas peças metálicas.



Para apertar uma peça, aplicando-se a menor intensidade de força possível, essa ferramenta deve ser segurada de acordo com o esquema indicado em:



- 12 (Enem) Retirar a roda de um carro é uma tarefa facilitada por algumas características da ferramenta utilizada, habitualmente denominada chave de roda. As figuras representam alguns modelos de chaves de roda:



Em condições usuais, qual desses modelos permite a retirada da roda com mais facilidade?

- em função de o momento da força ser menor.
- em função da ação de um binário de forças.
- em função de o braço da força aplicada ser maior.
- em função de o braço da força aplicada poder variar.
- em função de o momento da força produzida ser maior.

4 Equilíbrio do corpo extenso

Uma brincadeira de criança bastante comum é tentar manter a prancha de uma gangorra em equilíbrio na posição horizontal, como na figura 11A. Se, no entanto, uma das crianças sair da extremidade e se aproximar do centro do brinquedo, a gangorra tombará para um dos lados (fig. 11B).

O que teria provocado o desequilíbrio na gangorra?

Sabemos que o peso das crianças não sofreu alteração entre uma situação e outra e, no entanto, o equilíbrio da prancha não se manteve quando uma das crianças mudou de posição.

Dizemos, então, que o corpo extenso, no caso da gangorra, está em equilíbrio de **translação**, mas não estará em equilíbrio de **rotação** enquanto a gangorra não parar. A condição para que haja o equilíbrio de translação é que a soma vetorial das forças sobre a gangorra seja nula. Desse modo, considerando uniforme a distribuição de massa na prancha, ao somar vetorialmente, nas duas situações, as forças peso do garoto e da garota com a reação normal do apoio, vamos obter o vetor nulo (fig. 11A e B).

Translação. Movimento de um corpo em que todas as partículas têm, em cada instante, a mesma velocidade. Exemplo: movimento de uma pessoa ao atravessar a rua.

Rotação. Movimento que um corpo executa ao girar em torno do próprio eixo.

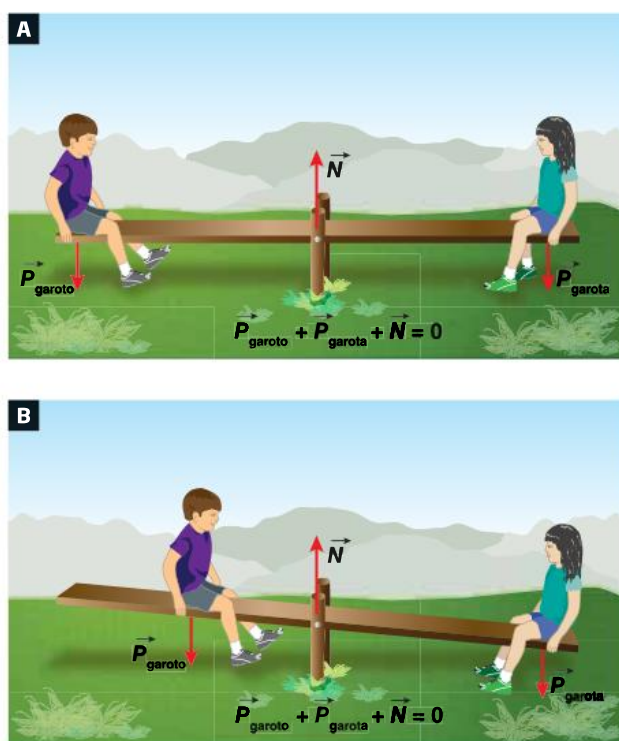


Figura 11

Logo, de maneira geral, para que um corpo extenso rígido e homogêneo esteja em equilíbrio, não basta estar sob a ação de uma resultante de forças nula, ainda que essa condição seja necessária. Nessa situação, é preciso garantir que também haja equilíbrio de rotação e isso só é possível se a soma de todos os momentos das forças que atuam sobre o corpo extenso seja nula.

Resumindo, dizemos que um corpo extenso rígido está em equilíbrio se:

- A soma das forças que atuam no corpo for nula, o que garante o equilíbrio de translação:

$$\vec{F}_R = \vec{0} \text{ (vetor nulo)}$$

- A soma das intensidades dos momentos das forças aplicadas ao corpo, em relação a qualquer ponto O (polo), for nula, o que garante o equilíbrio de rotação:

$$\Sigma M = 0$$

Como se lê

$$\Sigma M = 0$$

O somatório das intensidades dos momentos de força é igual a zero.

Por que a torre de Pisa não cai?

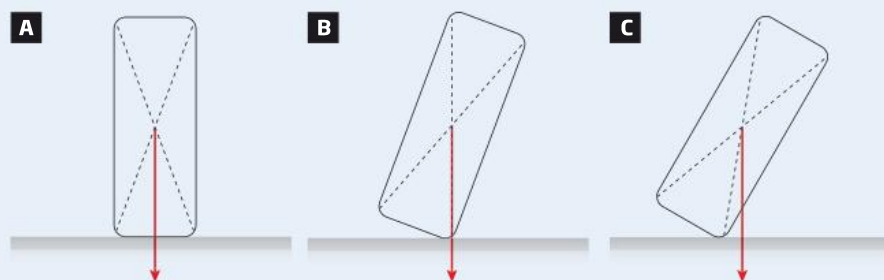
Construída na praça central da cidade para abrigar sinos, a torre de Pisa, um dos monumentos mais famosos da Itália, começou a se inclinar durante o período de construção. Além de jamais ter estado perpendicular ao solo, sua forma circular dificilmente é encontrada em outras torres de campanários italianas da época. Feita de mármore e com 58,36 metros de altura, considerando as fundações (55 metros se for medida a partir da base), a torre de Pisa foi projetada para se tornar um símbolo de riqueza e poder da cidade.

A construção foi iniciada em 1173, e a torre começou a entortar em 1178, quando apenas três dos sete andares haviam sido erguidos. Mesmo assim, e apesar de duas longas interrupções, a obra prosseguiu e, ao ser inaugurada, em 1370, sua inclinação já era de 1,6 grau, o que equivale a um desvio do eixo vertical de mais de 1 metro, da base ao topo.

A causa da inclinação, descoberta apenas no século XX, é bem simples: o campanário de mais de 14 mil toneladas de massa foi construído sobre um terreno pantanoso e instável.

Em 1988, a torre foi interditada para a visitação pública, quando uma equipe de pesquisadores anunciou que ela estava prestes a cair. Foi a descoberta de um ponto crítico na estrutura, que poderia ceder repentinamente, e não a inclinação, o fator que obrigou o governo italiano a fechar a torre ao público e a convocar especialistas que buscassem uma solução. Se o ângulo de inclinação continuasse a aumentar no ritmo de 1,2 milímetro por ano, em média, havia o risco de um dia o centro de gravidade da torre se projetar para fora da base e ela desmoronar. Simplificadamente, se pudessemos amarrar um fio de prumo de pedreiro no **centro de gravidade** da torre, enquanto a ponta do prumo estivesse dentro da base da torre, ela não tombaria, porém, se a inclinação fosse suficiente para que a ponta do prumo se deslocasse para fora da base, a torre tombaria, veja as figuras abaixo.

Em 1997, uma equipe de engenheiros, apoiada na tecnologia disponível, foi reunida para tentar salvar a torre. No processo, foram removidas 60 toneladas de terra do subsolo da parte norte da torre para igualar as diferenças da base. A estrutura retornou 40,6 centímetros, e a inclinação foi reduzida para cerca de 4 graus. Isso significa que o topo da torre está a uma distância de aproximadamente 4 m de onde estaria, se a torre estivesse perfeitamente na vertical. Em 2003, a torre foi reaberta à visitação.



A projeção horizontal da reta que contém o centro de gravidade do corpo “cai” no centro da base na maior parte das construções que conhecemos (A). A projeção horizontal da reta que contém o centro de gravidade do corpo ainda está dentro da base do corpo (caso da torre de Pisa), apesar da inclinação (B). A projeção horizontal da reta que contém o centro de gravidade do corpo está deslocada para fora da base: o corpo tomba (C).

AMPLIANDO SUA LEITURA

- Um corpo de formato cilíndrico, semelhante ao da torre de Pisa, com mais massa concentrada na base do que na parte superior, tem o centro de massa mais próximo do solo. Nessas condições, o corpo cilíndrico poderia inclinar, sem cair, mais ou menos do que inclinaria se sua massa estivesse distribuída uniformemente? Justifique sua resposta desenhando esquemas.



JOHN LENS/ALAMY/OTHER IMAGES

Centro de gravidade. Em um corpo extenso, a ação gravitacional da Terra atua sobre cada uma das partículas desse corpo. A força peso pode ser considerada a resultante da ação gravitacional sobre cada uma dessas partículas. O ponto onde essa força peso está sendo aplicada é denominado centro de gravidade (CG) do corpo extenso.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

É possível ficar em repouso fazendo muita força?

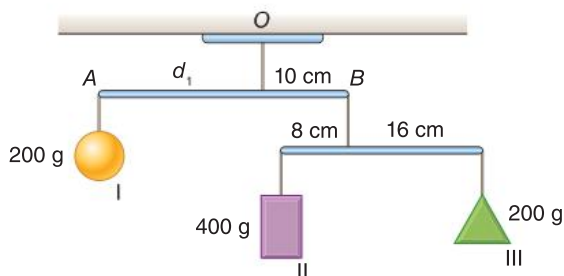


Apresentação de Arthur Zanetti nos Jogos Pan-Americanos de Toronto, em 2015.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R4 O móbile esquematizado na figura é composto de três peças suspensas.

Os enfeites estão presos por meio de fios e barras cujas massas são desprezíveis. O móbile foi fixado ao teto em um único ponto. Os comprimentos das barras e as massas dos corpos suspensos estão indicados na figura. Calcule o comprimento da haste AB para que ela permaneça em equilíbrio estático na horizontal.



Resolução

Para verificar a possibilidade de equilíbrio estático na horizontal da haste AB , podemos somar os momentos de forças no polo O , ponto de sustentação da haste no teto.

Para que ocorra equilíbrio estático em relação ao polo O , a soma dos momentos de forças deve ser nula. Assim, o produto $P_I d_1$ deve ser igual a $(P_{II} + P_{III}) d_2$, em que P representa o módulo da força peso, em gf, que atua nos corpos suspensos, e d , as distâncias, em centímetros, do polo O aos pontos de aplicação dessas forças. Temos:

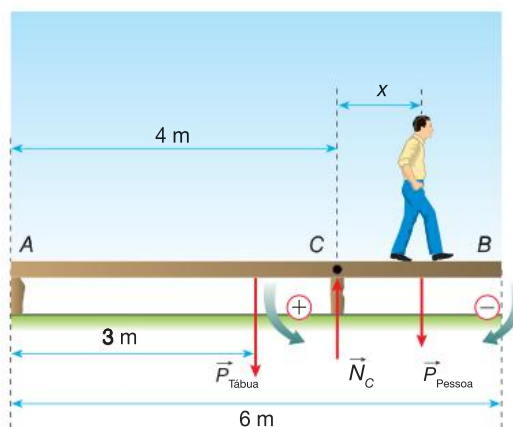
$$P_I d_1 = (P_{II} + P_{III}) d_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 200 \cdot g \cdot d_1 = (400 + 200) \cdot g \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 200 d_1 = 600 \cdot 10 \Rightarrow 200 d_1 = 6.000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{6.000}{200} \therefore d_1 = 30 \text{ cm}$$

O comprimento da haste AB é igual a 40 cm.

R5 Considerando uma pessoa de massa igual a 60 kg, a massa da tábua igual a 72 kg e as dimensões e distâncias apresentadas na figura, qual seria a máxima distância do ponto C que essa pessoa poderia caminhar sobre a tábua à direita desse ponto (distância x) sem que ela entrasse em movimento de rotação?



Observação: Sobre a tábua estão indicadas as forças que nela atuam e as tendências de movimento de rotação, considerando os pontos de aplicação de forças em relação ao ponto C . Não há indicação de força de reação em A , pois, na situação de iminência de movimento, não há contato entre esse apoio e a tábua.

Resolução

Para responder a esta questão, vamos descrever as forças que atuam sobre a tábua, são elas: a força de interação entre a pessoa e a tábua (com módulo de mesmo valor ao da força peso que atua sobre a pessoa), o peso da tábua e a reação na articulação C . No apoio A , na situação de iminência de movimento de rotação, a reação é nula, pois não há contato entre o apoio A e a tábua.

Das condições de equilíbrio de um corpo extenso rígido, temos as seguintes equações escalares:

- $\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$
- $\Sigma M_C = 0$

Na situação apresentada, não há forças na componente horizontal x . No eixo vertical, temos:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_C = P_{\text{Pessoa}} + P_{\text{Tábua}}$$

em que $P_{\text{Tábua}}$ é o peso da tábua e P_{Pessoa} é o peso da pessoa. A reação sobre o apoio C tem intensidade igual à soma das intensidades de P_{Pessoa} e $P_{\text{Tábua}}$. Portanto: $N_C = 1.320 \text{ N}$

$$\Sigma M_C = 0$$

Considerando o polo no ponto C , temos:

$$-P_{\text{Pessoa}} \cdot x + P_{\text{Tábua}} \cdot 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -600 \cdot x + 720 \cdot 1 = 0$$

$$\therefore x = 1,2 \text{ m}$$

Ou seja, a pessoa poderá caminhar 1,2 m à direita do ponto C até que a tábua fique na iminência de entrar em movimento de rotação.

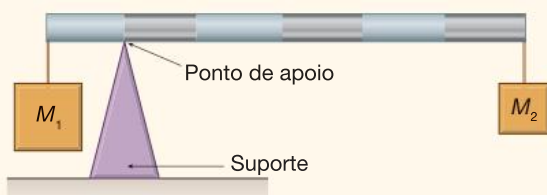
QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 13** Maria e João brincam em uma gangorra. Ela tem massa de 38 kg, e ele tem massa de 46 kg. Quando João se posiciona a 1,2 m do ponto de apoio da gangorra, ocorre equilíbrio e a gangorra permanece parada. Nesse momento, a que distância Maria está do ponto de apoio da gangorra?

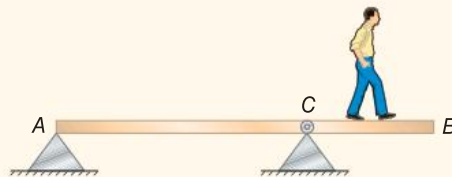


- 14** Dois blocos de massas $M_1 = 12 \text{ kg}$ e $M_2 = 1,5 \text{ kg}$ estão amarrados a fios ideais e suspensos, presos às extremidades de uma barra homogênea, conforme representado na figura. A distância entre uma extremidade da barra e o ponto onde esta se apoia é 5 vezes maior do que a distância do ponto de apoio à outra extremidade, e o sistema está em equilíbrio estático.



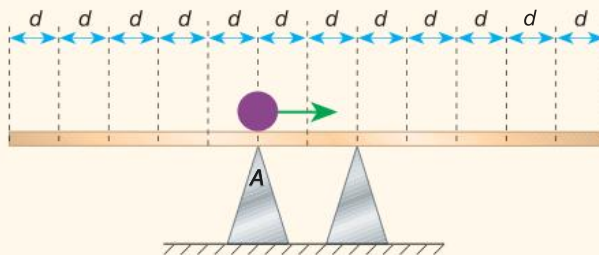
- Calcule a massa da barra.
- Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule a força que o suporte exerce sobre a barra.

- 15** Jarbas parte do ponto C , localizado sobre uma barra, e caminha em direção ao ponto B , conforme mostra a figura. Em certo momento, a barra tende a girar na vertical e, se isso ocorrer, ele cairá.



Sabendo que as massas de Jarbas e da barra são, respectivamente, 80 kg e 100 kg, que a distância entre os pontos A e C é 5 m e o comprimento da barra é 8 m, calcule a máxima distância que Jarbas pode se afastar do ponto C sem cair.

- 16** Um cilindro de massa m rola sobre uma prancha homogênea de massa $3m$, apoiada livremente sobre duas hastes verticais, conforme representado na figura.



Calcule, em função da distância d , a distância entre a posição inicial A do cilindro e o ponto onde a prancha começa a tomar.

(Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

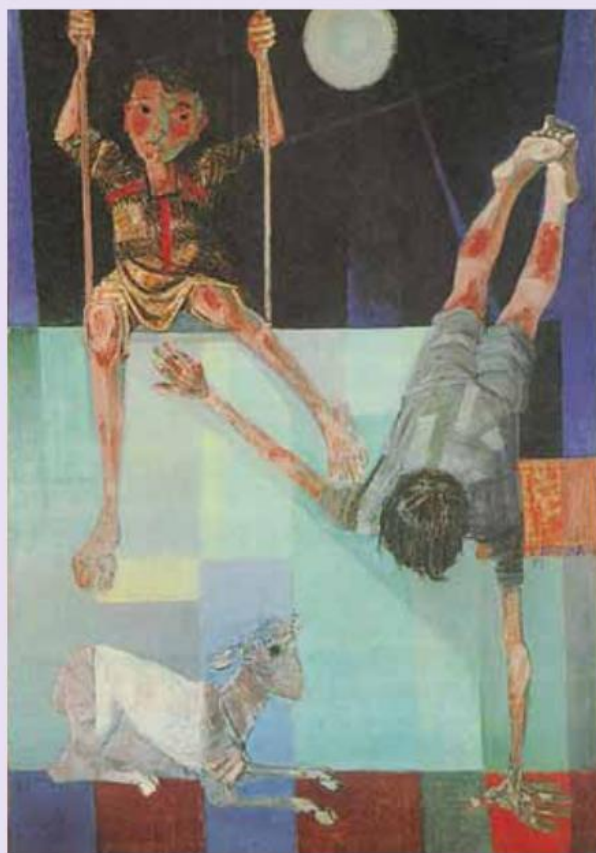
Arte e equilíbrio

As condições de equilíbrio de um corpo foram utilizadas como contexto para a produção de importantes obras de vários artistas plásticos, como podemos observar nas imagens a seguir.

VICENTE DE MELO/CORTESIA CARLA GUAGLIARDI – COLEÇÃO PARTICULAR, ALEMANHA



Carla Guagliardi, *O lugar do ar*, 2012.



REPRODUÇÃO AUTORIZADA POR JOÃO CANDIDO PORTINARI – COLEÇÃO PARTICULAR, RIO DE JANEIRO

Candido Portinari, *Meninos com carneiro*, 1959.



GUILLEM LOPEZ/ALAMY/OTHER IMAGES

Equilibrista do Circo de Moscou.

Além de artistas plásticos, também os artistas circenses recorrem ao equilíbrio para demonstrar ao público a essência de sua arte.

- 1 O garoto apoiado sobre uma das mãos, representado na tela de Portinari, está numa situação possível, desde que seja obedecida determinada condição geométrica estabelecida entre o centro de gravidade do garoto e sua mão. Qual é essa condição?
- 2 Na foto do equilibrista sobre a corda, vamos supor que as medidas dos ângulos de inclinação da corda às costas e à frente dele sejam iguais a 45° . Nessa condição, o que é possível afirmar a respeito da força de tração a que a corda está sendo submetida se comparada ao peso do equilibrista?

Hidrostática: pressão em fluidos

ou: Por que os ouvidos doem quando atingimos certa profundidade ao mergulhar?

1 Introdução



S5

O Suplemento apresenta orientações para o trabalho com a questão introdutória.

Sabemos que a pressão aumenta de acordo com a profundidade do mergulho. Por exemplo, quando afundamos mais de 3 metros na água, a pressão nos tímpanos torna-se sensivelmente maior que a pressão do ar. Essa diferença na intensidade da pressão pode provocar dores.

Muitos conceitos físicos estão presentes em nosso cotidiano; por exemplo, as grandezas que identificamos nos corpos em movimento: forças, torques, atritos, velocidades, acelerações etc.

Um dos conceitos estudados neste capítulo já deve ser conhecido por você. Trata-se do conceito de pressão. Afinal, é provável que, em uma das visitas ao médico, ele tenha medido sua pressão sanguínea (fig. 1A) ou que, em sua casa, seja habitual utilizar a panela de pressão no preparo de alguns alimentos (fig. 1B).

Esses são apenas alguns exemplos de situações que, para serem perfeitamente compreendidas, exigem o estudo do conceito de pressão.



JIM BOURG/REUTERS/LATINSTOCK



JUNIOR ROZZO/ROZZO IMAGENS

Figura 1 • Medir a pressão sanguínea (A) ou utilizar a panela de pressão no preparo de alimentos (B) são exemplos do uso cotidiano do conceito de pressão.

2 Pressão média

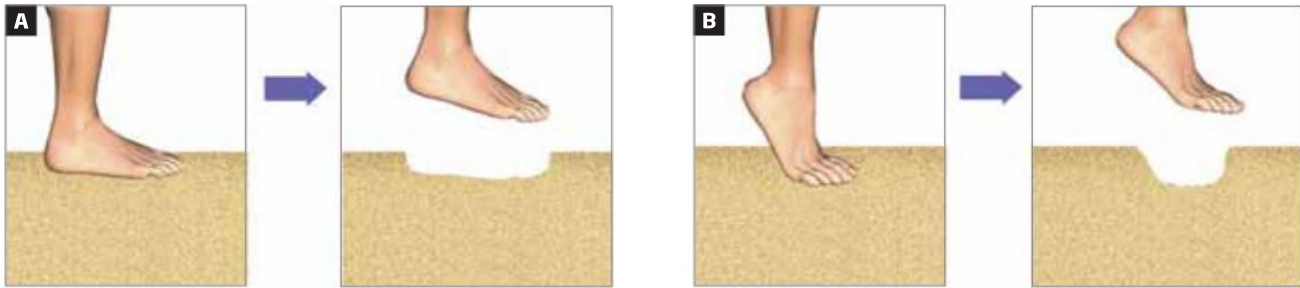


S6

Apresentamos no Suplemento algumas sugestões para o tratamento dos conceitos do tema.

Quando pisamos descalços na areia, deixamos a marca da planta do pé. A força que exercemos sobre a areia, igual ao nosso peso, provoca uma deformação que ocupa determinada região. Essa região, que chamamos de “pegada”, tem área equivalente à da planta do nosso pé (fig. 2A).

Se caminharmos sobre a areia “na ponta dos pés”, continuaremos a exercer uma força igual ao nosso peso; no entanto, a região deformada terá, agora, área menor do que a da planta de nossos pés. Mas é quase certo que, no segundo caso, afundaremos mais na areia do que no primeiro (fig. 2B).



ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI

Figura 2 • A profundidade da pegada depende da maneira como pisamos na areia.

Quando nos posicionamos na ponta dos pés, exercemos no chão a mesma força de quando nos apoiamos sobre a planta dos pés. A área de contato entre nossos pés e o solo é, entretanto, diferente num caso e no outro. Dizemos, então, que aplicamos **pressões** distintas no solo. Assim, o conceito de pressão está associado à força exercida e à área de aplicação dessa força. Veja a definição:

Pressão média (p) é a grandeza física que mede a relação entre o módulo da força resultante (\vec{F}) na direção perpendicular a uma superfície e a área de contato (A) sobre a qual a força \vec{F} atua. A pressão média é diretamente proporcional ao módulo da força exercida sobre a superfície de área A e inversamente proporcional à área de contato.

$$p = \frac{F}{A}$$

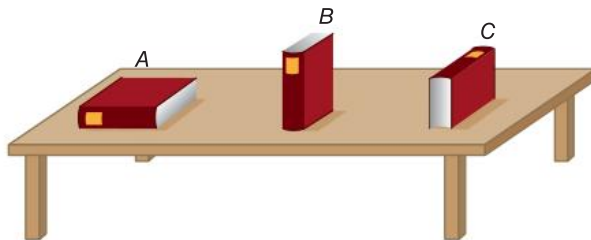


Figura 3 • O livro aparece apoiado sobre a mesa em três posições diferentes: (A) sobre a superfície de maior área, (B) sobre a superfície de menor área e (C) sobre a superfície de área intermediária. Como a força exercida sobre a superfície não se altera nas três situações apresentadas, podemos concluir que a maior pressão exercida pelo livro sobre a mesa ocorre na situação B, pois o livro está apoiado sobre menor área de contato.

Pressão média é a grandeza escalar e sua unidade no SI é **N/m²** (newton por metro quadrado), também conhecida como **Pa** (pascal). Na engenharia, para o cálculo de estruturas, utiliza-se kgf/cm² (quilograma-força por centímetro quadrado) como unidade de medida de pressão. Quando calibramos os pneus do automóvel nos postos de combustível, os aparelhos para medir a pressão dos pneus geralmente empregam a unidade de pressão psi (**p**ound **p**er **s**quare **i**nch) ou, em português, libra por polegada ao quadrado (lb/pol²).

Observe a correspondência entre essas unidades:

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ psi} \approx 8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$$

Para um valor constante da área de contato, a pressão média será maior para uma força de maior intensidade. Para um valor constante da força exercida sobre a superfície, maior pressão será exercida sobre menor área de contato.

Na prática, detectamos a presença do conceito de pressão em várias situações do cotidiano. Por exemplo, ao bater na cabeça de um prego com um martelo, a força de interação entre a ponta fina do prego e a madeira tem praticamente a mesma intensidade que a força de interação entre o martelo e a cabeça do prego. A pressão exercida pela ponta fina do prego sobre a madeira é maior do que a pressão exercida pelo martelo no prego, pois a área de contato entre a madeira e o prego é menor. Em outro caso, para se movimentarem sobre uma estrada de terra molhada, veículos com pneus largos são mais adequados por ter maior área de contato com o solo. Consequentemente, diminuem a pressão exercida sobre o chão, afundam menos no solo e reduzem o risco de atolar.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Um homem de 80 kg de massa está em pé em cima de uma cadeira apoiada no solo em quatro pontos. A massa da cadeira é desprezível, e cada apoio do móvel tem área aproximada de 10 cm^2 . Considere a área de cada pé do homem aproximadamente igual a 160 cm^2 e a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Qual é a pressão exercida, em N/m^2 , pelo homem sobre o solo quando está em pé sobre a cadeira?
- A pressão exercida pelo homem sobre o solo quando ele desce da cadeira e fica apoiado apenas sobre seus pés aumenta ou diminui? Por quê?

► Resolução

a) A área total da cadeira em contato com o solo é dada por:

$$A = 4 \cdot 10 \text{ cm}^2 = 40 \text{ cm}^2 = 40 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow A = 4,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{Como } p = \frac{F}{A}, \text{ então: } p = \frac{800}{4,0 \cdot 10^{-3}} \therefore p = 200.000 \text{ N/m}^2$$

b) A pressão diminui, pois a área de contato com o solo aumenta.

A área sobre a qual o homem se apoia quando está em pé é dada por:

$$A' = 2 \cdot 160 \text{ cm}^2 = 320 \text{ cm}^2 = 320 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow A' = 3,2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\text{Como } p = \frac{F}{A}, \text{ então: } p = \frac{800}{3,2 \cdot 10^{-2}} \therefore p = 25.000 \text{ N/m}^2$$

R2 A pressão exercida por um livro quando apoiado sobre sua maior face em uma mesa é igual a p . Sabendo que o livro tem comprimento $3a$, largura $2a$ e espessura a , calcule, em função de p , a maior pressão exercida pelo livro sobre a mesa.

► Resolução

A intensidade da força \vec{F} que o livro exerce sobre a mesa equivale à intensidade da força peso sobre o livro. Sabemos que $p = \frac{F}{A}$ e que a pressão exercida pelo livro quando apoiado sobre sua maior face é igual a p . Como a área da maior face é dada por $A = 3a \cdot 2a = 6a^2$, podemos calcular a intensidade da força F que o livro exerce sobre a superfície:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{F}{6a^2} \Rightarrow F = 6pa^2$$

A maior pressão que o livro pode exercer sobre a mesa ocorre quando ele está apoiado sobre sua menor face. Como a área da menor face é dada por $2a \cdot a = 2a^2$, temos:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow p' = \frac{6pa^2}{2a^2} \Rightarrow p' = 3p$$

Observe que a maior pressão exercida pelo livro sobre a mesa ocorre quando ele está apoiado sobre a face de menor área.



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO



FABIO YOSHITO MATSUURA

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1 Observe a imagem de uma pessoa deitada sobre uma cama de pregos. Note que a extremidade pontiaguda de cada prego está em contato com o corpo da pessoa. Explique por que a pessoa pode executar tal ação sem correr o risco de se machucar.

VINOD PATTAJI/AFP



- 2 Um armário com 3 gavetas, todas cheias, tem massa igual a 40 kg e está apoiado sobre 4 pequenos pés de madeira em formato de triângulos retângulos isósceles, de catetos 10 cm.

- a) Qual é a pressão, em kgf/cm^2 , que o armário exerce sobre o chão?
- b) Caso o armário seja colocado de “cabeça para baixo”, com sua parte superior apoiada no chão, quantas vezes menor será o valor da pressão exercida sobre o solo, quando comparada com o valor obtido no item a? (Considere o tampo do armário com dimensões: 1,40 m por 0,60 m.)
- 3 A pressão máxima que determinada telha aguenta é de $3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$. Uma pessoa de 80 kg sobe no telhado de uma casa no qual foram utilizadas telhas com essa característica. Verifique se haverá ou não quebra das telhas em cada um dos seguintes casos:
- a) A pessoa deita sobre as telhas, colocando em contato com elas uma área de $1,2 \text{ m}^2$ de seu corpo.
- b) A pessoa senta sobre as telhas, colocando em contato com elas uma área de 400 cm^2 .
- c) A pessoa fica de pé sobre as telhas, sendo 180 cm^2 a área total dos pés.

3 Pressão atmosférica e pressão em líquidos

A atmosfera, camada de ar que envolve a Terra, é constituída de um conjunto de gases como nitrogênio, oxigênio e vapor de água. Esse aglomerado de substâncias tem massa e é atraído pela Terra por causa da atração gravitacional. Por ter peso, a atmosfera exerce uma pressão sobre a Terra e, conseqüentemente, sobre os corpos nela existentes, é a chamada pressão atmosférica.

Essa camada de ar não é uniforme; é mais densa próximo à superfície (troposfera) e vai rarefazendo à medida que se distancia (da estratosfera à exosfera, fig. 4). Para ter uma ideia, a 9 km de altitude, próximo dos limites da troposfera, a concentração de ar é três vezes menor do que na superfície. Portanto, a pressão atmosférica varia de acordo com a altitude.



S7

No *Suplemento*, há uma proposta de atividade experimental para discutir a pressão atmosférica.

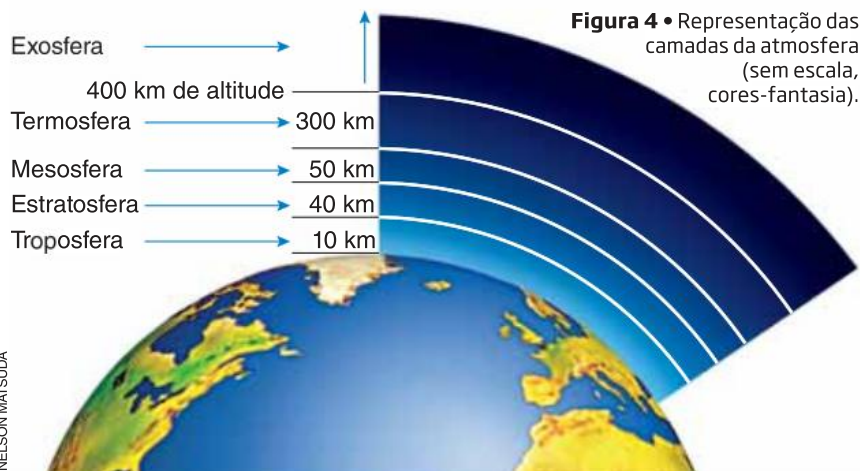


Figura 4 • Representação das camadas da atmosfera (sem escala, cores-fantasia).

Figura 5 • No pico do Everest, localizado na cordilheira do Himalaia, na fronteira entre o Nepal e a China, a pressão atmosférica é cerca de três vezes menor do que ao nível do mar. Isso ocorre porque o pico do Everest está a 8.850 m de altitude.



Uma das primeiras tentativas bem-sucedidas de medir a pressão atmosférica foi realizada pelo italiano Evangelista Torricelli, no século XVII. Suas descobertas permitiram a criação dos primeiros barômetros, aparelhos que medem pressão e de grande importância em muitas atividades, como a aviação e as previsões do tempo.

De modo simplificado, no experimento realizado ao nível do mar e válido até hoje, Torricelli usou o mercúrio (*argento-vivo*), metal líquido, de símbolo Hg, ainda utilizado em termômetros e barômetros. Encheu completamente um tubo fino de vidro com esse metal, tampou a extremidade livre e virou-o em uma cuba que também continha mercúrio (fig. 6).

Torricelli percebeu que, por ser um metal líquido, o mercúrio tende a descer por causa de seu peso (\vec{P}_{Hg}), com isso cria-se vácuo na parte superior do tubo. Também verificou que o ar do ambiente exerce pressão sobre a superfície livre do líquido contido na cuba e, por causa disso, o mercúrio se transfere do tubo para a cuba até que reste no tubo apenas uma massa de metal, cujo peso é capaz de equilibrar o peso do ar (\vec{P}_{ar}) sobre a superfície do líquido da cuba (fig. 7).

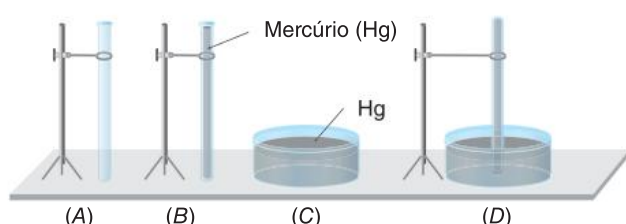


Figura 6 • Experimento utilizado por Torricelli para medir a pressão atmosférica.

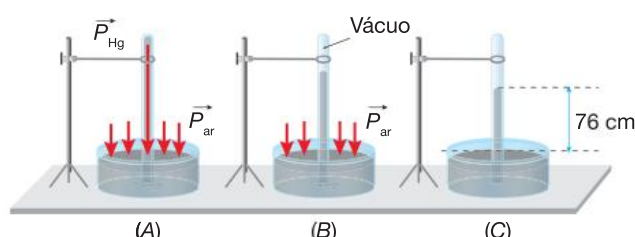


Figura 7 • Dizemos que a pressão atmosférica ao nível do mar é igual a 76 cmHg.

Torricelli mediu a altura da coluna de mercúrio no tubo e encontrou 76 cm. Considerou, então, esse valor como a medida da pressão atmosférica ao nível do mar. Assim, se a pressão atmosférica ao nível do mar equilibra uma coluna de 76 cm de mercúrio, dizemos que a pressão atmosférica ao nível do mar é igual a **76 cmHg**.

Esse valor de pressão, 76 cmHg, também pode ser expresso em milímetro, como é mais comum observar nos barômetros, ou ainda na unidade **atmosfera**, símbolo **atm**, definida por:

$$76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atmosfera (1 atm)}$$

Você já se perguntou por que um líquido não escoa para fora da lata quando se faz apenas um furo em sua tampa (fig. 8A)? Isso ocorre por causa da ação da pressão atmosférica, que impede que o líquido escorra. Ao fazer o segundo furo, o líquido escoa livremente para fora da lata (fig. 8B), pois a ação da pressão atmosférica exercida sobre um dos furos faz o líquido escorrer pelo outro.

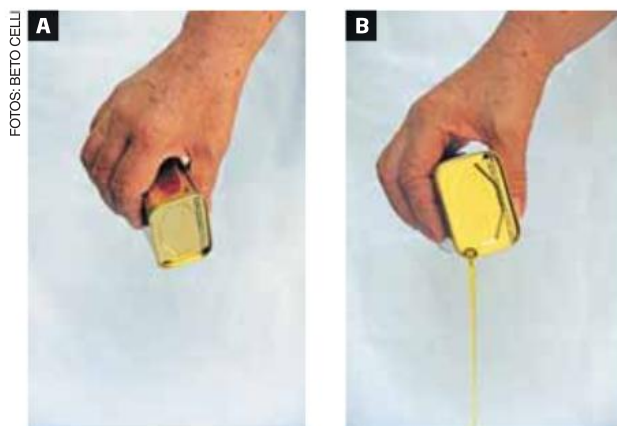


Figura 8 • O segundo furo que fazemos na lata permite que o líquido escoe livremente.

Para sorver um líquido por um canudinho, também é preciso retirar o ar que existe dentro dele. Ao sugar o líquido, a pressão dentro do canudo diminui, e, com isso, a ação da pressão atmosférica sobre a superfície líquida atua empurrando para cima o líquido contido no canudo, ou seja, para a boca (fig. 9).

A pressão atmosférica também é responsável pela situação inusitada mostrada na figura 10. O líquido não cai do copo porque a pressão atmosférica age sobre um corpo em todas as direções. Assim, a folha de papel impede o escoamento do líquido, pois a pressão atmosférica que atua sobre ela é maior que a pressão do líquido sobre o papel.

Outras unidades de medida de pressão

O conceito de pressão está presente na descrição de inúmeros fenômenos. Por isso, é comum seus valores aparecerem expressos em diferentes unidades, dependendo da situação analisada. No caso de eventos relacionados à pressão atmosférica, costuma-se expressar as medidas, na maioria das vezes, em atmosfera (**atm**) ou **bar**, unidades que aproximadamente se equivalem.

$$1 \text{ bar} = 0,9869 \text{ atm ou } 1 \text{ bar} \approx 1 \text{ atm}$$

Os meteorologistas que analisam as condições da pressão atmosférica para efetuarem suas previsões costumam expressar a medida da pressão em submúltiplos de bar, principalmente em **milibar**, ou seja:

$$1 \text{ milibar} = \text{milésima parte de } 1 \text{ bar} = 10^{-3} \text{ bar}$$

A pressão média, como estudamos, é obtida pela relação entre o módulo da força aplicada (F) e a área de aplicação (A), e, por isso, pode ser expressa na unidade kgf/cm^2 . Esse valor, de 1 kgf/cm^2 , corresponde, aproximadamente, ao valor da pressão atmosférica de 1 atm. Por isso, podemos escrever:

$$1 \text{ kgf/cm}^2 \approx 1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg}$$

A medida de pressão pode ainda ser expressa na unidade N/m^2 , componente do Sistema Internacional de Unidades (SI), também denominada pascal (**Pa**). A relação entre kgf/cm^2 e N/m^2 , ou Pa, é:

$$1 \text{ kgf/cm}^2 \approx 10^5 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$$

A tabela 1 resume as conversões **aproximadas** entre as principais unidades de medida de pressão.

Tabela 1 – Fatores aproximados de conversão entre unidades de medida de pressão						
kgf/cm^2	cmHg	atm	N/m^2	Pa	bar	psi
1	76	1	10^5	10^5	1	14

Quando o motorista entra com seu automóvel no posto de combustível e solicita ao frentista que o ajude a acertar a pressão do ar nos pneus do carro, normalmente diz:

– Por favor, preciso “calibrar” os pneus. Você pode colocar 35 libras em cada pneu? Não se esqueça do estepe.

Nessa situação, o motorista pede que a pressão interna dos pneus seja de 35 psi, ou 35 lb/pol². Alguns calibradores permitem leituras de pressão em mais de uma unidade; neles, é possível ler, por exemplo, que 35 psi é correspondente a, aproximadamente, 2,5 kgf/cm^2 (fig. 11).



Figura 9 • Ao sugar o líquido, a pressão dentro do canudo diminui, assim, a pressão atmosférica empurra o líquido para cima.



Figura 10 • A pressão atmosférica que atua no papel é maior que a pressão do líquido.

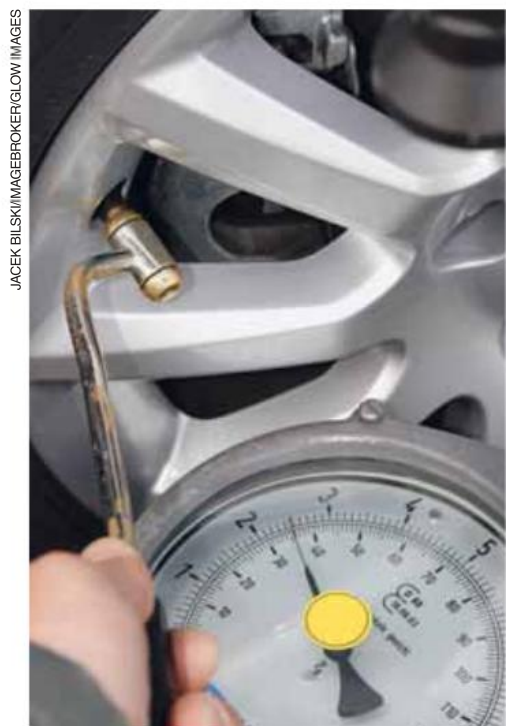


Figura 11 • Calibrador de pneus.

Para saber mais

Conexões com o cotidiano

No olho do furacão

Furacão, tufão ou ciclone são denominações genéricas dadas aos sistemas de baixa pressão. Esses fenômenos meteorológicos causam tempestades caracterizadas por ventos fortes que habitualmente provocam grandes estragos, fazem vítimas e destroem áreas urbanas e rurais.

Os furacões se formam em regiões oceânicas tropicais que concentram as seguintes condições: temperaturas de, no mínimo, 27 °C, elevada umidade atmosférica, ventos equatoriais convergentes, grande diferença de pressão entre a superfície e as áreas de altitude e ciclo de evaporação-condensação prolongado de ar oceânico quente e úmido. Essas condições geram correntes de ar fortíssimas que giram em torno de um centro, chamado de olho do furacão.

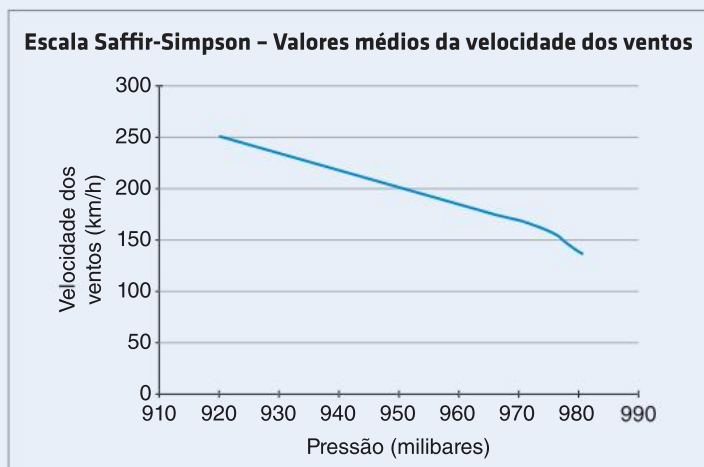
Esse olho é caracterizado por ventos fracos e baixas pressões, da ordem de milibares. Quanto menor a pressão barométrica do furacão, maior a intensidade do fenômeno. Contrapondo a aparente tranquilidade do olho, os ventos das regiões periféricas do furacão podem atingir velocidades superiores a 250 km/h.

Escala Saffir-Simpson		
Categoria	Pressão (milibares)	Velocidade dos ventos (km/h)
1	Acima de 980	Entre 118 e 152
2	Entre 965 e 979	Entre 153 e 178
3	Entre 945 e 964	Entre 179 e 209
4	Entre 920 e 944	Entre 210 e 250
5	Abaixo de 920	Acima de 250

Fonte: Estação Meteorológica do IAG/USP. Disponível em: <www.estacao.iag.usp.br>. Acesso em: 13 nov. 2015.

AMPLIANDO SUA LEITURA

De acordo com a escala Saffir-Simpson, uma diminuição na medida da pressão barométrica implica o aumento da velocidade dos ventos na periferia dos furacões. Considerando valores médios para os intervalos apresentados na tabela anterior, podemos desenhar o seguinte gráfico para representar a velocidade dos ventos de um furacão.



Dados obtidos em: Estação Meteorológica do IAG/USP. Disponível em: <www.estacao.iag.usp.br>. Acesso em: 13 nov. 2015.

- Analise o gráfico e determine a pressão barométrica aproximada de um furacão cujos ventos periféricos atinjam 200 km/h.



Imagem de satélite de furacão que atingiu o México em junho de 2015.

NASA

A escala Saffir-Simpson, criada na década de 1970 pelo engenheiro Herber Saffir e pelo ex-diretor do Centro Nacional de Furacões dos EUA, Robert Simpson, indica o potencial de destruição de um furacão, levando em conta a pressão barométrica e a velocidade dos ventos.

NELSON MATSUDA

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R3** Em pequenas altitudes, a pressão atmosférica diminui aproximadamente 1 cmHg a cada 100 metros acima do nível do mar. Qual é, de acordo com essa relação, a pressão atmosférica numa cidade situada a 700 m de altitude?

► Resolução

Sendo 76 cmHg a pressão atmosférica ao nível do mar, e considerando que 100 m de altitude equivalem à diminuição de 1 cm de Hg, a pressão nessa cidade será de:

$$76 \text{ cmHg} - 7 \text{ cmHg} = 69 \text{ cmHg}$$

Essa pressão, expressa em bar, é:

Pressão (cmHg)		Pressão (bar)
76	_____	1
69	_____	x

Logo: $x = 0,9078 \text{ bar} \approx 908 \text{ milibares}$

- R4** Qual é, em atm, a pressão do ar contido nos pneus de um automóvel recém-calibrados com 30 libras?

► Resolução

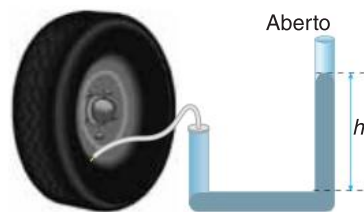
A expressão “30 libras” refere-se, de fato, à pressão de 30 lb/pol², ou 30 psi. Considerando o fator de conversão de psi para atm, podemos escrever:

Pressão (atm)		Pressão (psi)
1	_____	14
x	_____	30

$$\text{Logo: } x = \frac{30}{14} \therefore x = 2,1 \text{ atm}$$

Note que o valor da pressão do ar interno dos pneus é mais do que o dobro da pressão do ar externo a eles, como era de esperar.

- R5** Observe a representação de um tubo em U contendo mercúrio, que está ligado, por uma das extremidades, ao bico de entrada de ar de um pneu. Se o ar contido no pneu está à pressão de 2,5 atm, e todo o aparato está ao nível do mar, qual é a altura h , em cm?



► Resolução

Se uma das extremidades do tubo não estivesse ligada ao pneu, os níveis de mercúrio seriam da mesma altura nos dois ramos do tubo. A altura h , assinalada na figura, corresponde à diferença entre os valores de pressão nas duas extremidades do tubo.

A pressão interna do pneu é

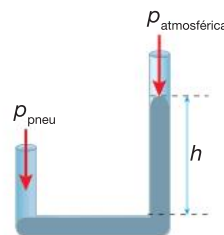
2,5 atm (1 atm = 76 cmHg) ou, em cmHg:

$$2,5 \cdot 76 \text{ cmHg} = 190 \text{ cmHg}$$

A pressão atmosférica local é 76 cmHg, pois o experimento é realizado ao nível do mar. Assim, a altura h da coluna de mercúrio é:

$$h = 190 \text{ cm} - 76 \text{ cm} = 114 \text{ cm}$$

Portanto, a altura h da coluna de mercúrio é de 114 cm.



QUESTÕES PROPOSTAS

- 4** A pressão do ar colocado nos pneus é medida, geralmente, em libras por polegada ao quadrado, que indicamos lb/pol² e dizemos, simplesmente, “libras”. Daí decorre a expressão “calibrar os pneus”. Baseando-se, entre outros fatores, como a área de contato dos pneus com o solo, avalie se é correta a afirmação a seguir e justifique sua resposta: Normalmente, os pneus das bicicletas são calibrados com uma quantidade maior de “libras” do que os pneus dos automóveis.

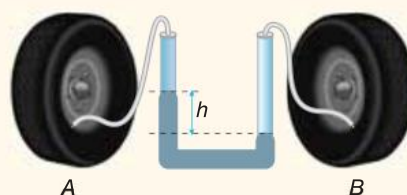
- 5** A unidade de medida de pressão no Sistema Internacional é o newton por metro quadrado, N/m². Por exemplo, a pressão atmosférica em uma localidade situada ao nível do mar é aproximadamente igual a 100.000 N/m². Imagine um saco de açúcar de 5 kg de massa e responda: Quantos desses sacos precisariam ser colocados sobre uma área quadrada de 4 m² para que a pressão exercida sobre ela, devido ao peso dos sacos, fosse equivalente ao valor da pressão atmosférica?

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 6 Qual é o valor aproximado da pressão atmosférica em uma cidade a 500 m de altitude? Escreva a resposta em atm e em cmHg. Considere que a pressão diminui aproximadamente 1 cmHg a cada 100 m acima do nível do mar.
- 7 A pressão de 1 atm corresponde, aproximadamente, a 10^5 N/m^2 . Calcule a força que o ar exerce sobre 10 cm^2 da superfície de seu corpo, quando você está em uma região ao nível do mar.
- 8 Imagine que você esteja em uma cidade a 700 m de altitude. Nessa condição, a força que você deve aplicar para levantar em MRU um saco de açúcar de 5 kg é maior, menor ou igual à força que o ar exerce sobre uma área de 1 m^2 ? Considere que a pressão diminui aproximadamente 1 cmHg a cada 100 m acima do nível do mar e $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- 9 Quantas vezes a pressão interna de um pneu, calibrado para 32 libras, é maior do que a pressão externa ao pneu, numa cidade a 400 m de altitude?

Considere que a pressão diminui aproximadamente 1 cmHg a cada 100 m acima do nível do mar e $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 10 Observe o tubo em U contendo mercúrio. Uma das extremidades do tubo está unida a um pneu em cujo interior o ar é mantido à pressão de 2,5 atm, enquanto a outra extremidade é unida a um pneu em cujo interior o ar é mantido a 3,0 atm.



- a) Em qual dos dois pneus, A ou B, o ar interno tem maior pressão? Por quê?
- b) Quanto mede a altura h , assinalada na figura?

Densidade

Densidade absoluta ou massa específica (ρ) de uma substância

Sob pressão e temperatura constantes, uma substância pura tem massa diretamente proporcional ao seu volume. A razão constante entre a massa (m) da substância pura e o volume correspondente a essa massa é denominada massa específica (ρ) ou densidade absoluta da substância.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Se tomarmos, por exemplo, um cubo de ferro, supostamente homogêneo, de aresta 10 cm (fig. 12), seu volume será:

$$V = (10 \text{ cm})^3 = 1.000 \text{ cm}^3$$

Esse corpo terá massa de 7.800 g ou 7,8 kg, pois a massa específica do ferro é $7,8 \text{ g/cm}^3$.

No entanto, se avaliarmos a massa desse corpo e o valor encontrado for diferente de 7,8 kg, saberemos que não se trata de material homogêneo, ou seja, em sua composição há outro material além de ferro. Vamos supor que a massa, nesse caso, seja igual a 6,0 kg, ou 6.000 g. Poderemos, então, determinar a **densidade** do corpo dividindo esse valor de massa pelo volume ocupado, ou seja:

$$\text{densidade} = \frac{6.000 \text{ g}}{1.000 \text{ cm}^3} = 6,0 \text{ g/cm}^3$$

A densidade de um corpo pode, portanto, ser assim definida:

A densidade (d) de um corpo é a razão entre sua massa (m) e seu volume (V), isto é:

$$d = \frac{m}{V}$$

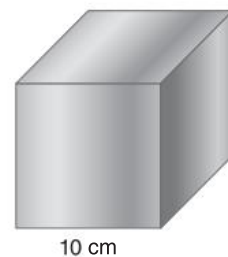


Figura 12

No Sistema Internacional de Unidades, a massa específica de uma substância e a densidade de um corpo são expressas em quilogramas por metro cúbico (kg/m^3), embora seja frequente escrever essas grandezas em gramas por centímetro cúbico (g/cm^3) ou, ainda, no caso específico dos líquidos, em quilogramas por litro (kg/L). Veja a correspondência entre os valores de densidades representados com essas unidades:

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1.000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/L}$$

A tabela 2, ao lado, apresenta valores da massa específica de algumas substâncias. Vale considerar que, para corpos sólidos homogêneos e maciços, a massa específica e a densidade têm o mesmo valor. Os líquidos geralmente são considerados homogêneos e, portanto, a densidade de um líquido é igual à sua massa específica.

Pressão exercida por um líquido

Observe no arranjo experimental da figura 13 que o jato de líquido de maior alcance é aquele proveniente do furo que está em maior profundidade em relação à superfície livre.

O furo mais próximo da base da garrafa, assim como as torneiras nos andares mais próximos do andar térreo de um prédio ou o ouvido de um mergulhador estão sujeitos à maior pressão da coluna de água.

NELSON MATSUDA



Figura 13 • Neste experimento simples, é possível observar a diferença do alcance dos jatos de líquido em relação à altura em que cada furo se localiza.

Em uma situação de mergulho marítimo (fig. 14), à medida que um mergulhador se aproxima do fundo do mar, aumenta a altura da coluna de água sobre seu corpo e consequentemente o peso dessa coluna. O aumento dessa força e, portanto, da pressão, pode causar desde desconforto nos ouvidos até rompimento da **membrana timpânica**. Mergulhadores experientes utilizam manômetros, aparelhos que medem pressão, e sabem que a cada 10 m que se aprofundam na água ocorre aumento de pressão equivalente a 1 atmosfera (1 atm).

LUIZ RUBIO

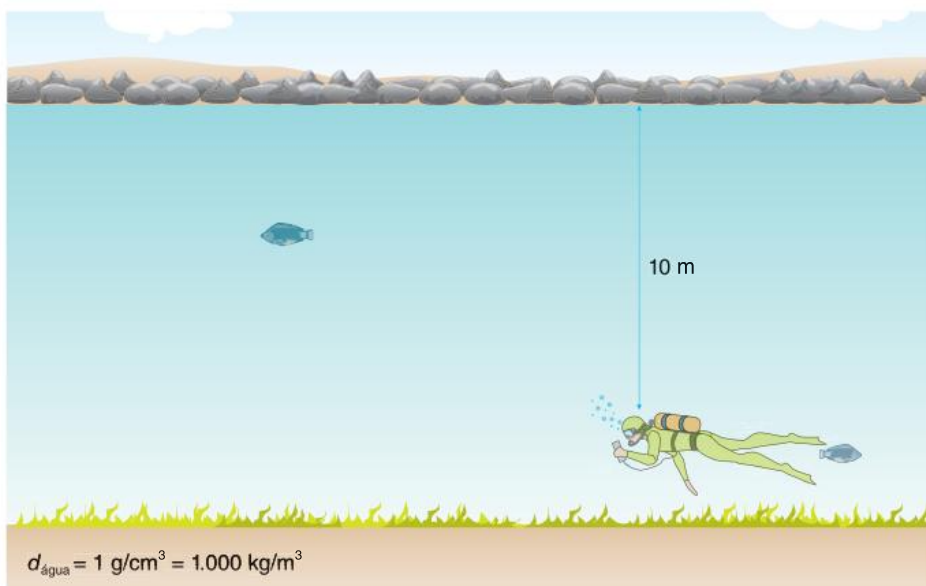


Tabela 2 – Massas específicas (a 0 °C e à pressão de 1 atm)

Substância	$\rho \text{ (g/cm}^3\text{)}$
Água	1,00
Água do mar	1,03
Álcool etílico	0,79
Alumínio	2,7
Ar	0,0013
Cortiça	0,24
Ferro	7,6
Gasolina	0,70
Gelo	0,92
Ouro	19,3
Platina	21,5
Prata	10,5
Mercúrio	13,6

Fonte: LTDE, D. R. (Ed.). *Handbook of Chemistry and Physics*. 84. ed. Boca Raton: CRC Press, 2003. p. 4-39ss e 15-32.

S9

Leia no **Suplemento** comentários acerca da possibilidade de abordar os conteúdos desta seção apenas com a aplicação do cálculo proporcional.

Membrana timpânica. Membrana fina que se localiza entre a orelha externa e a orelha média.

Figura 14 • A cada 10 m que o mergulhador se aprofunda na água ($d = 1 \text{ g/cm}^3$) ocorre aumento de pressão equivalente a 1 atm.

A pressão em um líquido (pressão hidrostática p) é uma grandeza diretamente proporcional à profundidade h e à densidade d do líquido. Caso o mergulho seja realizado em um líquido de densidade 50% menor que a densidade da água, serão necessários 20 m de coluna de líquido para uma pressão hidrostática equivalente a 1 atm. Essa mesma pressão hidrostática seria atingida a 5 m de profundidade se o mergulho ocorresse em um líquido de densidade 2 g/cm^3 . Portanto:

$$p \propto dh$$

A constante de proporcionalidade, nesse caso, é representada pela aceleração da gravidade (g). Assim:

$$p_{\text{hid.}} = dgh$$

A pressão $p_{\text{hid.}}$ é denominada **pressão hidrostática**.

Em uma situação real, além da pressão hidrostática, um mergulhador sente também os efeitos da pressão atmosférica local.

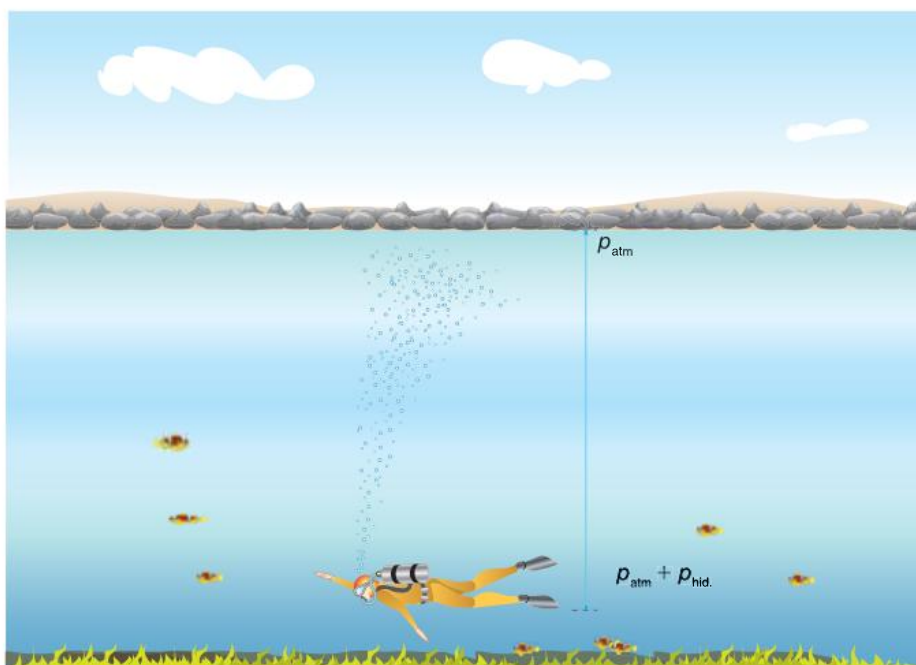


Figura 15 • Mergulhador sob a ação da pressão atmosférica e da pressão hidrostática.

De modo geral, a pressão (p) em um ponto a uma profundidade (h) sobre um líquido de densidade (d), numa região de pressão atmosférica (p_0) e aceleração da gravidade (g), é dada por:

$$p = p_0 + dgh$$

Essa equação, conhecida como **equação fundamental da Hidrostática**, mostra que a pressão (p) varia linearmente com a profundidade (h), ou seja, o gráfico $p \times h$ é uma semirreta de origem no ponto $(0, p_0)$ (fig. 16).

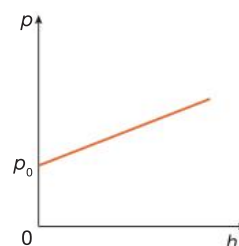


Figura 16 • Gráfico pressão \times profundidade.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R6 A densidade da glicerina é $1,25 \text{ g/cm}^3$, e a densidade do mercúrio é $13,6 \text{ g/cm}^3$. Qual é a altura da coluna de glicerina capaz de equilibrar a pressão atmosférica ao nível do mar?

► Resolução

Precisamos determinar quantas vezes a densidade da glicerina é menor do que a densidade do mercúrio, calculando:

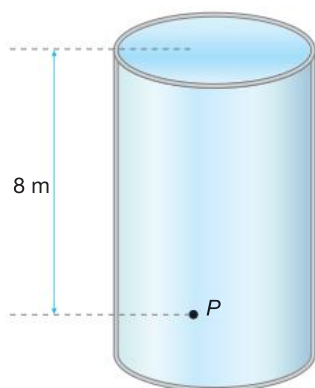
$$13,6 : 1,25 = 10,88$$

Dessa forma, seria necessária uma coluna de glicerina 10,88 vezes mais alta do que a coluna de mercúrio, que, ao nível do mar, é igual a 76 cm:

$$76 \text{ cm} \cdot 10,88 = 826,88 \text{ cm} \approx 8,3 \text{ m}$$

Portanto, uma coluna de glicerina de 8,3 m equilibra, com seu peso, a pressão atmosférica ao nível do mar.

R7 Qual é a pressão, em N/m^2 e em atm, no ponto P da figura, que está a 8 m de profundidade na água, de densidade 1 g/cm^3 , em um tanque ao nível do mar?



► Resolução

Podemos resolver o problema utilizando a relação conhecida sobre o aumento de pressão de 1 atm a cada 10 m de profundidade na água e escrever uma proporção:

Pressão (atm)		Altura (m)
1,0	—	10
x	—	8

Logo: $x = 0,8 \text{ atm}$

Em seguida, devemos adicionar o valor encontrado à pressão atmosférica de 1,0 atm, obtendo, portanto:

$$p = 1,0 \text{ atm} + 0,8 \text{ atm} = 1,8 \text{ atm}$$

A conversão de um valor em atm para o valor correspondente em N/m^2 é:

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

Assim, a pressão, calculada anteriormente em atm, pode ser representada por:

$$p = 1,8 \text{ atm} = 1,8 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Esse problema também pode ser resolvido com a equação fundamental da Hidrostática. Nesse caso, é necessária atenção às unidades das grandezas, uma vez que todas devem ser expressas em unidades do SI, ou seja:

$$d_{\text{água}} = 1.000 \text{ kg/m}^3; p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ e } h = 8 \text{ m}$$

Observe:

$$p = p_0 + dgh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 10^5 + 1.000 \cdot 10 \cdot 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 10^5 + 8 \times 10^4 = 10^5 + 0,8 \times 10^5$$

$$\therefore p = 1,8 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

R8 Um aparelho que mede correntes marinhas suporta pressões de até 25 atm, sem perder a precisão. Qual é a profundidade máxima que esse aparelho pode atingir na água do mar, sem perder a precisão?

(Adote a densidade da água do mar igual a 1 g/cm^3 .)

► Resolução

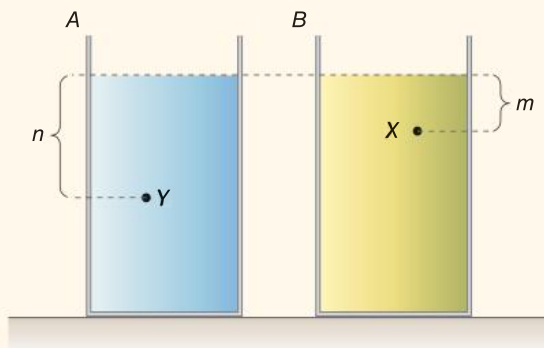
A pressão máxima suportada pelo aparelho pode ser separada em duas parcelas: uma relativa à pressão atmosférica, igual a 1 atm, e a outra relativa à coluna de água, ou seja, 24 atm. Lembrando a relação de 10 m de profundidade para cada acréscimo de 1 atm na pressão, podemos afirmar que, sem perder a precisão, o aparelho poderá atingir a profundidade de:

$$24 \cdot 10 \text{ m} = 240 \text{ m}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

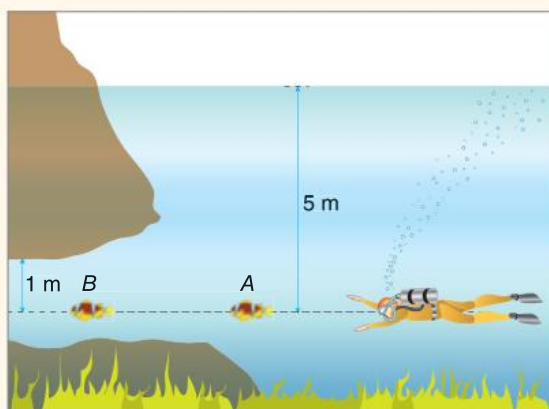
Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 11** No desenho, estão representados dois tanques, A e B. O tanque A contém água (densidade = 1 g/cm^3) e o tanque B contém um líquido de densidade igual a 2 g/cm^3 . Se as pressões nos pontos X e Y são iguais, o que podemos afirmar sobre a relação entre as alturas m e n assinaladas nos desenhos?



- 12** A quantos metros de profundidade deve estar um ponto no álcool cuja densidade é $0,8 \text{ g/cm}^3$, para que a pressão exercida pelo líquido nesse ponto seja igual àquela que a água de densidade $1,0 \text{ g/cm}^3$ exerce em um ponto situado a 10 m de profundidade?

- 13** A figura representa um mergulhador, no mar, seguindo os movimentos de um peixe que entra em uma caverna submarina. Sendo $1,0 \text{ g/cm}^3$ a densidade da água, calcule o valor da pressão a que está submetido:



- a) o mergulhador; b) o peixe.

- 14** Qual é a profundidade que pode atingir, no mar, uma pessoa que não suporta pressão além do limite de 6 atm? (Considere a densidade da água do mar igual a $1,0 \text{ g/cm}^3$.)

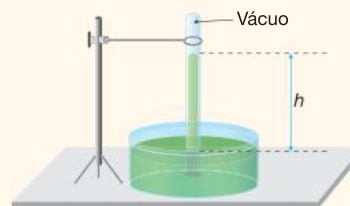
- 15** Cabines de avião devem ser pressurizadas para que os passageiros se sintam, em voo, como se estivessem no solo, por isso, a pressão interna

da cabine do avião é aproximadamente igual à de uma cidade ao nível do mar. No momento em que um avião está em curso a 10.000 m de altitude, a pressão externa é cerca de $\frac{1}{4}$ da pressão atmosférica da superfície. Nessas condições, calcule o valor da força exercida sobre uma das janelas do avião, de formato retangular e de medidas $0,5 \text{ m} \times 0,40 \text{ m}$.

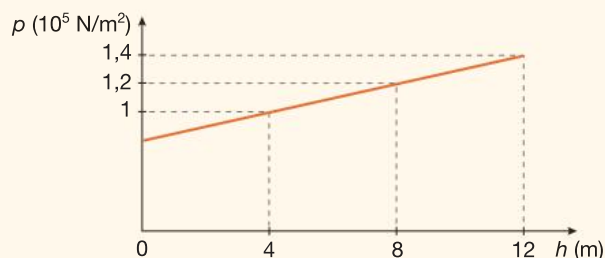


BOKANE/ALAMY/GLOW IMAGES

- 16** Observe o desenho de um experimento semelhante ao de Torricelli, realizado ao nível do mar, contendo no tubo um líquido de densidade $3,4 \text{ g/cm}^3$. Qual é, nessa condição, a altura, em metros, da coluna de líquido que está equilibrando a pressão atmosférica?



- 17** O gráfico abaixo representa a variação da pressão, no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, em função da profundidade. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



- a) Determine a massa específica ou a densidade absoluta do líquido.
 b) Calcule a pressão atmosférica do local onde o líquido está.
 c) Determine o valor aproximado da altitude da cidade onde o líquido está.
 d) Calcule a pressão em um ponto a 15 m abaixo da superfície do líquido.

4 Pressão em líquidos: princípio de Pascal e vasos comunicantes

Quando você vai cortar o cabelo, você se senta em uma cadeira que sobe após o cabeleireiro pisar algumas vezes em uma alavanca ligada a um pistão. Usando um dispositivo parecido, funcionários de oficinas mecânicas e depósitos de combustível conseguem elevar carros.

Nas situações descritas, objetos de grande massa são elevados por meio de uma variação de pressão provocada em um ponto de um líquido.

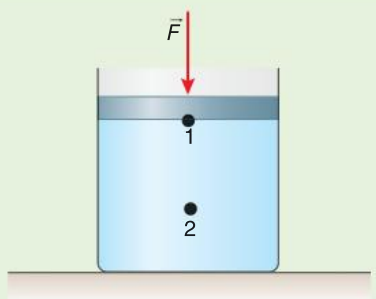
Ao apertar uma seringa cheia de líquido, ocorre o escoamento do líquido por uma abertura. Isso acontece porque a pressão exercida sobre a seringa é transmitida aos demais pontos do líquido, provocando seu escoamento pela extremidade aberta, situação semelhante à mostrada na figura 17.

O filósofo, físico e matemático francês Blaise Pascal (1623-1662) sintetizou essas considerações em um princípio que recebeu seu nome.

Princípio de Pascal

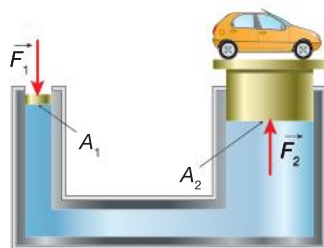
“Um acréscimo de pressão exercido em um ponto de um líquido em equilíbrio é transmitido integralmente a todos os pontos do líquido e às paredes do recipiente que o contém.”

Se no ponto 1 ocorrer um acréscimo de pressão Δp_1 , então no ponto 2 acontecerá um aumento de pressão Δp_2 tal que $\Delta p_2 = \Delta p_1$.



LUIZ RUBIO

O funcionamento de um elevador hidráulico pode ser explicado por um modelo em que dois êmbolos são unidos por um condutor cheio de líquido, normalmente óleo, conforme representado na figura 18.



LUIZ RUBIO

Figura 18 • Representação de um elevador hidráulico.

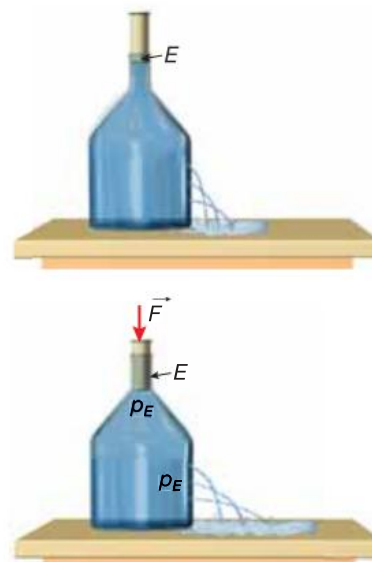
Aplicando determinada força sobre o êmbolo de área A_1 , a pressão é comunicada através do líquido ao êmbolo de área A_2 , normalmente maior do que A_1 .

Pelo princípio de Pascal, o acréscimo de pressão provocado pela ação da força \vec{F}_1 sobre o êmbolo de área A_1 é transmitido igualmente a todos os pontos do líquido. Assim, temos pressões iguais em A_1 e A_2 e, portanto, os módulos das forças exercidas sobre os êmbolos serão diferentes.

Veja:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_1$$

Como a fração $\frac{A_2}{A_1}$ é maior do que 1, uma vez que A_2 é maior do que A_1 , a força F_2 tem módulo maior do que o módulo de F_1 .



ILUSTRAÇÕES: MANGA

Figura 17 • A pressão p exercida sobre o êmbolo E de área A por uma força \vec{F} é integralmente transmitida aos demais pontos do líquido. Na segunda figura, com o aumento da pressão no líquido próximo ao êmbolo, ao sair dos buracos, o líquido atinge maior distância.

Vasos comunicantes

Um sistema de vasos comunicantes é constituído de um conjunto de recipientes de formatos iguais ou diferentes, no qual exista a possibilidade de escoamento de um líquido de um ramo a outro.

Ao derramar um líquido em um ramo de um sistema de vasos comunicantes, observa-se que esse líquido escoa por todos os ramos onde a comunicação esteja disponível. Ainda é possível observar um mesmo nível horizontal comum a todos os ramos. Isso ocorre porque as superfícies livres do líquido em cada ramo estão sujeitas à mesma pressão, a pressão atmosférica (fig. 19).

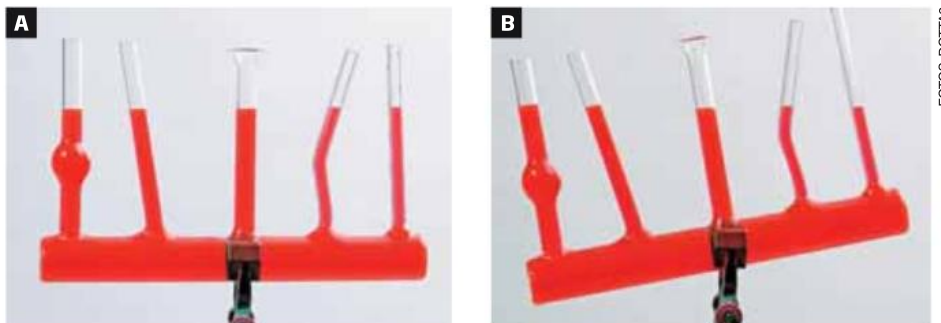


Figura 19 • Mesmo inclinando os vasos comunicantes, a altura dos líquidos em relação à horizontal permanece a mesma.

Tubos em U (fig. 20) são sistemas de vasos comunicantes que podem ser utilizados para determinar a densidade desconhecida de um líquido. Em primeiro lugar, derrama-se um líquido de densidade conhecida (água, por exemplo) em um dos ramos do tubo. A seguir, coloca-se o líquido de densidade desconhecida e que seja não miscível ao primeiro líquido derramado (óleo, por exemplo).

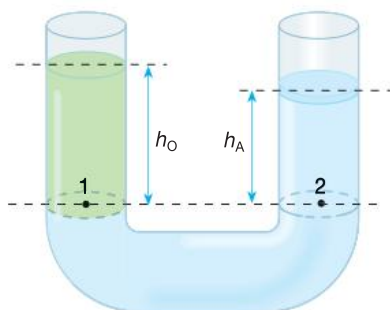


Figura 20 • Tubo em U contendo dois líquidos não miscíveis. Podemos medir as alturas h_A e h_O a partir da superfície de separação entre os líquidos (água e óleo, neste caso).

Sabemos que as pressões nos pontos 1 e 2 são iguais, pois ambos são pontos de um mesmo líquido em um mesmo nível horizontal; assim:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_{\text{atm}} + d_A h_A g = p_{\text{atm}} + d_O h_O g$$

Como p_{atm} é termo comum aos dois membros da equação, temos:

$$d_A h_A g = d_O h_O g$$

Sendo g fator comum a ambos os membros, concluímos que:

$$d_A h_A = d_O h_O$$

Medimos as alturas h_A e h_O e, sabendo a densidade da água, obtemos o valor da densidade do óleo. Observe que as alturas a partir da superfície de separação entre os líquidos são grandezas inversamente proporcionais às densidades dos líquidos colocados no sistema de vasos comunicantes.

EXPLORE EM GEOGRAFIA

Quais são os dois maiores aquíferos do Brasil? Onde se situam?

S10

No Suplemento, há comentários sobre este "Explore".

Miscível. Que se mistura a outro. No caso, líquidos que são miscíveis se misturam, como álcool e água. Líquidos que não são miscíveis são aqueles que não se misturam, como água e óleo.

S11

No Suplemento, há comentários sobre este "Explore".

EXPLORE EM BIOLOGIA

O que é hipertensão? Quais hábitos saudáveis podemos adquirir na infância e na adolescência para ajudar a evitá-la?

Já sabe responder?

Por que os ouvidos doem quando atingimos certa profundidade ao mergulhar?

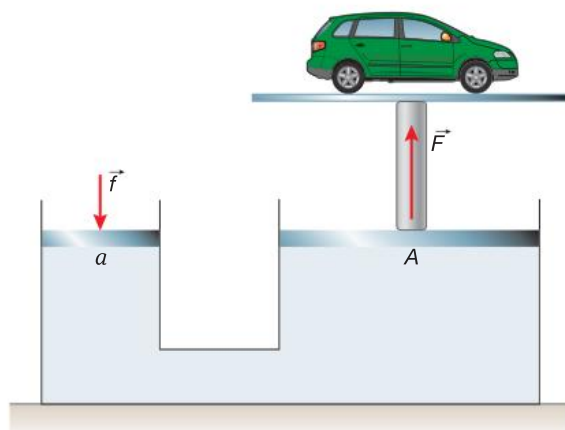
ANDREY NEKRASOV/ALAMY/GLOW IMAGES



Mergulhadores profissionais usam tampa ouvidos para diminuir os efeitos da pressão do líquido.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R9 Um automóvel de 1.200 kg de massa, sustentado por um êmbolo de 2.000 cm² de área, é elevado por um elevador hidráulico acionado por um pistão de 25 cm² de área. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



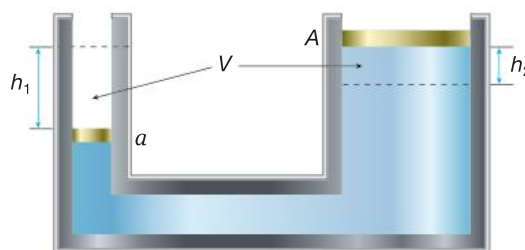
- Qual deve ser a menor intensidade da força \vec{f} aplicada no pistão para elevar o automóvel?
- Qual deve ser o deslocamento do pistão para elevar o carro a 1 m de altura?

► Resolução

$$\text{a) } \Delta p_2 = \Delta p_1 \Rightarrow \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{f}{25} = \frac{1.200 \cdot 10}{2.000} \therefore f = 150 \text{ N}$$

- O volume de líquido deslocado é o mesmo nos ramos 1 e 2 dos vasos comunicantes que compõem a prensa hidráulica.



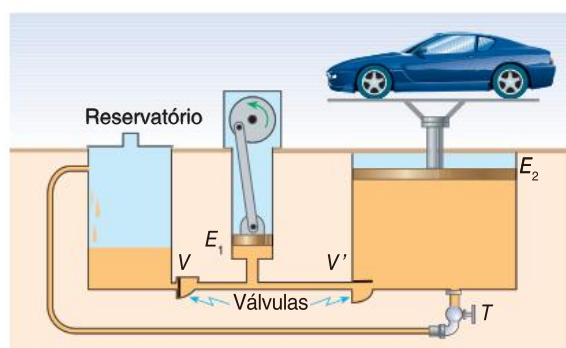
Assim, temos:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow a \cdot h_1 = A \cdot h_2 \Rightarrow$$

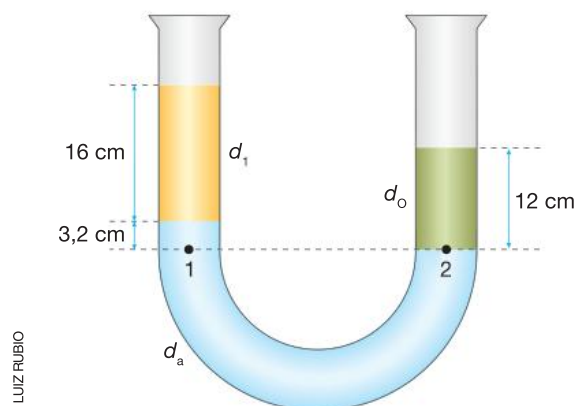
$$\Rightarrow 25 \cdot h_1 = 2.000 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{2.000}{25} \therefore h_1 = 80 \text{ m}$$

O resultado obtido indica um valor muito grande para o deslocamento do êmbolo menor. De fato, sistemas hidráulicos desse tipo são compostos de vários deslocamentos sucessivos e menores, que ocorrem por meio de um sistema de reservatórios e válvulas intermediárias.



- **R10** A figura representa um sistema de vasos comunicantes contendo três líquidos não miscíveis, entre eles, água e óleo. Considere o sistema em equilíbrio e determine a densidade do líquido de menor densidade, sabendo que: densidade da água ($d_a = 1 \text{ g/cm}^3$) e densidade do óleo ($d_o = 0,8 \text{ g/cm}^3$).



► Resolução

Tomando por referência a superfície de separação entre a água e o óleo, temos dois pontos que pertencem ao mesmo líquido (água) em uma mesma profundidade. Assim, esses dois pontos estão sob a mesma pressão:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_{\text{atm}} + d_a h_a g + d_1 h_1 g = p_{\text{atm}} + d_o h_o g$$

Como p_{atm} é termo comum aos dois membros, temos:

$$d_a h_a g + d_1 h_1 g = d_o h_o g$$

A aceleração da gravidade g é fator comum aos membros, portanto:

$$d_a h_a + d_1 h_1 = d_o h_o$$

Substituindo os dados fornecidos, temos:

$$1 \cdot 3,2 + 16d_1 = 0,8 \cdot 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{(9,6 - 3,2)}{16} \therefore d_1 = 0,4 \text{ g/cm}^3$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 18** (Enem) Para realizar um experimento com uma garrafa PET cheia de água, perfurou-se a lateral da garrafa em três posições a diferentes alturas. Com a garrafa tampada, a água não vazou por nenhum dos orifícios, e, com a garrafa destampada, observou-se o escoamento da água, conforme ilustrado na figura.

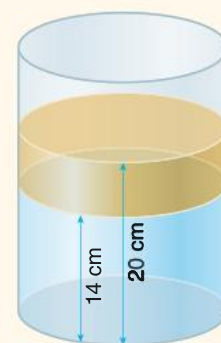


Como a pressão atmosférica interfere no escoamento da água, nas situações com a garrafa tampada e destampada, respectivamente?

- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; não muda a velocidade de escoamento, que só depende da pressão da coluna de água.
- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; altera a velocidade de escoamento, que é proporcional à pressão atmosférica na altura do furo.
- Impede a entrada de ar, por ser menor que a pressão interna; altera a velocidade de escoamento, que é proporcional à pressão atmosférica na altura do furo.
- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; regula a velocidade de escoamento, que só depende da pressão atmosférica.

- Impede a entrada de ar, por ser menor que a pressão interna; não muda a velocidade de escoamento, que só depende da pressão da coluna de água.

- 19** (UFT-TO) Um objeto pontual é colocado a 10 cm do fundo de um recipiente cilíndrico contendo água e óleo, conforme a figura. Qual é o valor da pressão a que o objeto está submetido devido às colunas de água e de óleo? Desconsidere a pressão atmosférica.



Dados:

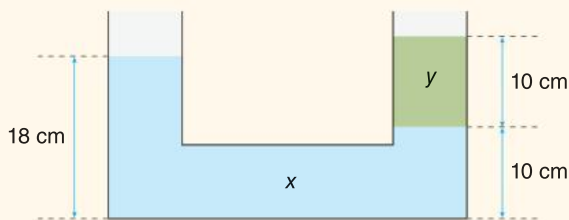
Densidade da água: $1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Densidade do óleo: $0,90 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

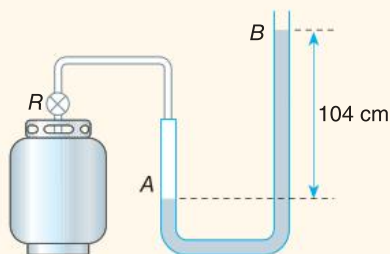
Aceleração gravitacional: 10 m/s^2

- $9,6 \times 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$
- $9,4 \times 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$
- $2,5 \times 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$
- $1,0 \times 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$
- $3,7 \times 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$

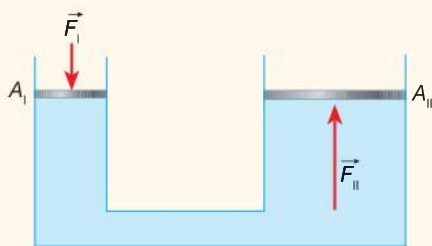
- 20** Na ilustração a seguir, x e y representam dois líquidos não miscíveis, contidos em um tubo em U em equilíbrio hidrostático. Qual dos dois líquidos, x ou y , tem maior densidade? Responda calculando a razão entre as densidades.



- 21** Um tubo em U contendo mercúrio foi acoplado à saída de um botijão de gás, conforme a ilustração, que representa o momento em que o registro do botijão de gás é aberto. Considerando que o aparato foi construído numa localidade ao nível do mar, qual é, em pascal, a pressão do gás contido no botijão? (Dados: densidade do mercúrio = $13,6 \text{ g/cm}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)



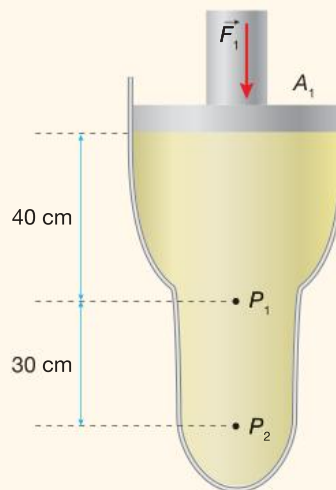
- 22** Um elevador hidráulico é formado pelo tubo em forma de U, representado na ilustração abaixo. Sendo as áreas A_I e A_{II} iguais, respectivamente, a $0,5 \text{ m}^2$ e $2,0 \text{ m}^2$, e o módulo da força \vec{F}_I igual a 1.000 N , calcule:



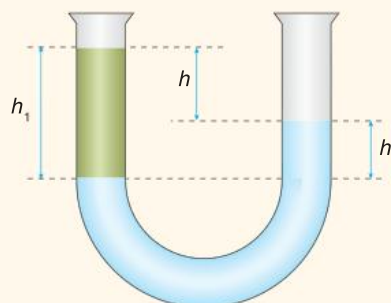
- o módulo da força \vec{F}_{II} ;
 - o deslocamento do êmbolo maior, se o menor foi deslocado 40 cm .
- 23** Os ramos de uma prensa hidráulica têm áreas iguais a 20 cm^2 e 50 cm^2 . Uma força de módulo 10 N é exercida sobre o êmbolo de menor área.
- Qual é a força transmitida ao êmbolo maior?

- A que altura é elevado o êmbolo maior se o menor desce $0,6 \text{ m}$?

- 24** Dois pontos, P_1 e P_2 , estão imersos em óleo homogêneo (densidade $0,9 \text{ g/cm}^3$), separados por 30 cm . A 40 cm acima do ponto P_1 , há um êmbolo de massa desprezível e área de 80 cm^2 . Não há contato do óleo do êmbolo com o meio exterior. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e nulo o módulo da força \vec{F}_1 , calcule:



- a pressão no ponto P_1 devida à coluna de óleo;
 - a diferença entre as pressões exercidas pelo óleo nos pontos P_1 e P_2 .
- 25** Na questão anterior, considere o módulo da força \vec{F}_1 igual a 10 N . Nessa condição, qual é:
- o aumento de pressão comunicado ao ponto P_1 ?
 - o aumento de pressão comunicado ao ponto P_2 ?
- 26** O tubo em U da figura tem suas extremidades abertas e contém dois líquidos não miscíveis, de densidades iguais a $0,75 \text{ g/cm}^3$ e $1,25 \text{ g/cm}^3$. Sendo igual a $4,0 \text{ cm}$ o desnível entre as superfícies livres dos líquidos, isto é, $h = 4,0 \text{ cm}$, calcule as alturas h_1 e h_2 .



CAPÍTULO 16

Hidrostatica: princípio de Arquimedes

ou: É mais fácil boiar no mar ou em uma piscina?

Considerando um mar de águas tranquilas, boiar nele é mais fácil, pois a água salgada, por ter maior quantidade de sal, é mais densa que a água doce. No Mar Morto, a densidade da água salgada é tão grande que uma pessoa consegue flutuar, sem muito esforço, com parte significativa do corpo fora da água.

1 Introdução

Nos oceanos, flutuam e deslizam grandes embarcações transportando toneladas de produtos entre os diversos países. Ao entrar na piscina ou no mar e "soltar" o corpo, você tem uma "sensação de leveza". As embarcações e você, nesse caso, estão sofrendo a ação de um mesmo tipo de força, denominada **empuxo**. Se uma bola de futebol ou de vôlei estiver boiando na água da piscina e você empurrá-la para que afunde, ela tenderá a voltar à superfície. Quando você afundou a bola na água, aumentou a força de empuxo sobre ela, fazendo com que ela voltasse à tona.

S12

O Suplemento apresenta orientações para o trabalho com a questão introdutória.

OLIVER HOFFMANN/SHUTTERSTOCK

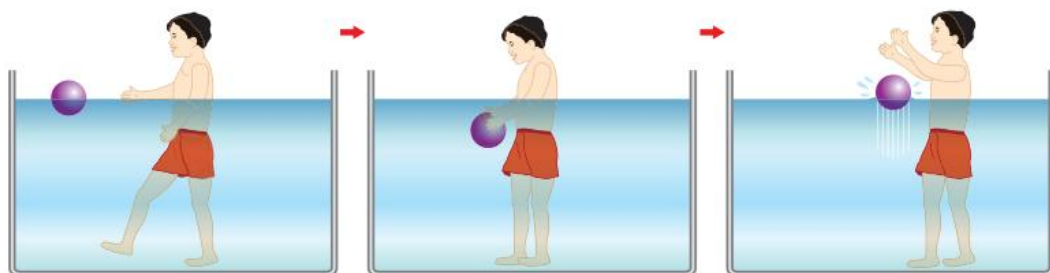


Figura 1 • Apesar da enorme massa, os grandes navios flutuam por causa da força de sustentação imposta pela água: o empuxo.

2 Empuxo

Todo corpo **imerso** em um líquido fica sujeito ao empuxo, uma força que tende a impedi-lo de afundar. Isso acontece às embarcações, às atletas do nado sincronizado e a você em contato com a água. Essa força, que é vertical e dirigida para cima, representa a força de sustentação da água nos corpos imersos (fig. 2). O empuxo ocorre em qualquer fluido (líquido ou gás), ou seja, não se trata de uma propriedade especial da água.

Imerso. O mesmo que mergulhado, afundado, submerso.



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

Figura 2 • Ao afundar uma bola numa piscina, ela tende a voltar à superfície.

De maneira geral, podemos enunciar:

Todo corpo imerso (total ou parcialmente) em um fluido fica sob a ação de uma força de direção vertical e dirigida para cima, denominada **empuxo**.

O módulo da força de empuxo pode ser observado em um experimento simples, envolvendo uma mola de constante elástica conhecida e um corpo de densidade maior do que a da água.

A proposta do experimento (fig. 3) consiste em pendurar o corpo na mola e medir a distensão observada (A). Em seguida, imergir o corpo na água contida em uma vasilha e medir novamente a distensão da mola (B).

Fora da água (fig. 3A), as forças que atuam sobre o corpo são seu peso (\vec{P}) e a força elástica da mola ($\vec{F}_{el.}$). No equilíbrio, $P = F_{el.}$.

Imerso na água (fig. 3B), o peso do corpo não se altera, mas a força elástica diminui, uma vez que a distensão da mola diminui. A força, de direção vertical e sentido para cima, responsável pela diminuição na distensão da mola é o empuxo. Na situação de equilíbrio, teremos:

$$P = F_{el.} + E$$

O empuxo é causado pelo fato de as diferentes forças exercidas pelo líquido sobre o corpo, quando ele está imerso parcial ou totalmente, não se anularem. A figura 4 mostra um corpo imerso em um líquido, mas a análise que faremos se aplica a qualquer tipo de fluido, e não apenas aos líquidos. Observe os pontos A, B, C e D assinalados na superfície do corpo.

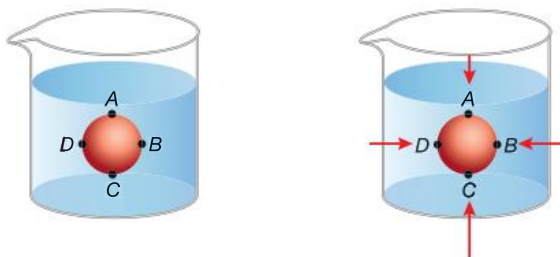


Figura 4 • O empuxo sobre o corpo é causado pelo fato de as diferentes forças exercidas pelo líquido, quando ele está imerso parcial ou totalmente, não se anularem.

Os pontos D e B estão à mesma profundidade e, portanto, à mesma pressão. As forças que atuam sobre esses pontos têm seu módulo e direção iguais, e sentidos opostos; portanto, se anulam. Isso, no entanto, não ocorre com as forças que atuam sobre os pontos A e C.

No ponto C, a pressão do líquido é maior do que no ponto A, ou seja, a força exercida sobre A é de menor intensidade do que a exercida sobre C. Como essas forças têm a mesma direção e sentidos opostos, a resultante entre elas será vertical para cima. Ou seja, será o empuxo.

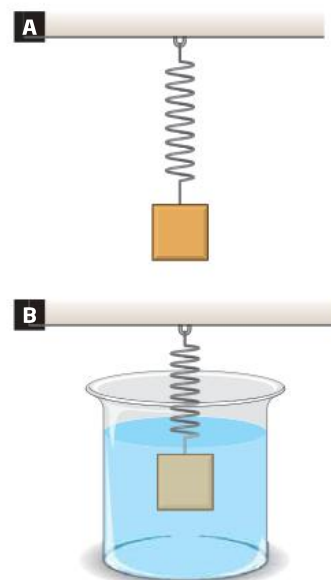


Figura 3 • A distensão da mola em (A) é maior do que em (B), quando o objeto está mergulhado no líquido.



Figura 5 • A água impõe uma força de sustentação à prancha. Isso ocorre porque o empuxo sobre a prancha é suficiente para impedir que o conjunto criança + prancha afunde.



Figura 6 • Para que o corpo totalmente imerso fique em equilíbrio, é necessário que o empuxo sobre o corpo tenha a mesma intensidade da força peso que atua sobre ele.



Figura 7 • Um balão de ar quente flutua nos céus, pois o empuxo é uma força exercida também pelos gases.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

3 Princípio de Arquimedes

Atribui-se ao grego Arquimedes (287-212 a.C.) a primeira definição de empuxo: “Todo corpo mergulhado em um líquido sofre uma força denominada empuxo equivalente ao peso do líquido deslocado”. O peso do líquido deslocado pode ser calculado a partir do volume do líquido deslocado (igual ao volume do corpo imerso, fig. 8) e da densidade do líquido.

Assim, temos:

$$E = \text{peso do volume de líquido deslocado}$$

Considerando que $P = m \cdot g$, escrevemos:

$$E = m_{\text{deslocada}} \cdot g$$

Nessa expressão, $m_{\text{deslocada}}$ é a massa de líquido que se deslocou quando o corpo foi imerso. Lembrando que $d_{\text{lq.}} = \frac{m_{\text{deslocada}}}{V_{\text{deslocado}}}$, consideramos $m_{\text{deslocada}} = d_{\text{lq.}} \cdot V_{\text{deslocado}}$ e concluímos:

$$E = d_{\text{lq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g$$

Essa é a expressão que podemos utilizar para calcular o valor do empuxo que age sobre um corpo imerso em um líquido de densidade d e que desloca, ao ser imerso, um volume V de fluido.

O empuxo é uma força vertical de sentido para cima que, eventualmente, equilibra o peso de um corpo imerso em um líquido. Podemos entender essa constatação se pensarmos sobre as forças que atuam em um corpo boiando na água, ou em um mergulhador que se move horizontalmente, a determinada distância da superfície.

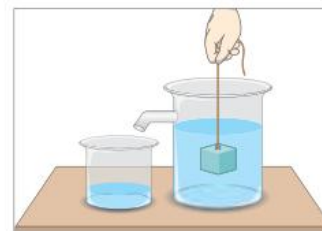


Figura 8 • O volume deslocado de líquido é igual ao volume do corpo imerso no líquido.

S14

No *Suplemento*, há sugestões de abordagem do conteúdo deste item, priorizando a comparação entre as densidades do corpo e do líquido onde ele é lançado.



Figura 9 • Sobre um corpo em equilíbrio vertical atuam duas forças de mesmo módulo e direção, mas de sentidos opostos: peso e empuxo. Esse equilíbrio pode ocorrer com o corpo parcialmente imerso (A), ou totalmente imerso, como o mergulhador (B).

Assim:

Nos corpos em equilíbrio vertical e flutuando em um líquido, a força de empuxo e a força peso têm módulos iguais.

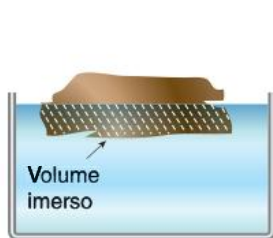


Figura 10

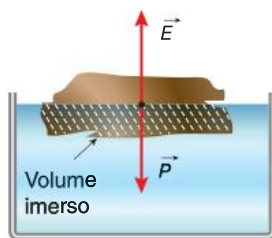


Figura 11

4 Empuxo, peso e densidade

Sabemos que alguns corpos afundam quando lançados na água, enquanto outros flutuam mantendo apenas uma parte de seu volume abaixo da linha da água. Corpos que afundam completamente quando colocados na água, e tendem a afundar cada vez mais, têm densidade média maior do que a da água.

Nesses casos, a força de empuxo é menor do que o peso do corpo. Caso o corpo atinja o fundo do recipiente e chegue ao equilíbrio estático, a força normal, reação do apoio, soma-se ao empuxo, tornando nula a resultante de forças sobre o corpo (fig. 12).

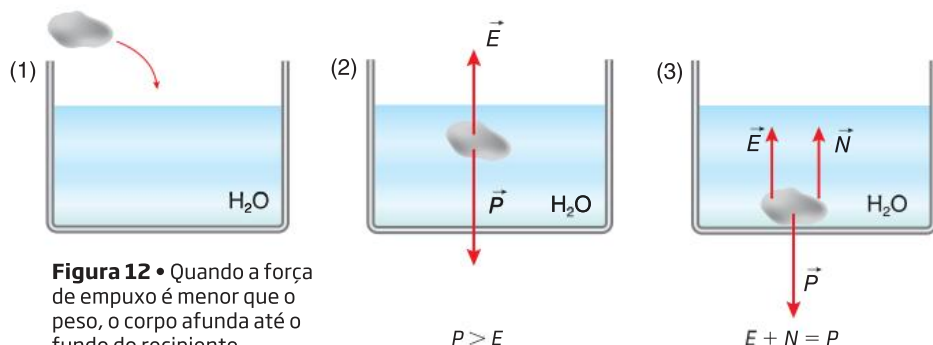


Figura 12 • Quando a força de empuxo é menor que o peso, o corpo afunda até o fundo do recipiente.

Se o corpo não submergir completamente e boiar com uma parte de seu volume acima da linha da água, podemos concluir que sua densidade é menor do que a densidade da água (fig. 13). A relação entre as densidades determina, nesse caso, a parte do volume do corpo que ficará imersa.

Apesar de os navios serem constituídos de materiais mais densos do que a água, têm volumes elevados. Assim, a densidade dessas embarcações é menor do que a densidade da água. O empuxo que atua sobre um navio é capaz, então, de equilibrar seu peso (fig. 14).

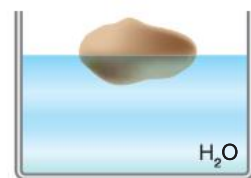


Figura 13 • Corpo flutuando: sua densidade é menor do que a da água.

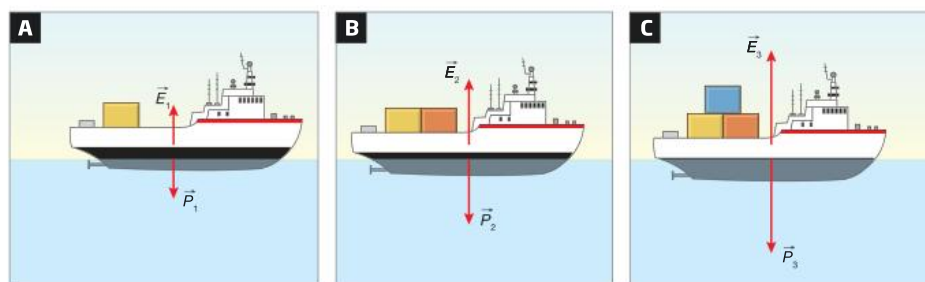


Figura 14 • Um barco afundará mais na água se contiver mais carga. Em (A), o barco está com menos carga do que em (C). Em (B), o barco está carregado com carga intermediária em relação às cargas representadas nas figuras (A) e (C). Como o empuxo é diretamente proporcional ao volume de líquido deslocado, temos $E_3 > E_2 > E_1$, pois o maior volume de líquido deslocado ocorre na situação mostrada em (C), e o menor, na situação mostrada em (A).

Há ainda um caso a considerar: aquele em que o corpo e o líquido têm densidades iguais. Nesse caso, o corpo fica totalmente abaixo da linha da água, em equilíbrio estático, na posição em que for colocado. Nessa situação, também, o empuxo e o peso são forças de mesmo módulo (fig. 15).

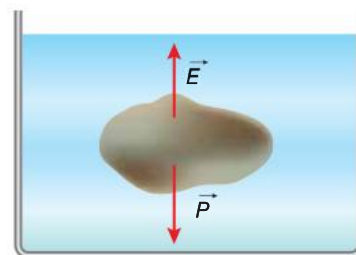


Figura 15 • Corpo totalmente imerso e em equilíbrio: densidade igual à do líquido: $E = P$

Já sabe responder?

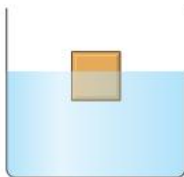
É mais fácil boiar no mar ou em uma piscina?



O Mar Morto, localizado na fronteira de Israel com a Jordânia, tem esse nome porque, devido à grande quantidade de sal, nenhum ser vivo, exceto alguns microrganismos adaptados, consegue sobreviver em suas águas.

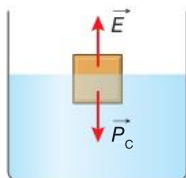
QUESTÕES RESOLVIDAS

- R1** Um cubo de plástico maciço e homogêneo, cujo volume é de 400 cm^3 , flutua na água em equilíbrio, com 60% de seu volume imerso. Apenas uma das faces do cubo está inteiramente fora da água e paralela à superfície. Calcule a massa específica do cubo. (Dado: $d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$)



► Resolução

Como o cubo está em equilíbrio, a resultante das forças que atuam sobre ele é nula. Assim, o empuxo do líquido sobre o corpo deve ter intensidade igual à da força peso que atua sobre ele ($E = P$).



$$\begin{aligned} E = P &\Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g = m_c \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} = m_c \Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} = d_c V_c \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 \cdot 0,6 \cdot 400 = d_c \cdot 400 \Rightarrow \\ &\Rightarrow d_c = 1 \cdot 0,6 \therefore \boxed{d_c = 0,6 \text{ g/cm}^3} \end{aligned}$$

Como o cubo de plástico é homogêneo, sua densidade tem o mesmo valor da massa específica do plástico.

Observe que, se 60% do corpo está imerso em água ($d = 1 \text{ g/cm}^3$), então a densidade do cubo corresponde a 60% da densidade da água, ou seja:

$$\boxed{d_c = 0,6 \text{ g/cm}^3}$$

- R2** Um corpo maciço e homogêneo de densidade $0,8 \text{ g/cm}^3$ e $5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ está preso por meio de um fio inextensível e de massa desprezível ao fundo de um recipiente cheio de água, como indicado na figura.

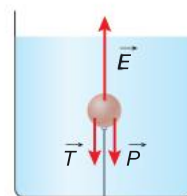


(Considere: densidade da água = 1.000 kg/m^3)

- Calcule o módulo da tração no fio que prende o objeto ao fundo do recipiente.
- Se o fio que prende o objeto ao recipiente for cortado, qual será o volume emerso (acima da linha da água) do objeto após atingir o equilíbrio na superfície da água?

► Resolução

- a) Na situação em que o objeto está preso ao fundo do recipiente, três forças atuam sobre ele, \vec{P} , \vec{T} e \vec{E} , como indicado no esquema.



VOCÊ SE LEMBRA?

No SI, a unidade de volume é o m^3 e a densidade é expressa em kg/m^3 .

Lembre-se de que:

$$1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ e}$$

$$1 \text{ kg/m}^3 = 10^3 \text{ g/cm}^3$$

No equilíbrio:

$$T + P = E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T + d_c V_c g = d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g \Rightarrow$$

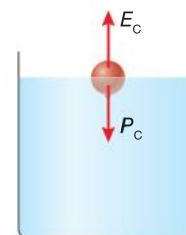
$$\Rightarrow T = d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g - d_c V_c g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 1.000 \cdot 5 \times 10^{-4} \cdot 10 - 0,8 \cdot 1.000 \cdot 5 \times 10^{-4} \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 1.000 \cdot 5 \times 10^{-4} \cdot 10 \cdot (1 - 0,8)$$

$$\therefore \boxed{T = 1 \text{ N}}$$

- b) Após atingir o equilíbrio na superfície, continuam atuando sobre o corpo as forças \vec{P} e \vec{E} . As intensidades das duas forças são iguais, pois o corpo está em equilíbrio.



Como $E = P$, então:

$$d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g = d_c V_c g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_c V_c = d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,8 \cdot 1.000 \cdot 5 \times 10^{-4} = 1.000 V_{\text{deslocado}}$$

$$\therefore V_{\text{deslocado}} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Esse volume corresponde ao volume deslocado de água, ou seja, à porção imersa do corpo. Assim, o volume emerso do corpo é igual a:

$$V_{\text{emerso}} = V_{\text{total}} - V_{\text{imerso}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{\text{emerso}} = 5 \times 10^{-4} - 4 \times 10^{-4}$$

$$\therefore \boxed{V_{\text{emerso}} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^3}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1 Quando colocamos na água um corpo de densidade média menor do que a da água, o corpo flutua com uma parte de seu volume imerso. A relação entre os valores das densidades do corpo e da água indica quanto do volume do corpo ficará abaixo da linha da água. Veja o esquema que representa um corpo em equilíbrio flutuando na água com 70% de seu volume imerso.



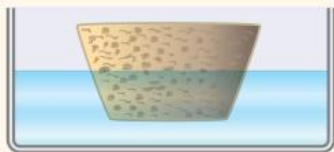
Se a densidade da água é igual a 1 g/cm^3 , qual é a densidade média do corpo?

- 2 Se um bloco de madeira maciça de densidade $0,85 \text{ g/cm}^3$ for lançado em um líquido, qual fração do volume desse bloco ficará abaixo da superfície no caso em que o líquido:
- é água, de densidade $1,0 \text{ g/cm}^3$?
 - é gasolina, de densidade $0,7 \text{ g/cm}^3$?
 - é óleo, de densidade $0,9 \text{ g/cm}^3$?
 - tem densidade igual a $1,7 \text{ g/cm}^3$?

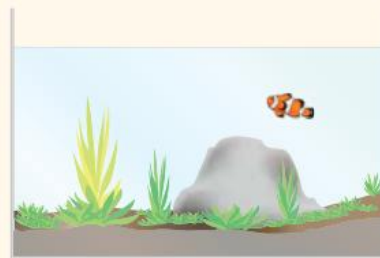
- 3 A densidade de um pedaço de alumínio de 500 cm^3 é igual a $2,7 \text{ g/cm}^3$. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule o empuxo que agirá sobre o pedaço de alumínio se ele for colocado:

- na água, de densidade $1,0 \text{ g/cm}^3$;
- na gasolina, de densidade $0,7 \text{ g/cm}^3$.

- 4 Observe a ilustração que representa um pedaço de cortiça de densidade $0,3 \text{ g/cm}^3$ flutuando num líquido de densidade $0,9 \text{ g/cm}^3$. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)



- Qual é o percentual do volume da cortiça que está acima da linha do líquido?
 - Qual é o valor do empuxo que atua sobre a cortiça, se o volume do pedaço é de $0,01 \text{ m}^3$?
- 5 No fundo de um aquário repousa uma pedra de densidade $5,6 \text{ g/cm}^3$ e volume 200 cm^3 . Qual é o módulo da força que a pedra exerce no fundo do aquário? (Considere a densidade da água contida no aquário igual a 1.000 kg/m^3 e a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .)



- 6 Um pedaço de madeira de $2,0 \text{ m}^3$ flutua na água suja (densidade 1.200 kg/m^3) de uma lagoa, com 80% de seu volume imerso. Dado que $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule:

- a densidade do pedaço de madeira;
- a massa, em kg, desse pedaço de madeira.

- 7 Um dinamômetro registra 35 N quando uma pedra de 4 kg é pendurada nele e imersa em um líquido de densidade $0,8 \text{ g/cm}^3$. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e calcule a densidade da pedra em g/cm^3 .

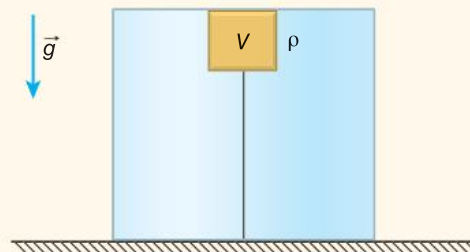
- 8 Um corpo de volume 200 cm^3 flutua em água de densidade $1,0 \text{ g/cm}^3$, com 60% de seu volume imerso. O mesmo corpo é colocado, a seguir, em um tanque contendo líquido de densidade $0,75 \text{ g/cm}^3$. Qual é, nesse caso, o volume do corpo, em cm^3 , que ficará imerso?

- 9 (PUC-RJ) Uma bola de isopor de volume 100 cm^3 se encontra totalmente submersa em uma caixa-d'água, presa ao fundo por um fio ideal. Qual é a força de tensão no fio, em newtons?

(Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $d_{\text{água}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$; $d_{\text{isopor}} = 20 \text{ kg/m}^3$)

- 0,80
- 800
- 980
- 1,02
- 0,98

- 10 (UPE) Um bloco de volume $V = 0,25 \text{ m}^3$ e massa $0,05 \text{ kg}$ está preso a um fio ideal e completamente imerso em um líquido de densidade $\rho = 400 \text{ kg/m}^3$ contido em uma caixa selada, conforme ilustra a figura.



Sabendo que a tensão no fio nessa situação é igual a $89,5 \text{ N}$, determine o módulo da reação normal da superfície superior da caixa sobre o bloco.

- $0,0 \text{ N}$
- $89,0 \text{ N}$
- $910,0 \text{ N}$
- $910,5 \text{ N}$
- $1.000,0 \text{ N}$

Submarinos



No Suplemento, há orientações para o desenvolvimento da atividade.

Você já imaginou que é possível entender como funciona um submarino usando apenas uma garrafa PET e o tubo de uma caneta? Por mais sofisticado que seja um submarino, com toda sua tecnologia, seu princípio de funcionamento é mais simples do que você pensa e está relacionado ao conceito de empuxo, discutido neste capítulo. Para compreender como isso se aplica ao submarino, você necessitará dos materiais a seguir.

Materiais

- Uma garrafa PET de 2 litros transparente e com tampa; um tubo transparente de caneta, sem o refil de tinta e sem a tampa; aproximadamente 2 litros de água; duas tampinhas da parte superior da caneta.

SÉRGIO PAULO



Procedimento

- 1 Corte a ponta do tubo, onde a carga é encaixada, para que as duas extremidades fiquem iguais.
- 2 Tampe uma das extremidades do tubo com uma das tampinhas e coloque água, deixando, aproximadamente, 5 ou 6 centímetros de ar. Para saber se a quantidade de água é suficiente para que o tubo flutue, teste antes em uma vasilha com água.
- 3 Tampe a outra extremidade com a outra tampinha. Certifique-se de que a caneta está bem vedada.
- 4 Encha completamente de água a garrafa PET, tomando cuidado para que não fiquem bolhas de ar em seu interior, e coloque a caneta dentro da garrafa. Não tampe a garrafa ainda.

- 5 Observe que, inicialmente, a parte superior da caneta ficará na mesma linha horizontal da superfície livre da água, caracterizando sua flutuação.
- 6 Tampe a garrafa, aperte-a levemente e solte: observe o que acontece com o tubo de caneta.

Questões

- 1 De acordo com o conceito de empuxo estudado neste capítulo, explique o que você observou no experimento.
- 2 Faça um esquema representando a garrafa, a caneta e as forças que atuam sobre ela nas situações observadas.
- 3 Relacione o funcionamento do seu “submarino” de tubo de caneta com o de um submarino real.

1 (Uerj) Uma barca para transportar automóveis entre as margens de um rio, quando vazia, tem volume igual a 100 m^3 e massa igual a $4,0 \times 10^4 \text{ kg}$. Considere que todos os automóveis transportados tenham a mesma massa de $1,5 \times 10^3 \text{ kg}$ e que a densidade da água seja de $1.000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. O número máximo de automóveis que podem ser simultaneamente transportados pela barca corresponde a:

- a) 10 b) 40 c) 80 d) 120

2 (Fuvest-SP) Um objeto homogêneo colocado em um recipiente com água tem 32% de seu volume submerso; já em um recipiente com óleo, tem 40% de seu volume submerso. A densidade desse óleo, em g/cm^3 , é:

(Note e adote: densidade da água = 1 g/cm^3)

- a) 0,32 c) 0,64 e) 1,25
b) 0,40 d) 0,80

3 (UEG-GO) A pressão atmosférica no nível do mar vale $1,0 \text{ atm}$. Se uma pessoa que estiver nesse nível mergulhar $1,5 \text{ m}$ em uma piscina, estará submetida a um aumento de pressão da ordem de:

- a) 25% b) 20% c) 15% d) 10%

4 (PUC-RJ) Um tubo de $1,5 \text{ cm}$ de diâmetro e 10 cm de comprimento é cheio com água. A que profundidade, em cm , da superfície do líquido a pressão manométrica é de $2,0 \times 10^{-3} \text{ atm}$?

(Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\rho = 1 \text{ g/m}^3$ e $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 1,0 c) 2,5 e) 20
b) 2,0 d) 3,0

5 (Uece) Considere um tanque cilíndrico vertical. A tampa plana inferior desse recipiente é substituída por uma calota esférica de mesmo raio interno que o cilindro. Suponha que o tanque esteja completamente cheio de água. Nessas circunstâncias, é correto afirmar que a pressão hidrostática produz forças na superfície interna da calota sempre:

- a) radiais e para dentro.
b) verticais e para baixo.
c) radiais e para fora.
d) verticais e para cima.

6 (UPE) Considere as afirmações a seguir que analisam a situação de um carro sendo erguido por um macaco hidráulico.

I. O macaco hidráulico se baseia no princípio de Arquimedes para levantar o carro.

II. O macaco hidráulico se baseia no princípio de Pascal para levantar o carro.

III. O macaco hidráulico se baseia no princípio de Stevin para levantar o carro.

IV. O princípio de funcionamento do macaco hidráulico se baseia em uma variação de pressão comunicada a um ponto de um líquido incompressível e, em equilíbrio, é transmitida integralmente para todos os demais pontos do líquido e para as paredes do recipiente.

V. O princípio de funcionamento do macaco hidráulico se baseia em uma variação de pressão comunicada a um ponto de um líquido incompressível e, em equilíbrio, é transmitida apenas para a superfície mais baixa do recipiente que contém o líquido.

Estão **CORRETAS** apenas:

- a) I e IV c) II e III e) III e V
b) II e V d) II e IV

7 (PUC-RS) No oceano, a pressão hidrostática aumenta aproximadamente uma atmosfera a cada 10 m de profundidade. Um submarino encontra-se a 200 m de profundidade, e a pressão do ar no seu interior é de uma atmosfera. Nesse contexto, pode-se concluir que a diferença da pressão entre o interior e o exterior do submarino é, aproximadamente, de:

- a) 200 atm c) 21 atm e) 19 atm
b) 100 atm d) 20 atm

8 (UPF-RS) O inverno trouxe excesso de chuva para a região Sul, provocando aumento no volume de água nos rios. Com relação à força exercida pela água sobre os corpos nela imersos, denominada de empuxo, é **correto** afirmar:

- a) É sempre igual ao peso do corpo.
b) Seu valor depende da densidade do corpo imerso.
c) Seu valor depende da quantidade total de água no rio.
d) Tem seu módulo igual ao peso do volume da água deslocada.
e) É sempre menor do que o peso do corpo.

9 (UFRGS-RS) Verifique qual é a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Dois objetos, R e S , cujos volumes são iguais, são feitos do mesmo material. R tem a forma cúbica, e S , a forma esférica. Se R é maciço e S é oco, seus respectivos pesos P_R e P_S são tais que

Quando mantidos totalmente submersos em água, a força de empuxo E_R exercida sobre R é \square força de empuxo E_S exercida sobre S .

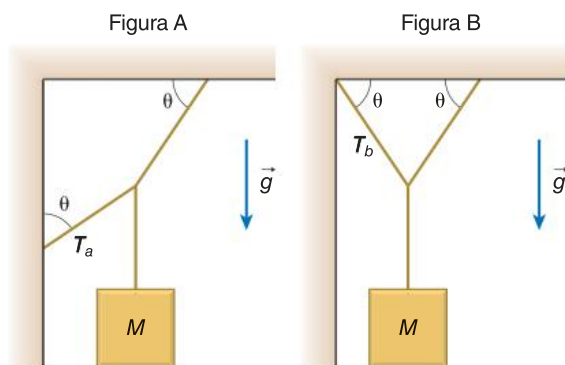
- $P_R > P_S$ – maior do que a
- $P_R > P_S$ – igual à
- $P_R > P_S$ – menor do que a
- $P_R = P_S$ – maior do que a
- $P_R = P_S$ – igual à

- 10** (Uerj) Em um pêndulo, um fio de massa desprezível sustenta uma pequena esfera magnetizada de massa igual a 0,01 kg. O sistema encontra-se em estado de equilíbrio, com o fio de sustentação em uma direção perpendicular ao solo. Um ímã, ao ser aproximado do sistema, exerce uma força horizontal sobre a esfera, e o pêndulo alcança um novo estado de equilíbrio, com o fio de sustentação formando um ângulo de 45° com a direção inicial.

Admitindo a aceleração da gravidade igual a $10 \text{ m} \times \text{s}^{-2}$, a magnitude dessa força, em newtons, é igual a:

- 0,1
- 0,2
- 1,0
- 2,0

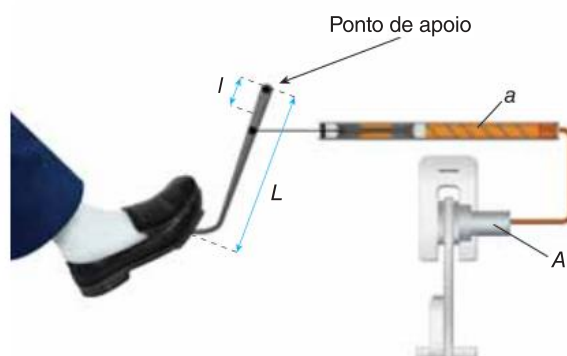
- 11** (UPE) Considere que ambos os sistemas mostrados nas figuras A e B, a seguir, estejam em equilíbrio e que as forças de tensão nos fios esquerdos possuam intensidades iguais a T_a e T_b , respectivamente.



Sabendo-se que $M = 5,0 \text{ kg}$ e que o ângulo θ é igual a 60° , é **CORRETO** afirmar que:

- $T_a = (2)^{\frac{1}{2}} T_b$
- $T_a = (3)^{\frac{1}{2}} T_b$
- $T_a = (5)^{\frac{1}{2}} T_b$
- $T_a = \frac{T_b}{2}$
- $T_a = T_b$

- 12** (UFRN) Do ponto de vista da Física, o sistema de freios dos carros atuais é formado por uma alavanca e por uma prensa hidráulica. Enquanto a alavanca tem a capacidade de ampliação da força aplicada por um fator igual à razão direta de seus braços, a prensa hidráulica amplia a força da alavanca na razão direta de suas áreas. Finalmente, a força resultante aciona os freios, conforme mostrado na figura, fazendo o veículo parar.



Considere que a alavanca tem braço maior, L , igual a 40 cm, e braço menor, l , igual a 10 cm, e a prensa hidráulica apresenta êmbolos com área maior, A , oito vezes maior que a área menor, a . Levando em consideração as características descritas acima, tal sistema de freios é capaz de fazer a força exercida no pedal dos freios, pelo motorista, aumentar:

- 32 vezes.
- 12 vezes.
- 24 vezes.
- 16 vezes.

- 13** (FCC-SP) Um cubo de madeira de aresta 20 cm tem massa 4,8 kg. Colocado em um tanque com água, ele flutua parcialmente imerso. Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $d_{\text{água}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, a força vertical mínima capaz de deixá-lo totalmente imerso vale, em newtons:

- 32
- 24
- 16
- 4,8
- 3,2

- 14** (Unifor-CE) Afundando 10 m na água, fica-se sob o efeito de uma pressão, devida ao líquido, de 1 atm. Em um líquido com 80% da densidade da água, para ficar também sob o efeito de 1 atm de pressão devida a esse líquido, precisa-se afundar, em metros:

- 8
- 11,5
- 12
- 12,5
- 15

UNIDADE

5

Trabalho e energia mecânica

Para começo de conversa

Quais são os tipos de energia que você conhece?
Em quais situações você reconhece sua presença?

A análise das respostas pode auxiliar o entendimento de como os alunos conceituam energia a partir dos saberes cotidianos e do conhecimento escolar de ciências. Costumeiramente, eles identificam situações em que há movimento ou atividades físicas com “gasto de energia”. Também surgem ideias envolvendo fontes energéticas e combustíveis, como petróleo, carvão, eletricidade e, eventualmente, concepções associadas aos seres vivos, como plantas e animais.

S1

Professor, consulte o *Suplemento* para obter orientações sobre a questão introdutória, os objetivos desta unidade e a proposta de abordagem inicial dos conteúdos.

Apresentação do espetáculo
Amaluna, protagonizado pela
companhia Cirque du Soleil.
Madri, 2015.

JAVIER SORIANO/AFP

Energia mecânica

Muitas das acrobacias que nos encantam em apresentações circenses estão relacionadas às trocas de energia realizadas durante os movimentos dos artistas. No espetáculo, muitas são as vezes em que a velocidade do artista é trocada por altura e vice-versa e, ainda que não percebamos, são incontáveis as situações nas quais o acrobata troca energia cinética por energia potencial gravitacional ou energia potencial elástica. Um olhar mais atento sobre esses movimentos nos faz compreender que há uma relação estreita entre o desempenho atlético do artista e o modo como ele realiza essas trocas de energia. Sua capacidade de transformar energia, aliada à capacidade motora, faz dos espetáculos demonstrações de grande potência física e mental.

MIKE PONT/FILMMAGIC/GETTY IMAGES

Capítulos

- 17 Trabalho, potência e energia cinética
- 18 Energia potencial
- 19 Transformações de energia mecânica

Trabalho, potência e energia cinética

ou: Por que trafegar em alta velocidade é sempre tão perigoso?



No *Suplemento*, você encontra orientações para o trabalho da questão introdutória.

1 Introdução

Nossa ideia de trabalho está quase sempre associada a esforço. Geralmente, quando pensamos no agente que realiza trabalho, imaginamos uma pessoa, uma máquina ou um animal. Para a Física, realizar trabalho implica deslocar um corpo sobre o qual forças são aplicadas. Em outras palavras, há trabalho quando é modificado o estado de movimento do corpo. Isso quer dizer que, se um corpo sai do repouso ou altera sua velocidade, a força resultante sobre ele realizou trabalho. Nesses casos, podemos medir o trabalho realizado pela força.

Em altas velocidades, os corpos têm grande energia cinética, que deve ser inteiramente dissipada para que o corpo consiga parar. Quanto maior a quantidade de energia a ser perdida, maior será o trabalho da força de atrito e, portanto, maior será o deslocamento até o corpo parar.

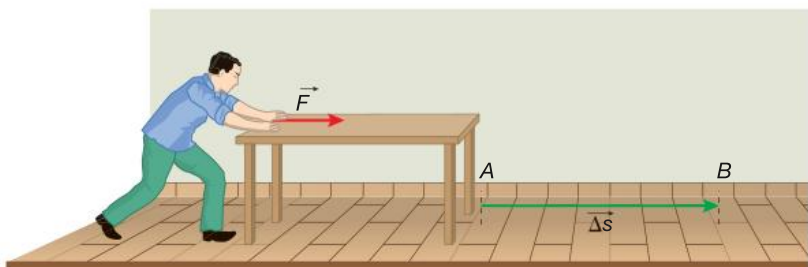
Figura 1 • Apesar de o atleta estar fazendo muito esforço para manter os halteres no alto, a força aplicada por ele não está realizando trabalho, pois não há deslocamento do aparelho.

2 Trabalho e potência

Uma força é considerada constante se seu módulo, sua direção e seu sentido forem os mesmos durante todo o tempo da observação do fenômeno. São exemplos de forças constantes: o peso, que só sofre alterações significativas quando nos afastamos bastante da superfície da Terra; ou a força de atrito, quando atua em um corpo que comprime o apoio sempre com a mesma força e se move durante todo o tempo em uma superfície de mesmo material.

Vamos imaginar uma mesa que deve ser arrastada de um lado a outro de uma sala encerada, na qual o atrito entre a mesa e o piso pode ser desprezado. Para isso, será aplicada sobre a mesa uma força \vec{F} constante que atuará enquanto ela percorre um deslocamento $\Delta\vec{s}$ (fig. 2).

Figura 2 • Uma força \vec{F} constante será aplicada à mesa para que ela se desloque de A para B.



LUÍZ RUBIO

Podemos pensar em muitas maneiras de conseguir que a mesa se desloque sob a ação da força \vec{F} . As figuras 3, 4 e 5 mostram algumas delas, e em todas estamos desconsiderando, por enquanto, o atrito entre os pés da mesa e o piso da sala.



Figuras 3, 4 e 5 • Em cada situação, atua sobre a mesa a força constante \vec{F} , de mesma intensidade nos três casos.

Em qualquer das situações mostradas, a aplicação da força \vec{F} fará o móvel se deslocar de A para B. Entretanto, quando a força for aplicada na direção horizontal, como na figura 5, podemos pensar que seu efeito será mais significativo, pois será mais fácil arrastar a mesa e, muito provavelmente, entre as três situações, a mesa terá a maior velocidade ao fim do deslocamento. Assim, dizemos que a intensidade do trabalho realizado por \vec{F} é maior na situação da figura 5.

Agora, vamos imaginar a mesma força \vec{F} aplicada perpendicularmente à mesa, ou seja, fazendo um ângulo de 90° com a direção do deslocamento (fig. 6). Essa força em nada contribuiria para o deslocamento pretendido. Portanto, uma força aplicada dessa maneira não realiza trabalho.

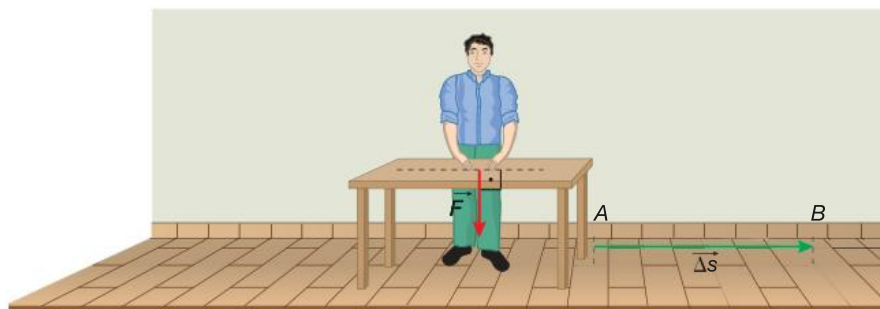


Figura 6 • \vec{F} e $\Delta\vec{s}$ são vetores perpendiculares. Logo, não existe trabalho da força \vec{F} na direção do vetor $\Delta\vec{s}$.

Como vimos nessas situações, para haver trabalho, é necessária a aplicação de uma força \vec{F} (não perpendicular ao deslocamento $\Delta\vec{s}$), para que o corpo em questão sofra algum deslocamento. Também observamos que o valor do trabalho pode variar entre o valor máximo, quando \vec{F} e $\Delta\vec{s}$ são paralelos (ângulo de 0°), e o valor nulo, quando \vec{F} e $\Delta\vec{s}$ forem vetores perpendiculares (ângulo de 90°). E se a força atuar no sentido oposto ao deslocamento? Por exemplo, na figura 7, no caso do deslocamento pretendido, as forças de atrito entre os pés da mesa e o assoalho da sala realizam trabalho?

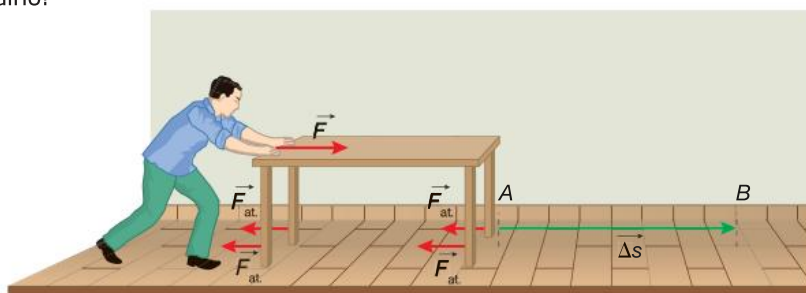


Figura 7 • O ângulo entre as forças de atrito, $\vec{F}_{at.}$, e o deslocamento, $\Delta\vec{s}$, vale 180° .

No movimento da mesa, as forças de atrito atuam contra o deslocamento, no entanto, a mesa continua a se mover. Além disso, podemos pensar que, se não houvesse atrito, a velocidade da mesa ao atingir o ponto **B** seria maior, ou seja, a força de atrito também modifica o estado de movimento da mesa. Quando a força não favorece o deslocamento, dizemos que temos **trabalho resistente**.

Quando a força atua a favor do deslocamento, como no caso da força \vec{F} , dizemos que realiza um **trabalho motor**.

Para a Mecânica:

- Uma força modifica o estado de movimento de um corpo quando realiza trabalho sobre ele.
- O módulo do trabalho realizado será tanto maior quanto maior for o módulo do deslocamento ou o módulo da força aplicada ao corpo.
- Dependendo do ângulo entre os vetores força e deslocamento, o trabalho será motor, resistente ou nulo.

Assim, podemos calcular o trabalho realizado por uma força \vec{F} , constante, aplicada a um corpo que se move ao longo do deslocamento $\vec{\Delta s}$, por meio da expressão:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{\Delta s}| \cdot \cos \alpha,$$

em que α é o ângulo entre os vetores \vec{F} e $\vec{\Delta s}$.

O trabalho é uma grandeza escalar. No caso em que $0 \leq \alpha < 90^\circ$, o sinal do trabalho será positivo e a força favorecerá o deslocamento; portanto, temos um **trabalho motor**. Para $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, o sinal do trabalho será negativo e a força se oporá ao deslocamento, temos, então, um **trabalho resistente**.

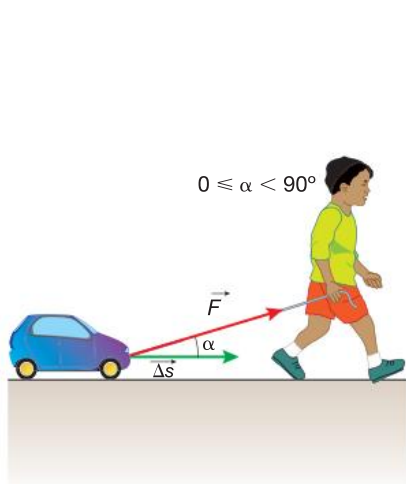


Figura 8 • Se a força favorecer o deslocamento, o trabalho será positivo.

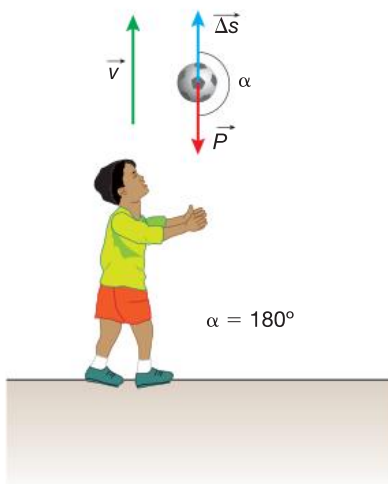


Figura 9 • Se a força se opuser ao deslocamento, o trabalho será negativo.

A unidade de medida de trabalho no Sistema Internacional (SI) é o joule (J), assim chamado em homenagem ao cientista inglês James Prescott Joule (1818-1889), responsável por muitas descobertas na área da Termodinâmica. Usamos: $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$

3 Trabalho e gráfico de força \times deslocamento

O gráfico que representa o módulo da força aplicada (F) sobre um corpo em função do módulo de seu deslocamento (Δs) pode ter diferentes formas, dependendo das características da força. Quando a força aplicada é constante, o gráfico é representado por um segmento de reta paralelo ao eixo horizontal (fig. 10). A área do retângulo abaixo desse segmento fornece o trabalho realizado pela força (fig. 11).



Figura 10

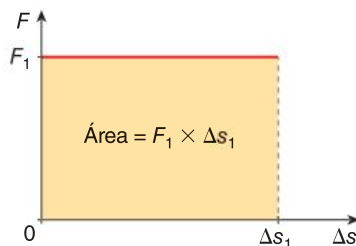


Figura 11

A expressão $F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$ só pode ser aplicada diretamente para todo o percurso no caso do cálculo do trabalho realizado por uma força \vec{F} constante e é numericamente igual à área do retângulo indicada no gráfico (fig. 11).

No caso de forças de intensidade variável, o trabalho realizado por elas também pode ser obtido calculando a área delimitada pela curva do gráfico $F \times \Delta s$, apesar de essas áreas não serem, em geral, áreas de retângulo. Nessa situação, deve-se levar em consideração o sinal da força expresso no gráfico, ou seja, no caso da figura 12, temos $\zeta > 0$ e, no caso da figura 13, temos $\zeta < 0$.

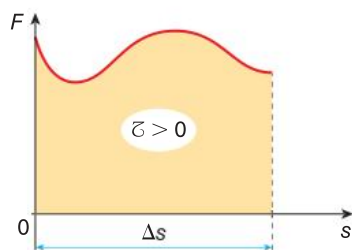


Figura 12 • Trabalho realizado por uma força variável cujo sentido é o mesmo do deslocamento ($\zeta > 0$).

$$\zeta_F \stackrel{N}{=} \text{Área}$$

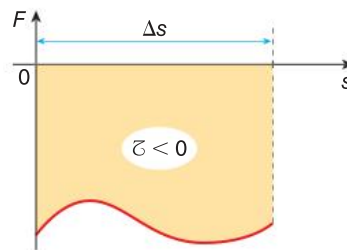


Figura 13 • Trabalho realizado por uma força variável cujo sentido é oposto ao do deslocamento ($\zeta < 0$).

4 Potência associada ao trabalho de uma força

O trabalho realizado por uma força pode ser executado com maior ou menor rapidez. A grandeza que traduz essa ideia, isto é, que relaciona o trabalho ao intervalo de tempo gasto para realizá-lo, é denominada **potência média** e é representada por P_m . Assim:

$$P_m = \frac{|\zeta|}{\Delta t}$$

Um trabalho de 600 J realizado em 5 s, por exemplo, implica uma potência média de:

$$P_m = \frac{600 \text{ J}}{5 \text{ s}} = 120 \text{ J/s}$$

A unidade de potência, no SI, é J/s, denominado **watt** (W), em homenagem ao engenheiro escocês James Watt, que viveu no século XVIII e aperfeiçoou as máquinas térmicas. Alguns múltiplos do watt são bastante utilizados: o **quilowatt** (kW) = 10^3 W e o **megawatt** (MW) = 10^6 W.

Outras unidades de potência são utilizadas, apesar de não pertencerem ao Sistema Internacional. São elas:

- cavalo-vapor (cv); $1 \text{ cv} \approx 735,5 \text{ W}$
- *horse-power* (HP); $1 \text{ HP} \approx 745,7 \text{ W}$

O cavalo-vapor (cv) é uma unidade de potência bastante usada pelas fábricas de automóveis. Carros populares têm potência em torno de 80 cv. Veículos mais potentes chegam a ter 420 cv de potência.

Podemos calcular a potência média de outra maneira, a partir da expressão do trabalho, ou seja, se $\mathcal{C} = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$, então:

$$P_m = \frac{|F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha|}{\Delta t}$$

mas: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Assim:

$$P_m = |F \cdot v_m \cdot \cos \alpha|$$

Para o caso especial em que força e deslocamento têm a mesma direção, teremos $\cos 0^\circ = 1$ ou $\cos 180^\circ = -1$. Nos dois casos, teremos:

$$P_m = F \cdot v_m$$

No caso em que os valores da velocidade média e da velocidade instantânea forem os mesmos, teremos a denominada **potência instantânea**:

$$P = F \cdot v$$

5 Rendimento

Quando um liquidificador está ligado, uma pequena quantidade de calor é produzida com o funcionamento do motor. Esse aquecimento não é aproveitado na trituração dos alimentos. Uma grandeza física bastante utilizada para avaliar a eficiência na realização de determinado processo é o **rendimento** (η). Em um liquidificador, por exemplo, um motor transforma a energia elétrica fornecida pela rede de distribuição da cidade em energia de movimentação das facas. O cálculo do rendimento estabelece uma relação entre a potência total recebida no processo (P_t) e a potência que foi efetivamente utilizada para a realização do trabalho pelo motor, denominada potência útil ($P_{\text{útil}}$). Isso significa que, quando em operação, parte da potência total do motor é dissipada por efeito do atrito, gerando, por exemplo, calor. É por isso que o liquidificador aquece.



Figura 14

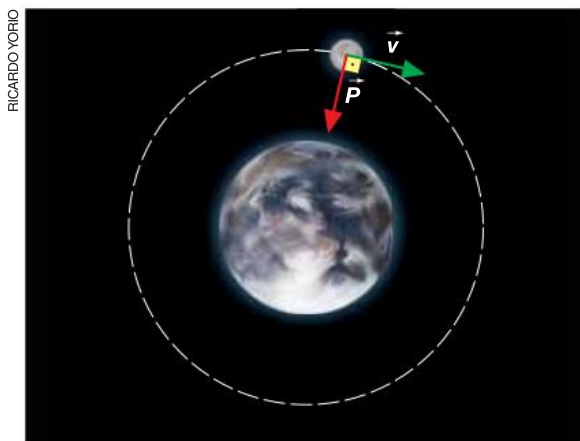
Matematicamente, podemos calcular o rendimento por meio da expressão:

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_t}$$

Observe que o rendimento é adimensional, isto é, não tem unidade, porque é o quociente entre duas grandezas com a mesma unidade: o watt (W). O rendimento é sempre menor que 1 e maior ou igual a zero, isto é, $0 \leq \eta < 1$, pois sempre haverá alguma potência dissipada. Costumeiramente, o rendimento é expresso em porcentagem.

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R1** O movimento da Lua ao redor da Terra, representado no esquema abaixo, pode ser considerado um movimento circular uniforme. A resultante centrípeta sobre a Lua em seu movimento orbital é a força de atração da Terra sobre ela. Qual é o trabalho executado por essa força quando a Lua dá uma volta ao redor da Terra?



O peso é a resultante centrípeta.

► Resolução

Em todos os instantes e em qualquer ponto da órbita, a resultante centrípeta (\vec{R}_{cp}) tem direção perpendicular à direção do deslocamento. Logo, o trabalho realizado será nulo, pois $\cos 90^\circ = 0$. Podemos concluir que a força centrípeta nunca realiza trabalho.

- R2** Um motor elétrico de potência 2 kW tem rendimento 80% e é utilizado para erguer, com velocidade constante, um corpo de 40 kg. Qual é a

máxima velocidade com que esse corpo poderá se mover? (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

► Resolução

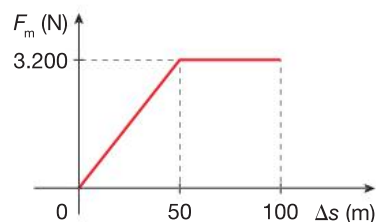
A potência total do motor é $2 \text{ kW} = 2.000 \text{ W}$. O rendimento é dado por:

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_t} \Rightarrow 0,8 = \frac{P_{\text{útil}}}{2.000} \therefore P_{\text{útil}} = 1.600 \text{ W}$$

Logo, a potência associada ao trabalho do peso do corpo vale 1.600 W. Algebricamente, temos:

$$P = F \cdot v \Rightarrow 1.600 = 400v \therefore v = 4 \text{ m/s}$$

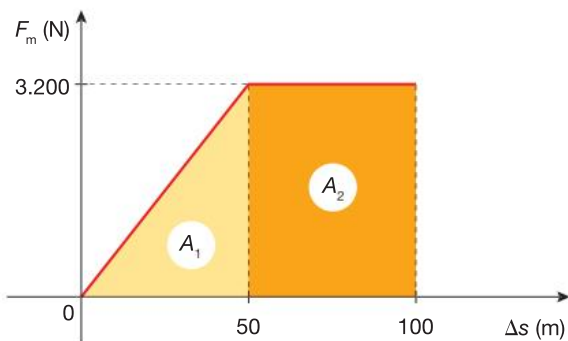
- R3** O gráfico mostra como varia a força do motor que atua sobre um carro em uma rodovia.



- Determine o trabalho realizado no deslocamento representado no gráfico.
- Determine a potência média associada à força motora do carro, sabendo que a duração do deslocamento foi de 6 s.

► Resolução

- O trabalho realizado é numericamente igual à área sob a curva do gráfico $F_m \times \Delta s$.



Assim, no deslocamento de 100 m, o trabalho é dado por:

$$\mathcal{C} = A_1 + A_2 \Rightarrow \mathcal{C} = \frac{50 \cdot 3.200}{2} + 50 \cdot 3.200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{C} = 80.000 + 160.000 \therefore \mathcal{C} = 2,4 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\text{b) } P_m = \frac{|\mathcal{C}|}{\Delta t} = \frac{2,4 \times 10^5}{6}$$

$$\therefore P_m = 4 \times 10^4 \text{ W} \text{ ou } P_m \approx 54,4 \text{ cv}$$

R4 A saída de emergência de um edifício é feita por uma escada vertical de 35 degraus, espaçados 28 cm. Suponha que uma pessoa de massa 75 kg use a escada subindo-a em 20 s.

a) Qual é a potência média associada ao peso da pessoa enquanto sobe a escada?

b) Suponha que a mesma pessoa suba a escada pulando alguns degraus, utilizando os mesmos 20 s. O valor da potência calculado no item a sofreria alteração?

c) Se a escada, com mesma altura, tivesse o formato da representada na figura ao lado, o que ocorreria com o valor do trabalho do peso da pessoa?



► Resolução

a) Para subir a escada, a pessoa faz uma força no mínimo igual ao seu peso. O peso da pessoa é $P = 750 \text{ N}$. Sua velocidade média ao subir a escada é:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{35 \cdot 0,28}{20} \Rightarrow v_m = \frac{9,8}{20}$$

$$\therefore v_m = 0,49 \text{ m/s}$$

Logo, podemos calcular a potência associada ao peso.

Sabemos que $P_m = F \cdot v_m$. Nesse caso, temos:

$$P_m = 750 \cdot 0,49 \therefore P_m = 367,5 \text{ W}$$

b) Se a pessoa subir a escada pulando degraus, sua potência será a mesma, pois seu peso não vai se alterar, assim como a altura da escada.

c) A pessoa subindo a escada em desnível, representada na figura, sofre o mesmo deslocamento da escada vertical, pois elas têm a mesma altura. Logo, como o tempo de subida não se altera, a velocidade média também se mantém, assim como o valor da potência média.

R5 As quedas-d'água são comumente utilizadas para gerar energia elétrica. As usinas hidrelétricas utilizam o potencial aproveitável dessas quedas. Despendendo do alto, a força peso da água realiza trabalho ao levá-la até a base da queda. Quanto maior esse trabalho, maior será a potência associada à geração de energia elétrica. Para exemplificar, vamos supor que a água, ao atingir o alto de uma cachoeira de 15 m, tenha velocidade praticamente nula e jorre com uma vazão aproximada de $10^3 \text{ m}^3/\text{s}$. Se a densidade da água é $1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, calcule a potência hídrica média teórica disponível na base da queda-d'água.

► Resolução

O trabalho da força peso para deslocar a água até a base da cachoeira é dado por:

$$\mathcal{C} = P \cdot d \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow \mathcal{C} = m \cdot g \cdot h \cdot 1$$

Vamos calcular a massa de água que cai durante 1 s. Esse valor pode ser estimado utilizando os valores da densidade da água e da vazão com que a água jorra, ou seja:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1,0 \times 10^3 = \frac{m}{10^3}$$

$$\therefore m = 1,0 \times 10^6 \text{ kg}$$

Assim:

$$\mathcal{C} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \mathcal{C} = 1,0 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 15$$

$$\therefore \mathcal{C} = 1,5 \times 10^8 \text{ J}$$

Esse trabalho foi realizado em 1 s, pois foi calculado utilizando o peso de água que cai por segundo. Então, teremos:

$$P = \frac{\mathcal{C}}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{1,5 \times 10^8}{1}$$

$$\therefore P = 1,5 \times 10^8 \text{ W}$$

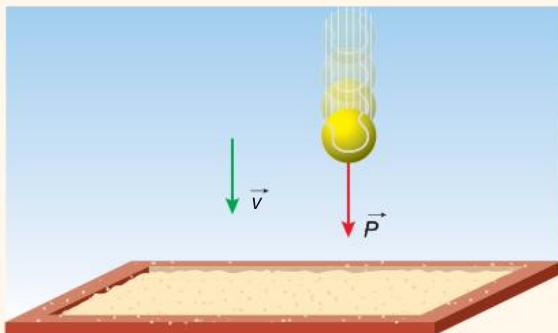
$$\text{Logo: } P = 1,5 \times 10^2 \text{ MW}$$

Esse valor de potência é teórico. Sempre haverá perdas, portanto, nem todo o trabalho da força peso será aproveitado.

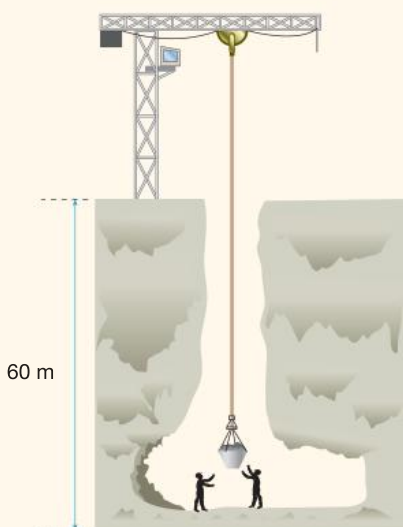
QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1 Uma bola de tênis cai verticalmente sobre uma superfície de areia como mostra a figura. Supondo o deslocamento vertical e para baixo, verifique se as afirmativas a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique.



- a) O trabalho realizado pela força peso é motor, e o da resistência do ar, se houver, será resistente.
 b) Ao afundar na areia, uma força de resistência atuará sobre a bola diminuindo sua velocidade.
 c) A força de resistência da areia não realiza trabalho sobre a bola.
- 2 Um carro de massa 1.000 kg, prestes a colidir com um obstáculo, percorre uma distância de 80 m até conseguir parar. Sabe-se que o coeficiente de atrito entre os pneus e a pista vale 0,6. Supondo que o motorista permaneça com o pé no pedal do freio até que o veículo pare, determine o trabalho de todas as forças que atuam no veículo nesse deslocamento. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)
- 3 Em uma mina de carvão, um motor fixado à beira de um poço de 60 m de profundidade puxa verticalmente um grande recipiente usado para recolher minério. A elevação do recipiente demora 30 s. Supondo que esse movimento seja realizado com velocidade constante, para o recipiente repleto de carvão e pesando 15.000 N, calcule:



- a) o trabalho realizado pela força do motor;
 b) a potência associada à força do motor durante a elevação.

- 4 (EsPCEEx) Um bloco, puxado por meio de uma corda inextensível e de massa desprezível, desliza sobre uma superfície horizontal com atrito, descrevendo um movimento retilíneo e uniforme. A corda faz um ângulo de 53° com a horizontal e a tração que ela transmite ao bloco é de 80 N. Se o bloco sofrer um deslocamento de 20 m ao longo da superfície, o trabalho realizado pela tração no bloco será de:

(Dados: $\sin 53^\circ = 0,8$ e $\cos 53^\circ = 0,6$)

- a) 480 J c) 960 J e) 1.600 J
 b) 640 J d) 1.280 J

- 5 Dois homens transportam móveis para dentro da carroceria de um caminhão que está a 1,5 m de altura do solo. O homem A cumpre sua tarefa em 20 min, e o homem B, em 30 min. Ambos executam movimentos uniformes de subida. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- a) Se a massa do homem A é maior do que a de B, a qual força exercida por eles podemos associar um trabalho maior? Por quê?
 b) Supondo a massa de A igual a 100 kg e a de B igual a 70 kg, qual é a potência associada ao trabalho da força de cada um deles?

- 6 Um atleta de massa 80 kg se eleva numa corda subindo 8 m em 4,8 s com velocidade constante. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- a) Qual é o módulo da resultante de forças sobre o atleta?
 b) Qual é o valor do trabalho da força peso do atleta?
 c) Qual é o valor da potência associada ao peso do atleta nessa situação?

- 7 Nosso metabolismo é capaz de regular nossa capacidade de realizar trabalho e gerar calor.

Supondo que uma pessoa sedentária, ou, em outras palavras, que se movimenta muito pouco, produza cerca de 2 W de potência mecânica, gerando 98 W de calor, para um fornecimento de 100 W de potência metabólica, calcule seu rendimento mecânico. Compare-o ao de um atleta que, no esforço máximo, produza 100 W de potência mecânica a partir de 10^3 W de potência metabólica.

- 8 Uma locomotiva puxa uma composição de vagões e, por certo intervalo de tempo, exerce uma força de $1,0 \times 10^5 \text{ N}$, mantendo, em um trecho retilíneo, a velocidade da composição constante em 10 m/s. Nessa situação, calcule a potência dissipada pelas forças de atrito.

6 Energia cinética

Associamos aos corpos em movimento, ou seja, com velocidade em relação a um referencial, certa energia de movimento, denominada **energia cinética**. De onde vem essa energia?

Para responder, vamos imaginar um barco a vela em repouso num lago. Se um vento forte começar a soprar, surgirá uma força, que poderá tirar o barco do repouso (fig. 15). Caso isso ocorra, essa força modificará o estado de movimento do barco, realizando um trabalho sobre ele, pois o barco começará a se deslocar. Podemos associar certa quantidade de energia cinética transferida ao barco por meio do trabalho exercido pela força do vento. Em outras palavras, os corpos modificam sua quantidade de energia cinética quando sobre eles é realizado determinado trabalho. Para que um corpo em repouso em relação a um referencial, com energia cinética nula, adquira movimento, é necessário que uma força lhe transfira energia realizando trabalho.

Assim, podemos obter a expressão da energia cinética de um corpo, inicialmente em repouso, por meio do cálculo do trabalho realizado sobre ele pela força resultante \vec{F}_R , suposta constante, em um deslocamento $\Delta\vec{s}$ (fig. 16).



BLOM SVENSSON/AGE/KEystone BRASIL

Figura 15 • O barco está em repouso até que a força do vento atue sobre a vela e seja capaz de realizar trabalho, deslocando o barco e associando a ele certa quantidade de energia cinética.

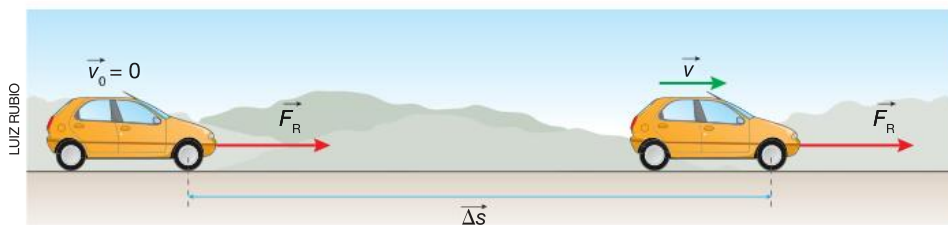


Figura 16 • Deslocamento de um móvel, inicialmente em repouso, devido à ação da força resultante, \vec{F}_R .

Temos:

$$\mathcal{C}_{F_R} = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 0^\circ$$

Mas pela 2ª lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a$$

Então:

$$\mathcal{C}_{F_R} = m \cdot a \cdot \Delta s$$

Pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2 a \Delta s$$

Logo, para $v_0 = 0$, temos:

$$a = \frac{v^2}{2 \Delta s}$$

Substituindo na expressão do trabalho, temos:

$$\mathcal{C}_R = \frac{m v^2 \Delta s}{2 \Delta s} \Rightarrow \mathcal{C}_R = \frac{m v^2}{2}$$

A quantidade de trabalho dada pela expressão acima equivale à quantidade de energia necessária para que o móvel adquira a velocidade de módulo v , partindo do repouso. Essa energia, associada ao movimento, é denominada **energia cinética**.

$$E_C = \frac{m v^2}{2}$$

A energia cinética é medida nas mesmas unidades do trabalho, ou seja, no SI, é medida em joules (J).

7 Trabalho e energia cinética

Imagine um ciclista em movimento que, ao perceber um buraco na pista, aciona os freios para parar a bicicleta.

Suponhamos que a bicicleta tenha velocidade de módulo v_0 quando começa o processo de retardamento e que, ao travar as rodas, derrape e, por falta de maior aderência dos pneus ao solo, não consiga parar, atingindo o buraco com velocidade de módulo $v < v_0$. Em outras palavras, no instante em que os freios são acionados, a bicicleta possuía certa energia cinética inicial (E_{c_i}), relativa à velocidade \vec{v}_0 . Como a força resultante que reduz a velocidade da bicicleta é composta, sobretudo, pela força de atrito entre os pneus e o solo, essa força realiza trabalho resistente, enquanto houver deslocamento da bicicleta. Esse trabalho tem o objetivo de diminuir a energia cinética final (E_{c_f}), para um valor menor do que a inicial (E_{c_i}).

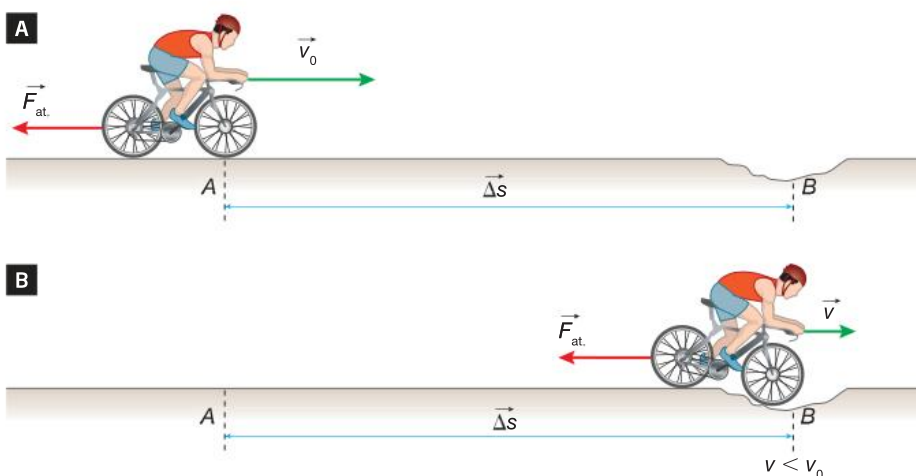


Figura 17 • (A) Ao passar pelo marco A da pista, o ciclista vê o buraco e aciona o freio. (B) Por não conseguir parar, o ciclista atinge o buraco com velocidade de módulo $v < v_0$. Sua energia cinética diminuiu.

Podemos afirmar, então, que a quantidade de energia cinética dissipada no deslocamento da bicicleta até atingir o buraco corresponde ao trabalho realizado pela força de atrito sobre ela. Essa ideia estabelece uma relação importante entre trabalho e energia cinética, que também é válida no caso de o ciclista acelerar na tentativa de saltar o buraco. Se o ciclista decidir tentar essa façanha, deverá pedalar vigorosamente, exercendo sobre a bicicleta uma força de maior intensidade do que a força de atrito que atua sobre ela. A resultante não nula provocará um aumento em sua velocidade. Assim, ao atingir o buraco, ele terá aumentado sua energia cinética para um valor (E_{c_f}), nesse caso maior do que (E_{c_i}).

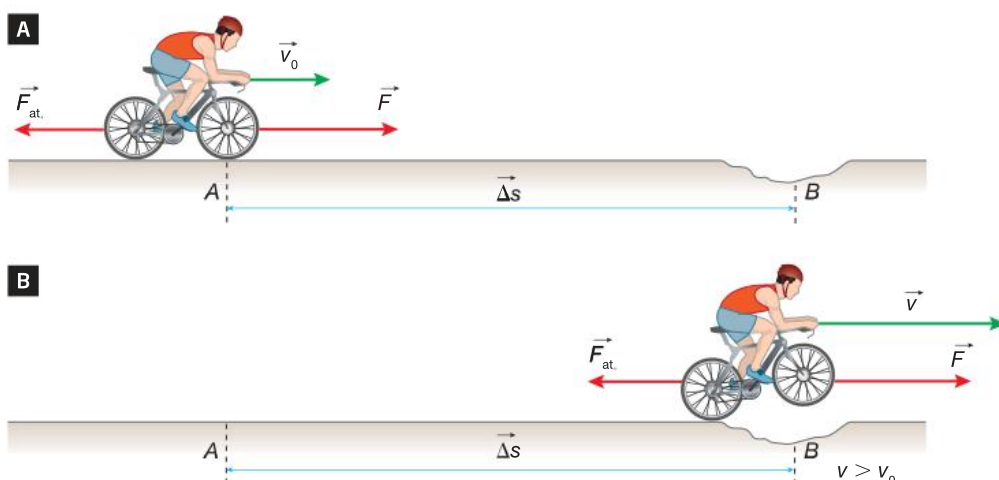


Figura 18 • (A) Ao passar pelo marco A da pista, o ciclista vê o buraco e decide saltá-lo, aumentando a força no pedal da bicicleta. (B) O ciclista chega ao buraco com velocidade de módulo $v > v_0$. Sua energia cinética aumentou.

Em ambas as situações, a variação da energia cinética associada ao ciclista será equivalente ao trabalho realizado pela força resultante.

$$\mathcal{C} = (E_c) - (E_c) \Rightarrow \mathcal{C} = \Delta E_c$$

A ideia de que um sistema só ganha ou perde energia se houver uma força resultante realizando trabalho sobre ele é válida e pode ser generalizada. Forças constantes ou não, internas ou externas ao sistema, ao realizarem trabalho sobre o corpo, provocam aumento ou perda de energia.

Já sabe responder?

Por que trafegar em alta velocidade é sempre tão perigoso?



CLAUDIO CHIO

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R6** Qual é a energia cinética que pode ser associada a um corpo de 2 kg que, em queda, desenvolve, em certo momento, velocidade de 12 m/s?

Resolução

No momento descrito, a energia cinética do corpo de massa 2 kg é dada por:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{2 \cdot 12^2}{2} \therefore E_c = 144 \text{ J}$$

- R7** Qual dos dois automóveis possui maior valor de energia cinética: um carro popular de 800 kg e velocidade 108 km/h, ou um caminhão de 4 toneladas e velocidade de 36 km/h?

Resolução

A energia cinética associada a cada móvel pode ser assim calculada, levando em consideração as unidades do SI:

$$v_{\text{carro}} = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$m_{\text{caminhão}} = 4 \text{ T} = 4.000 \text{ kg}$$

$$v_{\text{caminhão}} = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

Portanto:

$$E_{\text{carro}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{800 \cdot 30^2}{2} \therefore E_{\text{carro}} = 3,6 \times 10^5 \text{ J}$$

$$E_{\text{caminhão}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{4.000 \cdot 10^2}{2}$$

$$\therefore E_{\text{caminhão}} = 2,0 \times 10^5 \text{ J}$$

Portanto, a energia cinética do automóvel popular, nas velocidades descritas, é maior do que a energia cinética associada ao movimento do caminhão.

- R8** Um carro tenta frear antes de bater em uma caixa caída na pista. Ele trava as rodas, deixando no asfalto uma marca de 30 m de comprimento. Va-

mos supor que o carro não consiga parar e que no momento do choque com a caixa ele tenha velocidade de 15 m/s. Conhecendo o coeficiente de atrito entre os pneus e a pista ($\mu = 0,6$), supostamente horizontal, como é possível saber se o carro, no momento em que o motorista aciona o freio, estava acima do limite de velocidade (80 km/h) permitido na estrada?

Resolução

Ao diminuir a velocidade do carro, a força de atrito realiza um trabalho contra o deslocamento do carro, diminuindo sua energia cinética.

O carro possuía energia cinética (E_c) no início da frenagem. Parte dessa energia foi dissipada por meio do trabalho da força de atrito. A energia restante (E_{c_f}) está relacionada à velocidade de 15 m/s que ele ainda tem ao se chocar com a caixa. Assim:

$$\mathcal{C}_{F_{at.}} = \Delta E_c \Rightarrow \mathcal{C}_{F_{at.}} = (E_{c_f}) - (E_c)$$

mas:

$$\mathcal{C}_{F_{at.}} = F_{at.} \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow \mathcal{C}_{F_{at.}} = \mu \cdot N \cdot \Delta s \cdot (-1)$$

em que: $\Delta s = 30 \text{ m}$

Então, sabendo que $N = P$, temos:

$$0,6 \cdot m \cdot 10 \cdot 30 \cdot (-1) = m \cdot \frac{15^2}{2} - m \cdot \frac{v_i^2}{2}$$

Dividindo a igualdade por m :

$$-6 \cdot 30 = \frac{225}{2} - \frac{v_i^2}{2} \Rightarrow v_i^2 = 585$$

$$\therefore v_i \approx 24,2 \text{ m/s} \approx 87,1 \text{ km/h}$$

Logo, o carro estava trafegando em velocidade superior ao limite permitido.

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

9 Parado em uma estação de trem, você vê seu amigo partir em viagem e comenta que ele adquiriu energia cinética. No entanto, na opinião dele, sua energia cinética não sofreu nenhuma variação. Qual dos dois tem razão: você ou seu amigo? Justifique.

10 Se um carro, movendo-se com velocidade de módulo v , passa a se mover com velocidade de módulo $2v$, o que ocorre com o valor de sua energia cinética? E se ele triplicar o módulo da velocidade?

11 Uma bola de futebol de massa 400 g em repouso é chutada e passa a se mover com velocidade de módulo 100 km/h. Simultaneamente, uma bola de tênis de massa 60 g é rebatida adquirindo a mesma velocidade da bola de futebol. Qual das duas bolas precisará perder mais energia para parar? Se você tivesse que apanhar uma delas, qual seria a opção mais segura? Por quê?

12 Imagine um carro se movendo à velocidade de 72 km/h. Outro veículo idêntico com velocidade de 108 km/h passa pelo primeiro no exato instante em que fica visível um grande buraco na pista. Por que podemos afirmar que a distância percorrida pelo segundo veículo até parar será maior do que a do primeiro? Utilize seus conhecimentos de trabalho e energia cinética para responder e suponha que ambos estejam sujeitos à mesma força de atrito.

13 Um automóvel se move em uma estrada plana com velocidade acima do permitido, quando seu condutor percebe um caminhão, parado no meio da pista, distante 80 m dele. Passado o tempo de reação do motorista (0,6 segundo), ele aciona os freios no instante em que o carro está a 126 km/h. Supondo que o coeficiente de atrito entre os pneus e a pista seja 0,8, verifique se é possível que o carro não colida com o caminhão. (Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

14 (Fuvest-SP) Em uma competição de salto em distância, um atleta de 70 kg tem, imediatamente antes do salto, uma velocidade na direção horizontal de módulo 10 m/s. Ao saltar, o atleta usa seus músculos para empurrar o chão na direção vertical, produzindo uma energia de 500 J, sendo 70% desse valor na forma de energia cinética. Imediatamente após se separar do chão, o módulo da velocidade do atleta é mais próximo de:

a) 10,0 m/s d) 13,2 m/s
b) 10,5 m/s e) 13,8 m/s
c) 12,2 m/s

15 Um projétil de massa 10 g é atirado contra uma parede com 20 cm de espessura, atingindo-a com velocidade de 400 m/s. O projétil, apesar da força de resistência da parede, consegue atravessá-la e emerge dela com velocidade de 50 m/s. Pergunta-se:

a) A energia cinética do projétil sofreu variação? Em caso afirmativo, qual é a grandeza física responsável por essa variação?
b) Qual é o trabalho da força, suposta constante, de resistência da parede?
c) Qual é a intensidade da força da resistência encontrada no item b)?

Aproveite o exercício 13 para discutir com os alunos aspectos relacionados à educação para o trânsito, enfatizando os perigos de dirigir acima do limite de velocidade. Aborde também a variação no tempo de reação provocada pela ingestão de bebidas alcoólicas.

Para saber mais

Saber físico e tecnologia

Energia eólica

Denomina-se **energia eólica** a energia cinética contida nas massas de ar em movimento (vento). Seu aproveitamento ocorre por meio da conversão da energia cinética de translação do vento em energia cinética de rotação. Para a geração de eletricidade, empregam-se **turbinas eólicas**, também denominadas **aerogeradores**. Já para trabalhos mecânicos, como bombeamento de água ou para girar o moedor transformando o milho em farinha, usam-se **cata-ventos e moinhos**.



Aerogerador multipás.

Aerogerador multipás ou cata-vento

Os aerogeradores de pás múltiplas, ou cata-ventos, têm de 16 a 32 pás e chegam a 15 m de altura. São mais usados para o bombeamento de água e produzem baixa potência por causa do número elevado de pás, que dificultam a sua movimentação.

Aerogeradores de eixo horizontal

Dependem da direção do vento e podem ter uma, duas, três ou quatro pás. Atualmente, os aerogeradores de grande porte mais utilizados na geração de energia elétrica têm três pás. O vento gira as lâminas largas das pás, que acionam os geradores produzindo eletricidade.

Aspectos positivos e negativos

Todas as formas de geração de energia elétrica provocam algum tipo de impacto ambiental. A energia eólica não é diferente, veja na tabela a seguir.

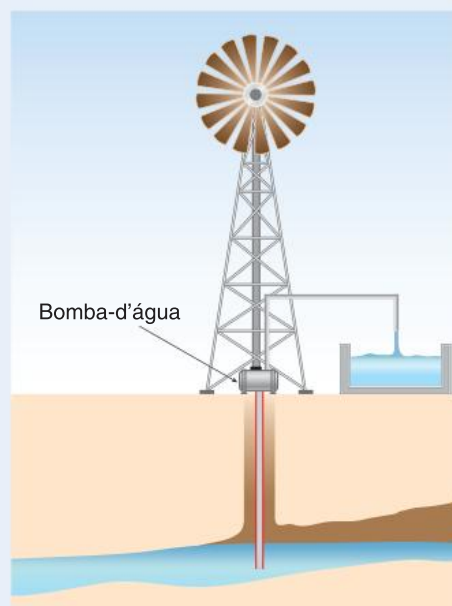
Energia eólica

Aspectos positivos	Aspectos negativos
Não produz resíduos poluentes.	Poluição sonora.
O sistema é bastante durável e precisa de pouca manutenção.	As pás das turbinas produzem sombras e reflexos móveis que também são indesejáveis nas áreas residenciais.
Apresenta maior potencial de crescimento no Brasil.	Em fazendas eólicas pode ocorrer mortalidade de aves pelo impacto nas pás das turbinas.
Pode levar a eletrificação para regiões remotas.	O recurso eólico apresenta variações, pois os ventos não são constantes.

Fontes: <<http://www.dee.feis.unesp.br/usinaeoletrica/>>; <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-Energia_Eolica\(3\).pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-Energia_Eolica(3).pdf)>. Acessos em: 19 nov. 2015.



Parque gerador de energia eólica em Osório, RS.



Cata-ventos podem ser utilizados no bombeamento de água.

AMPLIANDO SUA LEITURA

A potência gerada por um aerogerador de eixo horizontal pode variar bastante, dependendo das dimensões das pás e da torre. Em maio de 2012, foi inaugurado em um parque próximo à cidade de Saint-Nazaire, sudoeste da França, um aerogerador com pás de 73,5 m de comprimento e torre de 75 m de altura, capaz de gerar 6 MW de potência.

- Lembrando que a usina de Itaipu Binacional tem potência instalada de 14.000 MW, calcule quantos desses aerogeradores seriam necessários para gerar essa potência.

S3

No Suplemento, sugerimos uma questão a ser proposta aos alunos ao fim da leitura.

Energia potencial

ou: É possível armazenar energia escalando uma montanha?



O Suplemento apresenta orientações para o trabalho com a questão introdutória.

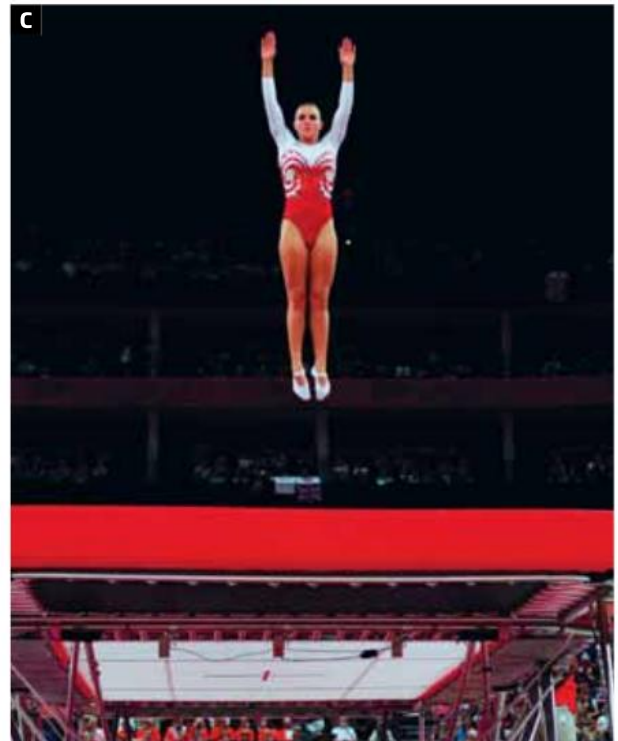
Ao escalar uma montanha, o alpinista adquire determinada altura em relação ao solo; portanto, seu peso realizou trabalho. Essa realização de trabalho está associada à energia potencial gravitacional. Então, apesar do grande esforço, o alpinista, ao atingir o cume da montanha, terá ganhado quantidade significativa de energia na forma de energia gravitacional.

1 Introdução

Uma flecha adquire movimento após ser lançada do arco (fig. 1A). Uma criança desliza cada vez mais rápido em um escorregador (fig. 1B). Uma atleta salta em uma cama elástica que a empurra para o alto (fig. 1C). O que a flecha, a criança e a atleta têm em comum que as torna capazes de entrar em movimento? No caso da criança, é a distância até o chão; no caso da flecha e da atleta, é a deformação provocada, respectivamente, no arco e na cama elástica. Em outras palavras, é a altura da criança em relação ao solo que garante a aquisição do movimento quando ela se solta e desce pelo escorregador. Se ela estivesse rente ao chão, o movimento não ocorreria. Os movimentos da flecha e da atleta estão associados a certa compressão ou distensão do sistema elástico, seja ele um arco, uma cama elástica, seja, em alguns casos, uma mola. Portanto, há nesses corpos uma capacidade armazenada de entrar em movimento, associada à altura ou à deformação elástica. Quando isso ocorre, o corpo tem o que se denomina **energia potencial**.

Figura 1 • Observando as fotos, percebemos que a energia associada à altura ou à deformação de um sistema elástico é a energia potencial.

GERSON GERLOFF/PULSAR IMAGENS



RONALD MARTINEZ/GETTY IMAGES



PAUL MANSFIELD
PHOTOGRAPHY/
GETTY IMAGES

2 Energia potencial gravitacional (E_{pg})

Quando uma pessoa, depois de ter se abandonado de um trampolim, atinge a água de uma piscina, seu peso realizou trabalho. A energia cinética adquirida pela pessoa até se chocar com a água é proveniente do trabalho do seu peso. Dizemos que, ao subir as escadas até o trampolim, a pessoa acumula energia potencial gravitacional, que se transforma em energia cinética depois que ela se abandona do trampolim, pois ela terá velocidade não nula (fig. 2) ao atingir a água.

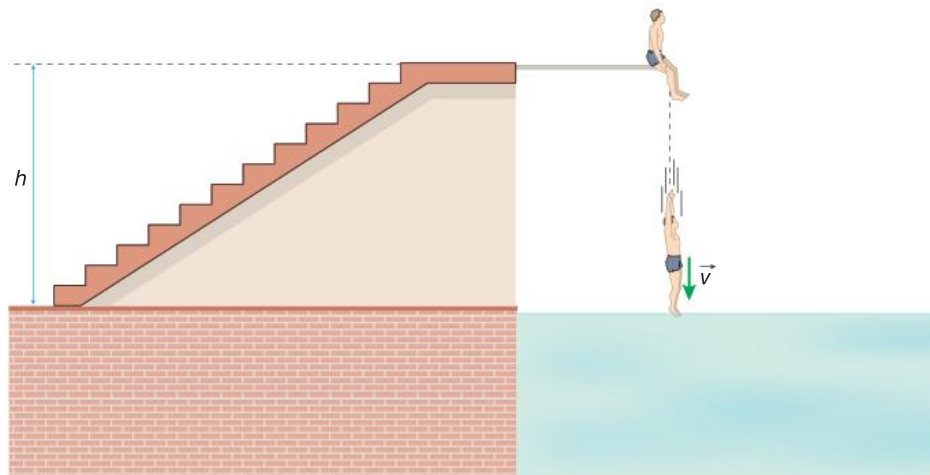


Figura 2 • Ao se abandonar, a pessoa tem energia potencial gravitacional relativa à altura h do trampolim. Ao atingir a água, ela possui energia cinética, pois tem velocidade.

A energia associada a um corpo de massa m que está a determinada altura h em relação a um nível de referência é denominada **energia potencial gravitacional** e é dada por:

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h$$

No SI, a unidade de E_{pg} é o joule (J).

A expressão algébrica para calcular a energia potencial gravitacional é equivalente àquela usada para determinar o trabalho da força peso em um deslocamento $\Delta s = h$. Assim:

$$\mathcal{Z} = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$$

Se a força é o peso e o deslocamento, Δs , é h , temos:

$$\mathcal{Z} = P \cdot h \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow \mathcal{Z}_R = m \cdot g \cdot h$$

Assim como o trabalho da força peso, a energia potencial gravitacional não depende da trajetória descrita pelo corpo.

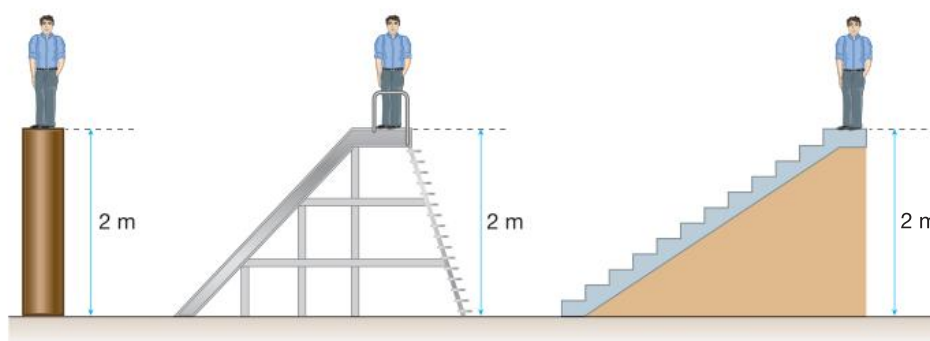


Figura 3 • A energia potencial gravitacional do homem é a mesma no alto da coluna, na extremidade do escorregador ou no último degrau da escada, ainda que o formato das trajetórias para chegar ao chão seja diferente. O trabalho realizado pelo peso só depende da altura, que em qualquer um dos casos é 2 m.

3 Energia potencial elástica ($E_{\text{pel.}}$)

Atualmente, muitas academias de ginástica vêm oferecendo o método Pilates para melhorar o condicionamento físico, a postura e as dores causadas por problemas ortopédicos. Esse método utiliza aparelhos com molas e tiras de couro que devem ser alongadas e, a seguir, soltas, para movimentar braços e pernas (fig. 4). Em um *bungee-jumping*, o elástico, ao deformar, garante a emoção do salto e diminui a velocidade da pessoa presa à sua extremidade, mantendo a segurança da aventura (fig. 5). Um estilingue, dependendo do elástico e de quanto é esticado, consegue lançar um objeto muito longe.



Figuras 4 e 5 • Assim como as molas deformadas pelos praticantes dos exercícios de Pilates, o elástico do *bungee-jumping* armazena energia ao ser alongado.



SUPERSTOCK/DIOMEDIA

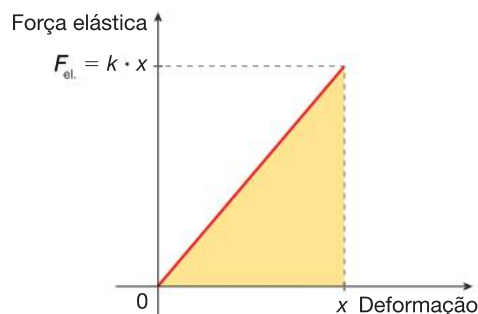
DON MASON/GETTY IMAGES

Um sistema elástico, como o estilingue ou o aparelho de Pilates, acumula energia quando sofre uma deformação. A energia armazenada por uma mola ou um elástico está associada ao trabalho que a força elástica realiza quando restitui o sistema à sua condição natural, ou seja, sem deformação. Retornando ao comprimento natural, o sistema elástico pode colocar em movimento objetos ou corpos presos à sua extremidade livre. Em outras palavras, o trabalho da força elástica pode modificar o estado de movimento dos corpos transferindo a eles energia cinética. Para uma mola de constante elástica k , deformada de um comprimento x , a energia armazenada é denominada energia potencial elástica e é dada por:

$$E_{\text{pel.}} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

No SI, a unidade de $E_{\text{pel.}}$ é o joule (J).

A expressão algébrica que determina a energia potencial elástica equivale àquela que calcula o trabalho da força elástica, lembrando que se trata de uma força não constante, cuja expressão, estabelecida pela lei de Hooke, é: $F_{\text{el.}} = k \cdot x$. Assim, o trabalho deve ser calculado por meio da área sob o gráfico $F_{\text{el.}}$ em função de x (fig. 6).



LUIZ RUBIO

$$\text{Área} \stackrel{N}{=} \mathcal{C} \Rightarrow \mathcal{C} = \frac{kx \cdot x}{2} \Rightarrow \mathcal{C} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Figura 6 • Gráfico da força elástica em função da deformação.

Já sabe responder?

É possível armazenar energia escalando uma montanha?



ALEX BRYLOV/SHUTTERSTOCK

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Um carro de massa 1,5 tonelada é erguido em uma oficina mecânica até atingir a altura de 2 m em relação ao solo em um local onde $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Qual é o valor da energia potencial gravitacional transferida ao carro?
- Suponha que toda a energia potencial gravitacional armazenada pelo carro pudesse ser utilizada para movimentá-lo, a partir do repouso, em uma pista horizontal. Qual é o valor da velocidade adquirida por ele?
- É possível, sem efetuar cálculos, conhecer o trabalho da força peso quando o elevador leva o veículo de volta ao solo? Explique.

► Resolução

- Em relação à altura de 2 m, o carro tem energia potencial gravitacional dada por:

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h$$

em que a massa deve estar em kg, ou seja, $m = 1,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Então:

$$E_{pg} = 1,5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2 \therefore E_{pg} = 3 \cdot 10^4 \text{ J}$$

- Como o carro estaria em repouso, teríamos $E_{c_0} = 0$. A energia cinética adquirida pelo carro teria valor equivalente, pelo enunciado, à energia potencial gravitacional, ou seja, $3 \cdot 10^4 \text{ J}$. Portanto,

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 3 \cdot 10^4 = \frac{1,5 \cdot 10^3 \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{40}$$

$$\therefore v = 6,3 \text{ m/s} \approx 22,8 \text{ km/h}$$

Observe que se trata de uma quantidade de energia bastante razoável, capaz de provocar movimento de velocidade significativa.

- Sim, o trabalho da força peso equivale à energia potencial gravitacional adquirida pelo carro ao atingir a altura de 2 m, ou seja, $3 \cdot 10^4 \text{ J}$.

R2 O menino da foto ao lado salta utilizando um brinquedo que tem na extremidade uma mola. Simplificadamente, a brincadeira se realiza da seguinte maneira: o menino faz força na mola utilizando seu peso; a força elástica restitui a mola ao seu comprimento natural, empurrando o menino para cima e fazendo-o sair do chão; a criança direciona a estrutura para a direção em que ela quer se mover. O maior salto com esse tipo de brinquedo atingiu uma altura de aproximadamente 2,5 m do chão. Suponha que um menino de massa 50 kg consiga comprimir a mola do brinquedo 30 cm e atinja a altura do maior salto. Agora, responda às questões a seguir.

- Qual é o valor da energia potencial gravitacional associada ao garoto quando ele atingir a altura de 2,5 m?
- Suponha que a energia potencial calculada no item **a** seja transferida para a mola do brinquedo. Qual é o valor da sua constante elástica?

► Resolução

- Em relação à altura de 2,5 m, o garoto tem energia potencial gravitacional dada por:

$$E_{pg} = 50 \cdot 10 \cdot 2,5 \therefore E_{pg} = 1.250 \text{ J}$$

- Para a deformação de 30 cm, temos $x = 0,3 \text{ m}$. Como estamos supondo $E_{pel.} = E_{pg}$, temos:

$$1.250 = \frac{k \cdot (0,3)^2}{2} \therefore k \approx 2,8 \times 10^4 \text{ N/m}$$

O valor é bastante elevado. Isso significa que a mola, quando deformada, transfere uma grande quantidade de energia ao menino que salta.



BLEND IMAGES/ISTOCK/GETTY IMAGES

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1 Com o auxílio de um guindaste, uma plataforma de massa 15 kg é utilizada para erguer, do solo até a altura de 5 m, a atriz que será destaque de um dos carros alegóricos da escola de samba Unidos da Lua Cheia. A fantasia da atriz tem massa de 10 kg.



Se o trabalho que o peso do conjunto atriz + fantasia + plataforma realiza durante esse deslocamento tiver módulo igual a 4.250 J, qual deve ser a massa da atriz?

(Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

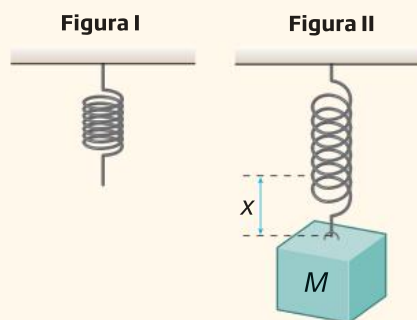
- 2 Jonas, Letícia e Carlos carregam mochilas de massas iguais, equivalentes a 4,5 kg. Ao chegarem à escola vão ao segundo andar, onde fica sua sala de aula. Jonas vai pela rampa, Letícia vai pela escada, e Carlos, pelo elevador, porque está com o pé machucado.

- Qual dos dois, Jonas ou Letícia, realizará maior trabalho para carregar a mochila até o segundo andar? Lembre-se de que ambos estarão realizando trabalho para "vencer" o peso da mochila.
- Quando os três chegarem à sala de aula, qual das mochilas, de Carlos, de Letícia ou de Jonas, terá maior energia potencial gravitacional em relação ao solo?
- É certo afirmar que não foi realizado trabalho sobre a mochila de Carlos, uma vez que ele subiu de elevador?
- Se Jonas subiu em 30 segundos e Letícia em 1 minuto, qual dos dois desenvolveu maior potência durante o percurso de subida?

- 3 Suponha que, por acidente, um vaso cai da janela de um edifício, situada a 15 m de altura em relação ao solo. O vaso possui massa 0,5 kg e sobre sua queda são feitas as afirmações I, II e III a seguir. Avalie se as afirmações são verdadeiras ou falsas, justificando sua escolha. (Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

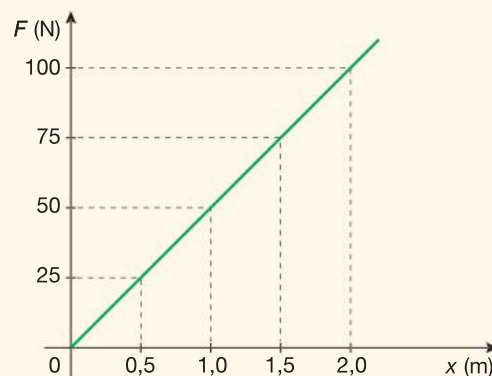
- A energia potencial gravitacional do vaso deixa de ser nula quando ele começa a cair.
- O vaso tem, na metade da queda, 37,5 J de energia potencial gravitacional.
- Ao chegar ao solo, a energia potencial gravitacional do vaso é nula e ele tem energia cinética não nula.

- 4 Uma mola, que apresenta determinada constante elástica, está fixada verticalmente por uma de suas extremidades, conforme a figura I.



Ao acoplar a extremidade livre a um corpo de massa M , o comprimento da mola foi acrescido de um valor x , e ela passou a armazenar uma energia elástica E , conforme a figura II.

O gráfico representa o comportamento da mola quando variamos o valor da massa m presa a ela.



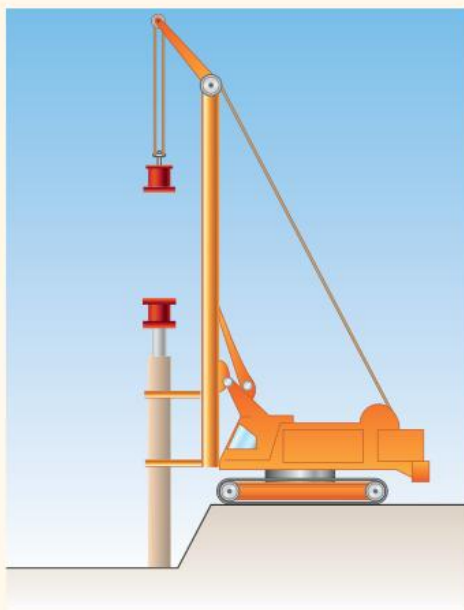
Determine a energia potencial elástica armazenada quando $m = 5 \text{ kg}$. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- 5 Um atleta, preocupado com o esforço muscular que seu braço terá de suportar em uma competição, se prepara comprimindo e distendendo em 20 cm uma mola de constante elástica 250 N/m. Para que o treinamento tenha o efeito desejado, o atleta realiza 20 ciclos de compressão e distensão por minuto, com movimentos aproximadamente uniformes, tanto na ida como na volta. Calcule a quantidade de energia transformada pelo atleta durante 10 minutos de exercícios.

6 Uma bola de borracha é abandonada a 2,0 m acima do solo. Após bater no chão, retorna a uma altura de 1,5 m do solo. Qual é a porcentagem da energia potencial gravitacional inicial dissipada na colisão da bola com o solo?

7 Para instalar as estacas, geralmente de aço, que compõem os alicerces de edifícios ou de outras estruturas, é usado um mecanismo denominado bate-estacas. Seu funcionamento é simples: ergue-se um **martinete** pesado, que é abandonado de determinada altura, caindo sobre a estaca a ser instalada. Um modelo comum de bate-estacas, de pequeno porte, tem martinete, ou martelo, de 1.500 kg, que é elevado à altura de 10 m antes de ser abandonado em direção ao solo. Quando está na altura máxima, qual é a energia potencial gravitacional armazenada no martinete? Com que velocidade o martinete atinge a estaca?

Martinete. Grande martelo. Em geral, trata-se de um peso que pode ser erguido por meio de cabos. Esse peso é liberado (em queda livre) de determinada altura.



8 (UFPR) Uma pessoa de 80 kg, após comer um sanduíche com 600 kcal de valor alimentício numa lanchonete, decide voltar ao seu local de trabalho, que fica a 105 m acima do piso da lanchonete, subindo pelas escadas. Calcule qual porcentagem da energia ganha com o sanduíche será gasta durante essa subida. (Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$)

9 (Unicamp-SP) As eclusas permitem que as embarcações façam a transposição dos des-

níveis causados pelas barragens. Além de ser uma monumental obra de engenharia hidráulica, a eclusa tem um funcionamento simples e econômico. Ela nada mais é do que um elevador de águas que serve para subir e descer as embarcações. A eclusa de Barra Bonita, no rio Tietê, tem um desnível de aproximadamente 25 m. Qual é o aumento da energia potencial gravitacional quando uma embarcação de massa $m = 1,2 \times 10^4 \text{ kg}$ é elevada na eclusa?

(Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) $4,8 \times 10^2 \text{ J}$ c) $3,0 \times 10^5 \text{ J}$
b) $1,2 \times 10^5 \text{ J}$ d) $3,0 \times 10^6 \text{ J}$

10 (Uerj) Durante a Segunda Guerra Mundial, era comum o ataque com bombardeiros a alvos inimigos por meio de uma técnica denominada mergulho, cujo esquema pode ser observado a seguir.



O mergulho do avião iniciava-se a 5.000 m de altura, e a bomba era lançada sobre o alvo de uma altura de 500 m.

Considere a energia gravitacional do avião em relação ao solo, no ponto inicial do ataque, igual a E_1 e, no ponto de onde a bomba é lançada, igual a E_2 .

Calcule $\frac{E_1}{E_2}$.

Usinas maremotrizes

Não é apenas a energia das quedas-d'água represada nos rios que pode ser utilizada para acionar turbinas e gerar energia elétrica. Embora ainda existam dificuldades a serem vencidas, também o subir e descer das marés em intervalos de 6 horas pode ser usado como recurso energético renovável. Para ter uma ideia, o custo de instalação de uma usina geradora maremotriz é cerca de 5 vezes maior do que o de uma hidrelétrica. Além disso, é preciso avaliar as consequências da construção da usina nas atividades econômicas da região e os danos ambientais que podem ser provocados nos ecossistemas marinhos.

Em Saint-Marlo, na França, foi construída, na década de 1960, a usina maremotriz de La Rance, primeira do mundo a aproveitar a diferença entre as

marés altas e baixas da região. Na região da usina, essa diferença varia de 8 a 13 metros, aproximadamente, permitindo a construção de uma barragem para aprisionar a água do mar e liberá-la para o acionamento das turbinas.

As turbinas embutidas na barragem da usina de La Rance, que tem 330 metros de comprimento, permitem a instalação de uma potência média de 68 MW, atingindo, anualmente, a produção de cerca de 600 milhões de kWh, energia capaz de suprir uma cidade com, aproximadamente, 100 mil habitantes.

É importante lembrar que toda forma de geração de energia tem aspectos positivos e negativos. As hidrelétricas, por exemplo, têm a favor o fato de utilizarem fonte renovável e contra, a necessidade de submersão de grandes áreas para a criação de um lago, entre outros.

MARTIN BOND/SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK



ENVIRONMENT IMAGES/UG/GETTY IMAGES

- 1 Indique no caderno quais dos aspectos a seguir podem ser considerados positivos ou negativos à implantação de uma usina maremotriz de geração de eletricidade.
 - a) Impacto sobre o ecossistema marinho.
 - b) Fornecimento de eletricidade para pequenas comunidades caiçaras.
 - c) Custo do material para a construção.
 - d) Intervalos de aproximadamente 12 horas entre duas marés altas sucessivas.
 - e) Utilização de fonte renovável e não poluidora.
 - f) Diferença entre as alturas das marés alta e baixa.
- 2 O governo prevê investir cerca de R\$ 700,00 por kW de potência instalada na usina de Belo Monte, no rio Xingu, no Pará. Qual seria o custo, em reais e por MW de potência instalada, de uma usina maremotriz com capacidade geradora semelhante à de Belo Monte?

Transformações de energia mecânica

ou: Por que o carrinho da montanha-russa não precisa de motor?

**S5**

No Suplemento, você encontra orientações para o trabalho com a questão introdutória.

1 Introdução

Em uma montanha-russa, há continuamente troca de energia potencial gravitacional e cinética. O carrinho é levado até o ponto mais alto da montanha, preso, geralmente, a uma esteira que utiliza a força de um motor para se mover. No ponto mais alto, o carrinho adquire energia potencial gravitacional máxima. A partir daí, escorrega rampa abaixo sem a ajuda de motores ou de máquinas, somente trocando energia potencial por cinética.

Transformações de energia estão muito presentes no cotidiano. Por exemplo, para que um ônibus possa iniciar seu percurso, diversas modificações energéticas são necessárias. A primeira ocorre quando o motorista dá a partida no veículo. Para que o motor comece a girar, e o ônibus comece a se mover, é preciso que a bateria transforme energia química em energia elétrica.

A seguir, a explosão do combustível nos cilindros do motor deve gerar energia térmica suficiente para mover os pistões, que fazem as rodas girar por meio da transmissão de certa quantidade de energia cinética. O ônibus se move e parte da sua energia cinética se transforma em calor por causa do trabalho da força de atrito dos pneus com o solo ou do trabalho da força de resistência do ar. Ao frear, a energia cinética do ônibus se transforma em energia térmica nos freios e, às vezes, em energia sonora, como ocorre em uma derrapagem, por exemplo. No dia a dia, sempre estamos em contato com alguma modificação de energia.

Neste capítulo, vamos tratar das transformações de energia cinética em potencial e vice-versa. Os conceitos que aprenderemos tornarão compreensíveis os princípios que regem vários movimentos, inclusive o dos carrinhos dos brinquedos de um parque de diversões.

ART KONVALOV/SHUTTERSTOCK



Figura 1 • Ônibus trafegando em uma estrada.

2 Energia mecânica ($E_{\text{Mec.}}$)

Sistemas conservativos

Você já reparou que, em uma montanha-russa, a altura em que o carrinho inicia a primeira descida é a maior de todas e, portanto, ele não atinge essa altura em nenhum outro momento?



Figura 2 • Em uma montanha-russa, a primeira descida é a mais alta de todas, enquanto as outras rampas são mais próximas do chão.

Para entender por que isso ocorre, vamos supor que alguém tenha descoberto como eliminar totalmente o atrito que sempre acompanha o movimento e resolva aplicar sua descoberta à construção de uma montanha-russa.

Logo, a pessoa vai perceber que, ao contrário do que ocorre na realidade, a altura inicial do carrinho poderá ser alcançada infinitas vezes. Por que isso é possível? O que muda com a ausência do atrito?

Vamos acompanhar o movimento do carrinho na montanha-russa idealizada. Quando ele está no topo da rampa, pronto para iniciar o percurso, está a determinada altura em relação ao solo e tem, portanto, certa quantidade de energia potencial gravitacional. Ao iniciar o movimento, o carrinho começa a descer a rampa, perdendo altura e ganhando velocidade. Em outras palavras, sua energia potencial gravitacional diminui, enquanto sua energia cinética aumenta. No ponto mais baixo da rampa, rente ao chão, sua energia potencial gravitacional será nula, enquanto sua energia cinética será máxima.

Numa montanha-russa ideal, seja qual for a posição em que o carrinho esteja, a soma das suas energias cinética (E_c) e potencial (E_p) terá sempre o mesmo valor. Essa soma é chamada de **energia mecânica** e a representamos por $E_{\text{Mec.}}$. Sistemas em que a energia mecânica total se mantém constante são chamados de **sistemas conservativos**.

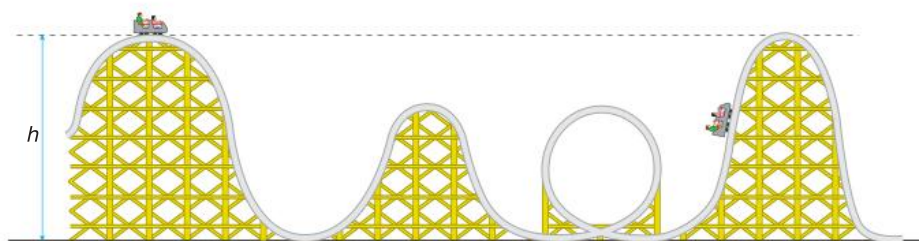


Figura 3 • Em uma montanha-russa idealizada, qualquer traçado garante movimento ao carrinho, desde que a altura inicial não seja ultrapassada.

$$E_{\text{Mec.}} = E_c + E_p$$

Em um sistema conservativo, $E_{\text{Mec.}} = \text{constante}$.

É por isso que, em uma montanha-russa sem atrito, o carrinho pode voltar a atingir o ponto mais alto infinitas vezes. A energia mecânica que ele possui no início é a mesma da chegada. Numa montanha-russa idealizada, os passageiros embarcariam numa viagem sem fim, subindo e descendo rampas indefinidamente, pois nada deteria o carrinho, que, naturalmente, jamais pararia.

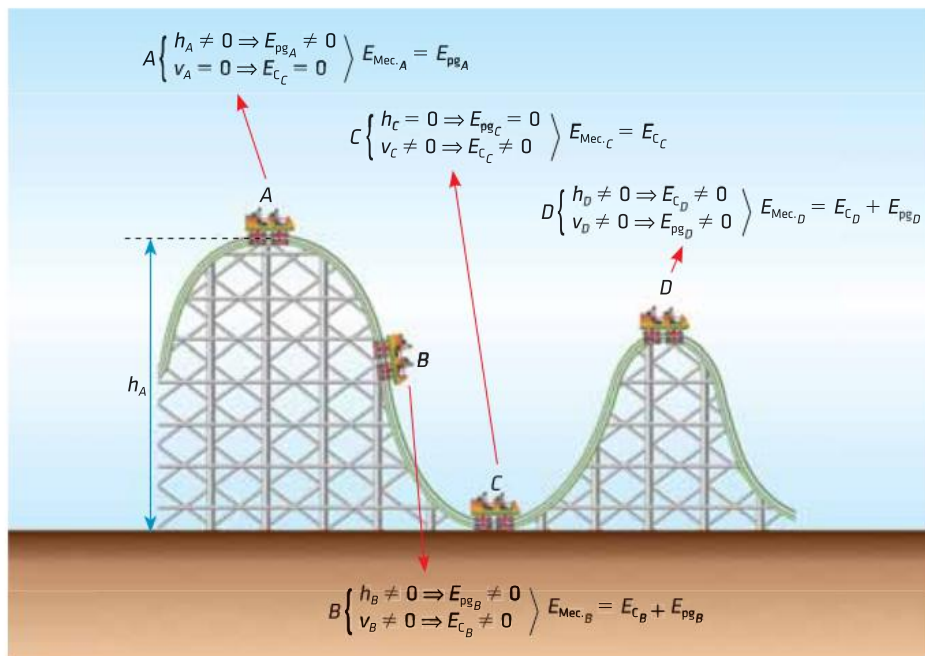


Figura 4 • Em um sistema conservativo, os corpos trocam altura por velocidade e vice-versa. O valor da energia mecânica não se altera ($E_{Mec,A} = E_{Mec,B} = E_{Mec,C}$).

Sistemas dissipativos

Vamos continuar nossa viagem no carrinho da montanha-russa, mas considerando agora uma situação real, ou seja, sem desprezar o atrito. A força de atrito, durante todo o percurso do carrinho, realiza um trabalho resistente, retirando energia mecânica do sistema e transformando-a, por exemplo, em energia térmica. Nesse caso, ao completar o movimento de descida da primeira rampa, a energia potencial gravitacional não terá sido inteiramente transformada em energia cinética. Ainda que a troca entre as energias potencial e cinética seja contínua, a soma não vai permanecer constante.

Desse modo, a energia mecânica associada ao carrinho torna-se cada vez menor. Consequentemente, o carrinho não terá energia mecânica suficiente para subir uma rampa de altura igual àquela de onde partiu. Um sistema no qual a energia mecânica não se conserva é chamado de **sistema dissipativo**.

Em um sistema dissipativo, a energia mecânica E_{Mec} não é constante.

A quantidade de energia mecânica dissipada corresponde ao trabalho das forças de resistência sobre o sistema. Assim, dizemos que:

$$\mathcal{C} = E_{Mec,i} - E_{Mec,f} \Rightarrow \mathcal{C} = \Delta E_{Mec}.$$

Nos parques de diversões atuais, embora as rodas do carrinho reduzam grande parte do efeito do atrito, não chegam a eliminá-lo. É por isso que, se houver **loopings** durante o trajeto, eles geralmente estarão próximos da primeira descida, ou seja, quando o carrinho ainda tem grande parte da energia mecânica inicial. Isso se deve ao fato de que o carrinho não pode parar no ponto mais alto do **looping**, ou seja, a energia cinética nessa posição não pode ser nula, pois nesse caso as pessoas cairiam. Assim, é preciso haver energia suficiente para garantir a emoção, que será tanto maior quanto mais alto for o **looping**.

Figura 5 • O segundo **looping** da montanha-russa da foto tem altura menor que a do primeiro. Isso ocorre porque há dissipação da energia mecânica. O carrinho pode não conseguir fazer dois **loopings** de igual altura com velocidade que assegure aos passageiros que eles não cairão.

Pergunte aos alunos se já foram a um parque de diversões cujos brinquedos tivessem **loopings**. Tente fazê-los lembrar das sensações em cima e embaixo do **looping**.

Looping. Do inglês, “laço”, “alça”, “anel”.



3 Conservação da energia

As trocas de energia em nosso cotidiano ocorrem quase sempre em sistemas dissipativos. Isso explica por que bolas de tênis ou de pingue-pongue nunca retornam à altura da qual foram abandonadas, quicando até parar (fig. 6). A energia mecânica se dissipa continuamente, transformando-se, sobretudo, em energia térmica. A energia cinética de um pêndulo em movimento também sofre transformações enquanto o pêndulo vai parando de oscilar. O mesmo ocorre com a energia elétrica gerada a partir da energia potencial gravitacional da água em queda. A energia mecânica, nesses exemplos, vai sendo convertida em outras formas de energia, mas conservando a quantidade da energia total. Não há ganho nem perda da energia total em um sistema fechado; o que ocorre é uma conversão de uma forma em outra. Quando a energia de um sistema diminui, há um aumento igual de energia em outro sistema. Essa constatação pode ser generalizada em uma lei física denominada **lei da conservação da energia**, cujo enunciado é o seguinte:

A energia não pode ser criada nem destruída; pode apenas ser transformada de uma forma em outra, com sua quantidade total permanecendo constante.

S6

No Suplemento, há comentários sobre este "Explore".

EXPLORE EM QUÍMICA

Por que o petróleo e o carvão mineral são chamados de fontes não renováveis de energia, enquanto a madeira, o carvão vegetal e o álcool são fontes renováveis?



Figura 6 • Bola quicando e perdendo altura.

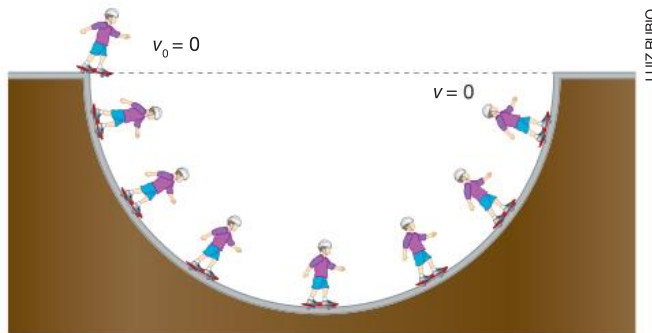


Figura 7 • Parte da energia mecânica do sistema é transformada em outras formas de energia.

Apesar de a lei da conservação da energia garantir que não há como perder energia, algumas transformações são irreversíveis, inviabilizando seu aproveitamento após a conversão. Por exemplo, no caso do carrinho da montanha-russa, a energia potencial inicial não se transforma apenas na energia cinética do próprio carrinho, mas também na energia cinética de seus átomos e moléculas, pois há aquecimento nas rodas ao atritar com os trilhos. Além disso, ao se mover, o carrinho transfere energia à estrutura da montanha-russa e ao ar, que também se aquecem, vibram e emitem ruído, ou seja, manifestam-se na forma de calor e de energia sonora. As energias resultantes do calor desprendido, da vibração do ar, dos trilhos e do carrinho não são mais aproveitáveis. Depois de transferidas para o ambiente, não há como reaproveitá-las para a realização de novo trabalho mecânico.

S7

Consulte o Suplemento para obter uma sugestão de atividade-síntese para esta unidade.

Já sabe responder?

Por que o carrinho da montanha-russa não precisa de motor?



QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 Ao colocar seu filho num balanço, uma jovem mãe se posiciona atrás da criança, segurando o balanço e abandonando-o de certa altura em relação a um plano horizontal.

- Explique por que a mãe da criança pode permanecer na posição onde o balanço foi solto sem medo de que ele a atinja ao retornar.
- Suponha que o sistema balanço-criança tenha massa 30 kg e a altura em relação ao plano de referência, de onde foi abandonado, seja 40 cm. Ao voltar ao ponto do qual partiu, o sistema tem sua energia mecânica reduzida em 30 J. Qual será a altura máxima atingida pelo balanço? (Utilize $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

Resolução

- Ao ser abandonado de certa altura, o balanço tem energia potencial gravitacional, E_{pg} , e nenhuma energia cinética. Quando começar a adquirir velocidade, perderá energia potencial gravitacional e ganhará energia cinética. Como se trata de um sistema dissipativo, parte de sua energia mecânica se dissipará, e o balanço voltará para a mãe da criança sem energia suficiente para atingir a altura de onde partiu.
- A energia mecânica inicial do sistema, $E_{mec,i}$, é apenas sua energia potencial gravitacional, pois o balanço tem velocidade inicial zero e, portanto, energia cinética nula.

Temos, então:

$$E_{mec,i} = E_{pg} = 30 \cdot 10 \cdot 0,4 \therefore E_{mec,i} = 120 \text{ J}$$

Ao voltar, o sistema terá perdido parte desse valor e atingirá o ponto de altura máxima com:

$$E_{mec,f} = E_{pg} = 120 - 30 \therefore E_{mec,f} = 90 \text{ J}$$

Com esse valor, podemos calcular a altura que o balanço atingirá:

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow 90 = 30 \cdot 10 \cdot h, \text{ que resulta:}$$

$$h = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

De fato, a mãe não precisa ficar preocupada em ser atingida pelo balanço. Como a altura inicial foi de 40 cm, o balanço entrará em repouso 10 cm abaixo da altura de onde partiu.

R2 Um parque aquático, localizado no Ceará, tem um tobogã de 41 metros de altura, que equivale a um prédio de 14 andares. Os corajosos que se aventuram nesse brinquedo descem por uma rampa onde corre água sem parar. Por causa disso, o atrito é bastante reduzido, e o sistema pode ser considerado conservativo.

- Supondo que um usuário desse brinquedo parta do ponto mais alto com velocidade

nula, calcule sua velocidade ao atingir a base do brinquedo. (Utilize $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- Segundo dados fornecidos pelo parque, a descida dura, em média, 4,5 s. Calcule a aceleração com que a pessoa desce a rampa do tobogã.

Resolução

- No ponto A: $E_{mec,A} = E_{c,A} + E_{pg,A}$

No entanto, o usuário parte do repouso; então:

$$E_{c,A} = 0$$

No ponto B: $E_{mec,B} = E_{c,B} + E_{pg,B}$

Mas o usuário na base não tem altura em relação ao solo; então:

$$E_{pg,B} = 0$$

Supondo que o sistema seja conservativo, temos:

$$E_{mec,A} = E_{mec,B} \Rightarrow E_{pg,A} = E_{c,B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mgh_A = m \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot 10 \cdot 41 = \frac{mv_B^2}{2} \therefore v_B \approx 28,6 \text{ m/s}$$

Esse valor equivale a, aproximadamente, 103 km/h.

- Sabemos que:

$$v = v_0 + at$$

Para $v_0 = 0$ e $t = 4,5 \text{ s}$, temos:

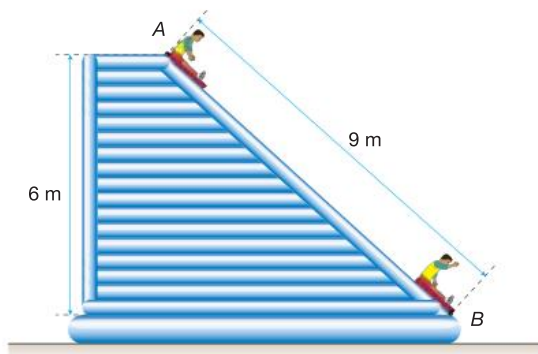
$$28,6 = 4,5a \therefore a \approx 6,36 \text{ m/s}^2$$

R3 Em um tobogã inflável de 6 metros de altura, uma criança escorrega no ponto mais alto partindo do repouso. A criança chega ao ponto mais baixo do tobogã deslizando com atrito, como mostra a figura na página seguinte. Qual é a velocidade da criança ao chegar ao ponto mais baixo, sabendo que, por causa do trabalho da força de atrito, foram dissipados 2.000 J de energia mecânica? (Dados: $m_{criança} = 40 \text{ kg}$)

Resolução

Como há atrito entre a criança e a superfície da rampa, o sistema é dissipativo e, portanto, a energia mecânica associada à criança na posição A não será a mesma que ela terá em B. Há uma variação de energia mecânica graças ao trabalho da força de atrito, que, pelo enunciado, vale:

$$\mathcal{C}_{F_{at}} = \Delta E_{mec} = -2.000 \text{ J}$$



Sabemos que, no ponto A, temos:

$$E_{\text{Mec},A} = E_{C_A} + E_{\text{pg},A}$$

Como a criança parte do repouso:

$$E_{C_A} = 0 \Rightarrow E_{\text{Mec},A} = 40 \cdot 10 \cdot 6$$

$$\therefore E_{\text{Mec},A} = 2.400 \text{ J}$$

Embaixo (ponto B): $E_{\text{Mec},B} = E_{C_B} + E_{\text{pg},B}$

Como a criança atinge a base:

$$E_{\text{pg},B} = 0 \Rightarrow E_{\text{Mec},B} = \frac{40 \cdot v_B^2}{2}$$

Mas sabemos que:

$$E_{\text{Mec},A} \neq E_{\text{Mec},B} \Rightarrow \mathcal{C}_{F_{\text{at}}} = E_{\text{Mec},B} - E_{\text{Mec},A}$$

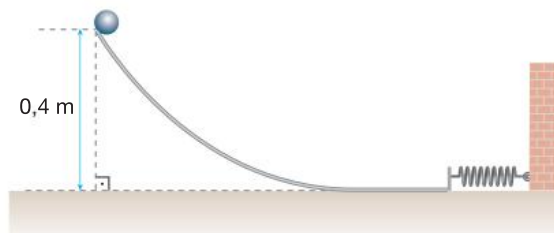
Como $\mathcal{C}_{F_{\text{at}}} = -2.000 \text{ J}$, temos:

$$-2.000 = 40 \frac{v_B^2}{2} - 2.400 \Rightarrow 400 = \frac{40v_B^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 20 \therefore v_B \approx 4,5 \text{ m/s} \approx 16 \text{ km/h}$$

Note que se trata de um valor de velocidade baixo, adequado à segurança da criança.

R4 Uma bola de 2 kg de massa situada à altura de 0,4 m do solo desliza a partir do repouso pela pista sem atrito representada na figura. No fim do trajeto, ela encontra e comprime uma mola de constante elástica 256 N/m. Supondo desprezíveis as perdas de energia, determine a deformação sofrida pela mola.



Resolução

O sistema é conservativo, por isso a energia mecânica se conserva. Assim, considerando o ponto de onde partiu a bola como o ponto A e a posição de compressão máxima da mola como o ponto B, temos:

$$E_{\text{Mec},A} = E_{\text{Mec},B} \Rightarrow E_{\text{pg},A} + E_{C_A} = E_{\text{pe},l}$$

Como a bola partiu do repouso, temos: $E_{C_A} = 0$
Então:

$$mgh = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10 \cdot 0,4 = \frac{256 \cdot x^2}{2}$$

$$\therefore x = 0,25 \text{ m}$$

Portanto, a deformação sofrida pela mola foi de 25 cm.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

- 1** A figura mostra um homem na Terra saltando de um caixote e de um muro que estão, respectivamente, a 50 cm e a 3 m do solo (nível de referência). Sobre o descrito, são feitas as seguintes afirmações:



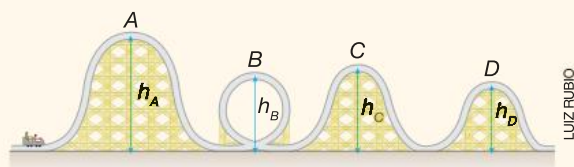
- I. O valor da energia potencial gravitacional associada ao homem no alto do muro é maior do que quando ele salta do caixote, porque o trabalho associado à força peso do homem depende da altura onde ele está em relação ao solo.
- II. Ao atingir o solo, a energia cinética associada ao homem terá maior valor quando o salto for feito do muro.
- III. O valor da energia mecânica associada ao homem será constante independentemente da ação de forças dissipativas que atuem sobre ele durante o trajeto até o solo.

Verifique se essas afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique.

2 Um gato cai acidentalmente de uma janela de 5 m de altura. Supondo sua massa igual a 4 kg, verifique se são verdadeiras ou falsas as afirmações a seguir e justifique. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- Em um sistema conservativo, o gato atinge o solo com velocidade de 36 km/h.
- Se levarmos em conta os efeitos da resistência do ar, o gato, ao atingir o solo, terá energia mecânica superior a 200 J.
- Na metade da altura, o gato tem, no máximo, 100 J de energia cinética.
- A energia mecânica associada ao gato certamente vale 200 J em qualquer instante da queda.

3 Em uma montanha-russa, o carrinho segue o trajeto representado na figura. (Considere que o carro tem $v = 0 \text{ m/s}$ no ponto A.)



- Explique por que a altura do *looping* h_B deve ser inferior à altura h_A , mesmo se o sistema for considerado conservativo.
- Ao ser abandonado no ponto A, o carrinho realiza uma série de subidas e descidas. Para uma situação na qual o atrito não pode ser desprezado, coloque em ordem crescente as energias mecânicas dos pontos A, B, C e D.
- Suponha que em A o carrinho de massa 1.000 kg tenha 10^5 J de energia mecânica. No trajeto de A até D, ele perde $2 \times 10^4 \text{ J}$, atinge D e para. Qual é o valor da altura h_D ?
- Qual é a potência do motor da esteira que leva o carrinho do solo até o ponto A, sabendo que esse percurso é feito em 20 s?

4 É possível aumentar a segurança das rodovias que apresentam declives muito acentuados construindo o que os engenheiros de transporte chamam de “corredores de segurança”. O objetivo desses segmentos especiais de estrada é permitir que veículos pesados, como caminhões ou ônibus, que tenham seus freios avariados ou superaquecidos percam gradualmente a energia cinética acumulada, evitando, assim, acidentes de consequências graves. Ao se encaminhar para um desses corredores, o veículo percorre um trecho de estrada em elevação cujo pavimento é constituído por uma camada de brita. Assim, ao trilhar essa subida, o veículo, além de transformar sua energia cinética em potencial gravitacional, tem sua velocidade reduzida por causa do trabalho da força de atrito.



Suponha que um motorista dirija um caminhão de 5 toneladas de massa, à velocidade de 72 km/h, e deseje parar o veículo usando o dispositivo descrito no texto. Por causa do atrito entre os pneus do caminhão e o piso do “corredor de segurança”, o caminhão perde 60% da energia cinética que possuía ao entrar nesse piso. Determine que altura em relação ao solo o caminhão atinge ao parar. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

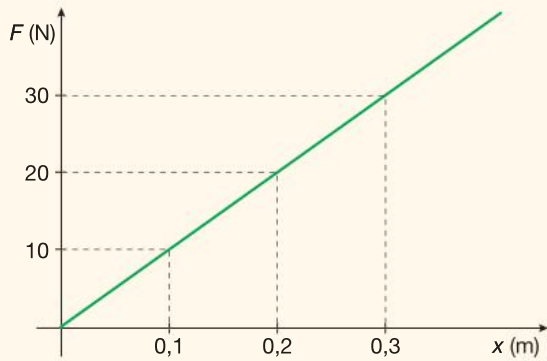
5 Um balão leva sacos de areia que são largados à medida que o balonista quer diminuir seu peso e atingir maiores altitudes. Suponha que, durante um passeio, um balonista deixe cair um desses sacos, de massa 30 kg, no instante em que o balão está parado a 200 m de altura em relação ao solo. Qual é, em joule, o valor da energia mecânica dissipada no percurso se o saco tem, ao atingir o solo, a velocidade de 144 km/h? (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



6 O brinquedo da figura é uma caixa de surpresa. No seu interior, há uma mola comprimida que tem em sua extremidade um boneco de massa 40 g. Quando a pessoa gira a manivela, a tampa da caixa se abre, a mola se distende e o boneco é impulsionado para fora.

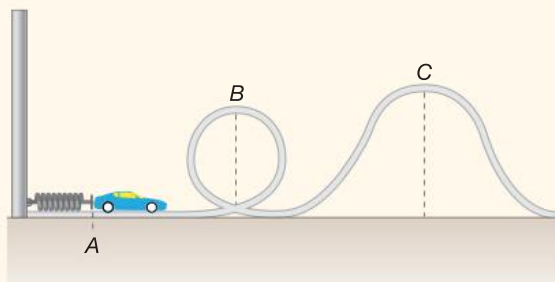
Suponha que em uma dessas caixas haja uma mola cujo comportamento pode ser descrito pelo gráfico a seguir.



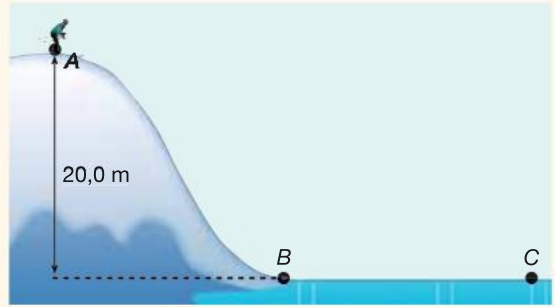


- Calcule a energia potencial elástica associada à mola quando ela está deformada 25 cm.
- Ao ser restituída ao seu comprimento natural, a mola libera o boneco imprimindo-lhe velocidade de 5 m/s. Determine a deformação da mola antes de a tampa ser aberta.

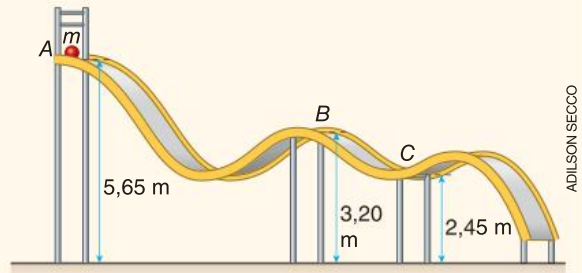
- 7 Um brinquedo foi criado para simular o movimento em um trecho de montanha-russa. Ele é composto de um trilho de metal liso sobre o qual se move um carrinho de massa 50 g. O movimento começa quando se libera uma mola de constante elástica 40 N/m, comprimida de 10 cm, na qual o carrinho está encostado. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que o atrito entre o carrinho e o trilho é desprezível.)



- Qual é a energia potencial elástica associada ao carrinho no ponto A?
 - Se o ponto B está a uma distância de 30 cm do plano horizontal, o carrinho conseguirá executar o *looping*? Por quê?
 - A que altura deve estar o ponto C para que o carrinho pare ao atingi-lo?
- 8 Um esquiador de massa 80 kg desce um morro coberto de neve, como mostrado na figura a seguir. No trecho de A a B, o atrito é desprezível e, no trecho de B a C, há atrito de coeficiente 0,5. Sabendo que o esquiador parte do repouso e que em C ele para, determine a distância BC.



- 9 (Udesc) Uma partícula com massa de 200 g é abandonada, a partir do repouso, no ponto A da figura. Desprezando o atrito e a resistência do ar, pode-se afirmar que as velocidades nos pontos B e C são, respectivamente:



- 7,0 m/s e 8,0 m/s
- 5,0 m/s e 6,0 m/s
- 6,0 m/s e 7,0 m/s
- 8,0 m/s e 9,0 m/s
- 9,0 m/s e 10,0 m/s

- 10 (UFRGS-RS) Um objeto, com massa de 1,0 kg, é lançado, a partir do solo, com energia mecânica de 20 J. Quando o objeto atinge a altura máxima, sua energia potencial gravitacional relativa ao solo é de 7,5 J.

Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se a aceleração da gravidade com módulo de 10 m/s^2 , a velocidade desse objeto no ponto mais alto de sua trajetória é:

- zero
- 2,5 m/s
- 5,0 m/s
- 12,5 m/s
- 25,0 m/s

- 11 (IFSC) A ilustração abaixo representa um bloco de 2 kg de massa, que é comprimido contra uma mola de constante elástica $k = 200 \text{ N/m}$. Desprezando qualquer tipo de atrito, é **CORRETO** afirmar que, para que o bloco atinja o ponto B com uma velocidade de 1,0 m/s, é necessário comprimir a mola em:



- 0,90 cm
- 90,0 cm
- 0,81 m
- 81,0 cm
- 9,0 cm

Potência associada a uma força

Você já se imaginou produzindo energia elétrica suficiente para iluminar um local e manter alguns aparelhos eletrônicos funcionando durante longo tempo? Pois isso já existe! Trata-se da pista de dança sustentável, considerada a “mais verde” que existe.

A pista sustentável é composta de sensores instalados por baixo do piso que captam a energia de movimento dos frequentadores, convertendo-a em energia elétrica. Estimativas mostram que, ao dançar, uma pessoa pode produzir de 5 a 10 watts de potência, dependendo do seu peso. Para um dançarino mais animado esse valor pode chegar a 20 watts!

EUROPICS/NEWS.COM/GLOW IMAGES



Pista de dança sustentável.

E que tipo de dançarino você seria? Animado ou “apagado”? Esta atividade tem o objetivo de estabelecer a potência associada ao trabalho da sua força peso. Para realizá-la, você terá que subir alguns lances de escada e cronometrar seu tempo de subida. Esse movimento (subir a escada), embora seja menos complexo que os movimentos de uma dança, pode ser equivalente em termos de energia, dependendo do tipo de dança.

Materiais

- Cronômetro, réguas.

Procedimento

- 1 Suba correndo uma escada entre um ou dois andares de um prédio e meça o tempo que você gastou.
- 2 Obtenha o valor da altura a que você se elevou. Você pode medir a altura de um degrau e multiplicar pelo número de degraus que subiu.
- 3 Qual é o trabalho realizado pelo seu peso no deslocamento?
- 4 Esse valor seria diferente se, caso fosse possível, você pulasse do piso até o último degrau? E se a escada fosse rolante?
- 5 Calcule a potência associada ao seu peso ao realizar essa tarefa. Compare com o valor de outros colegas que também realizaram a atividade.
- 6 A potência de uma lâmpada comum é 100 W. Quantas lâmpadas iguais a essa poderiam ser mantidas acesas, durante 1 s, usando a potência que você desenvolveu ao subir a escada?



Leia sugestão de encaminhamento de discussão após a leitura deste texto.

Energia infinita!

Um fabricante de motores de automóveis deseja produzir mecanismos que quebrem seguidamente os recordes de velocidade. Haveria um limite para isso? Em outras palavras, o emprego de alta tecnologia na fabricação de motores que possibilitem aos veículos atingir velocidades fantásticas é uma fantasia ou pode se tornar realidade? A resposta a essa questão não é simples, uma vez que, no Universo, todo objeto só poderia ser acelerado até, no máximo, a velocidade da luz. A teoria da relatividade de Einstein mostrou que essa velocidade é um limite físico, não importando quanto se aprimore o motor dos carros.

A ideia de um objeto com velocidade infinita é estranha, pois, como vimos nesta unidade, todo corpo que se desloca possui energia de movimento, denominada energia cinética. Essa energia tem um valor que depende do quadrado da velocidade do objeto. Se fosse possível a um objeto atingir uma velocidade infinitamente grande, sua energia cinética também seria infinita. Um corpo com energia infinita parece coisa de ficção científica!

Mas deve existir outra razão, mais “científica”, para que a velocidade da luz seja o valor-limite. Segundo a teoria da relatividade, massa e energia são grandezas equivalentes, ou seja, a massa de um corpo é uma espécie de energia concentrada, diferentemente da concepção da Física Clássica, que considera essas grandezas independentes. Assim, à medida que fornecemos energia cinética para um corpo, por meio da variação de velocidade, parte dessa energia é acumulada sob a forma de massa. Uma quantidade infinita de energia acrescentaria uma quantidade também infinita de massa ao corpo. Assim, como a massa é uma medida da inércia, seria impossível aumentar ainda mais a velocidade desse objeto.



JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS

O jabuti tem velocidade de aproximadamente 7,5 cm/s ou 0,075 m/s.



CHRISTOPHER PASATI/REUTERS/LATINSTOCK

Os caças podem ultrapassar a velocidade de 340 m/s.



BOB SACHA/CORBIS/LATINSTOCK

Um feixe de luz tem velocidade de aproximadamente 300.000.000 m/s.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- 1 A Física Clássica e a teoria da relatividade de Einstein têm concepções diferentes das grandezas massa e energia. Em que diferem essas duas concepções?
- 2 De que maneira a concepção de massa aceita pela teoria da relatividade impede que um corpo atinja uma velocidade superior à da luz?

Como funciona uma usina hidrelétrica

As usinas hidrelétricas aproveitam a energia potencial gravitacional obtida pelo desnível de uma massa de água represada. Itaipu Binacional, que pertence ao Brasil e ao Paraguai e está localizada na fronteira entre os dois países, é a maior do Brasil em geração de energia e uma das maiores do mundo. Ela fornece 15% da energia elétrica consumida no Brasil e 75% da consumida no Paraguai. Entre 2008 e 2015, sua produção média anual foi de 92,3 milhões de megawatts-hora (MWh).



ILUSTRAÇÕES: MAISA SHIGEMATSU

Reservatório

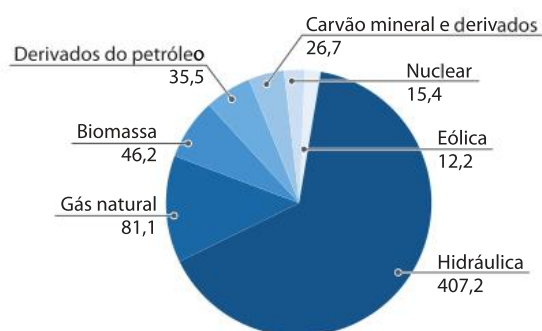
O reservatório de uma usina tem a função de produzir um desnível ou regularizar a vazão do rio. O lago de Itaipu pode conter até 29 trilhões de litros de água. Apesar de ser o sétimo maior reservatório do Brasil, Itaipu tem o maior aproveitamento em relação à área inundada. O índice de produção é de 10,4 MW por quilômetro quadrado alagado. A geração de energia de uma usina depende principalmente da vazão afluente e da altura de queda-d'água (desnível).

Volume de água no nível máximo normal: 29 bilhões de m³
Extensão: 170 km

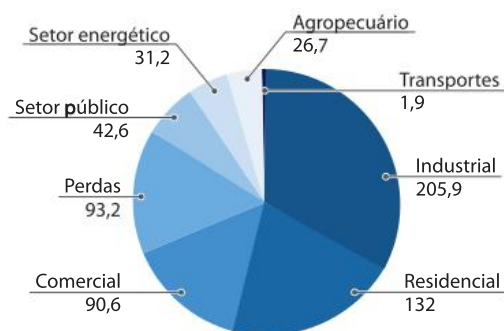
Vertedouro

O vertedouro serve para controlar o nível da represa e evitar que ela se rompa com o excesso de água. Em Itaipu, há 14 comportas distribuídas em três calhas. Juntas, elas podem escoar 62 milhões de litros de água por segundo.

Origem da energia elétrica consumida no Brasil em 2014 (em TWh)*



Consumo de energia elétrica no Brasil em 2014, por setor (em TWh)



* 1 TWh = 1 terawatt-hora = 10¹² Wh

Barragem

A altura de queda-d'água resultante do desnível do solo do rio represado é essencial para o funcionamento da usina. Assim, a água exerce a pressão necessária sobre a barragem. A barragem de Itaipu tem 196 m de altura.

Casa de força

A água que sai do reservatório é conduzida através de enormes tubos até a casa de força, onde estão instaladas as turbinas e os geradores que produzem eletricidade. Veja como a casa de força funciona no esquema ao lado.

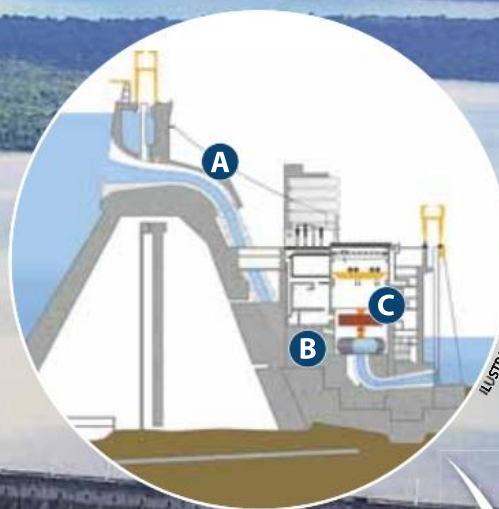


ILUSTRAÇÃO: MAISA SHIGEMATSU



CAIO CORONEL/ACERVO ITAIPU BINACIONAL

A

Condutos forçados

A água é escoada para a casa de força por meio de tubos de 10,5 m de diâmetro. Em cada um dos 20 tubos, passam aproximadamente 700 m³ de água a cada segundo.



ACERVO ITAIPU BINACIONAL

B

Turbinas

Em seguida, a água chega às turbinas, fazendo-as girar rapidamente, cerca de 90 vezes por minuto. Cada turbina tem capacidade de 700 MW, suficientes para abastecer uma cidade de 1,5 milhão de habitantes.



ALEXANDRE MARCHETTI/ACERVO ITAIPU BINACIONAL

C

Geradores

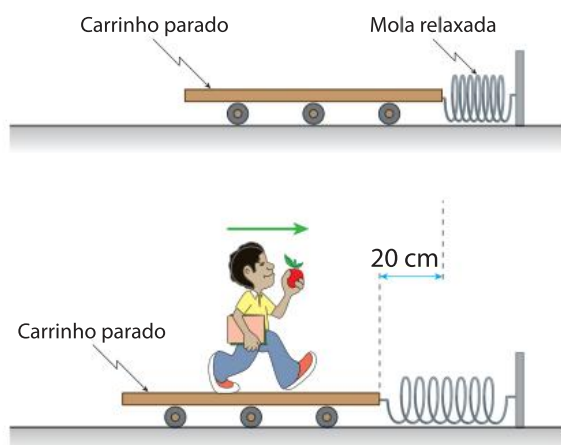
Os geradores transformam a energia mecânica de rotação da turbina em energia elétrica. Em seguida, a energia é distribuída para as subestações e para as redes de transmissão, chegando, assim, aos consumidores.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- 1 Descreva as transformações de energia que ocorrem em uma hidrelétrica.
- 2 Se cada litro de água tem massa de 1 kg, qual é, aproximadamente, a energia potencial que cada m³ de água transfere para os giros das turbinas de Itaipu, considerando uma queda de 196 m de altura?

- 1 (Vunesp) Um rapaz de 50 kg está inicialmente parado sobre a extremidade esquerda da plataforma plana de um carrinho em repouso, em relação ao solo plano e horizontal. A extremidade direita da plataforma do carrinho está ligada a uma parede rígida, por meio de uma mola ideal, de massa desprezível e de constante elástica 25 N/m, inicialmente relaxada.

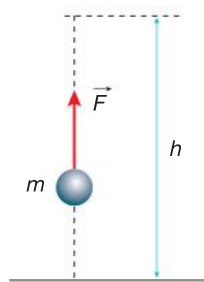
O rapaz começa a caminhar para a direita, no sentido da parede, e o carrinho move-se para a esquerda, distendendo a mola. Para manter a mola distendida de 20 cm e o carrinho em repouso, sem deslizar sobre o solo, o rapaz mantém-se em movimento uniformemente acelerado.



Considerando o referencial de energia na situação da mola relaxada, determine o valor da energia potencial elástica armazenada na mola distendida de 20 cm e o módulo da aceleração do rapaz nessa situação.

- 2 (Udesc) Deixa-se cair um objeto de massa 500 g de uma altura de 5 m acima do solo. A alternativa que representa a velocidade do objeto, imediatamente antes de tocar o solo, desprezando-se a resistência do ar, é:
- a) 10 m/s c) 5,0 m/s e) 2,5 m/s
b) 7,0 m/s d) 15 m/s

- 3 (OBF) Uma partícula de massa m é erguida do solo até uma altura h , através de uma força constante \vec{F} , como ilustrado na figura. A partícula sobe em movimento retilíneo e uniforme. Os efeitos de resistência do ar são desprezados.



Considerando tal situação, determine a alternativa correta:

- a) A energia mecânica da partícula permanece constante durante todo o processo de subida.
b) A força \vec{F} não é conservativa.

- c) O trabalho realizado pela força \vec{F} é igual à variação da energia cinética da partícula.
d) Na subida, a energia cinética da partícula diminui, mas sua energia potencial gravitacional aumenta.
e) A energia potencial gravitacional da partícula não se altera durante o processo de subida.

- 4 (UFSM-RS) A tabela reproduz o rótulo de informações nutricionais de um pacote de farinha de trigo.

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL (Porção de 50 g ou 1/2 xícara de farinha de trigo)		
Quantidade de porção		%VD* (%)
Valor energético	170 kcal = 714 kJ	9%
Carboidratos	36,0 g	12%
Proteínas	4,9 g	7%
Gorduras totais	0,7 g	1%
Gorduras saturadas	0,0 g	0%
Gorduras trans	0,0 g	—
Fibra alimentar	1,6 g	6%
Sódio	0,0 mg	0%
Ferro	2,1 mg	15%
Ácido fólico (vit. B9)	76 µg	19%

* VD = valor diário

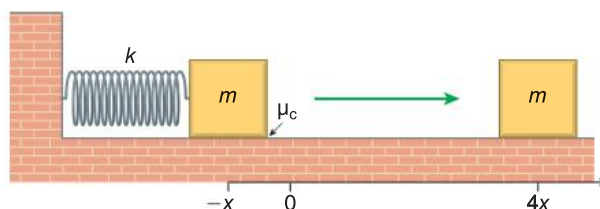
Considerando o valor energético informado no rótulo, essa quantidade de energia corresponde ao trabalho realizado ao arrastar um corpo contra uma força de atrito de 50 N com velocidade constante, por uma distância de, aproximadamente:

- a) 3,4 m c) 1,4 km e) 14,3 km
b) 14,3 m d) 3,4 km

- 5 (PUC-RJ) Um elevador de 500 kg deve subir uma carga de 2,5 toneladas a uma altura de 20 metros, em um tempo inferior a 25 segundos. Qual deve ser a potência média mínima do motor do elevador, em kW? (Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- a) 20 c) 24 e) 15
b) 16 d) 38

- 6 (UFRGS-RS) Observe o sistema formado por um bloco de massa m comprimindo uma mola de constante k , representado na figura abaixo.



Considere a mola como sem massa e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície igual a μ_c . Qual deve ser a compressão X da mola para que o bloco deslize sem rolar sobre a superfície horizontal e pare no ponto distante $4X$ da posição de equilíbrio da mola?

- a) 2 mg/k c) 4 μ_c mg/k e) 10 μ_c mg/k
b) 2 μ_c mg/k d) 8 μ_c mg/k

- 7 (Enem) Uma análise criteriosa do desempenho de Usain Bolt na quebra do recorde mundial dos 100 metros rasos mostrou que, apesar de ser o último dos corredores a reagir ao tiro e iniciar a corrida, seus primeiros 30 metros foram os mais velozes já feitos em um recorde mundial, cruzando essa marca em 3,78 segundos. Até se colocar com o corpo reto, foram 13 passadas, mostrando sua potência durante a aceleração, o momento mais importante da corrida. Ao final desse percurso, Bolt havia atingido a velocidade máxima de 12 m/s.

Disponível em: <<http://esporte.uol.com.br>>.

Acesso em: 5 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que a massa desse corredor seja igual a 90 kg, o trabalho total realizado nas 13 primeiras passadas é mais próximo de:

- a) $5,4 \times 10^2$ J c) $8,6 \times 10^3$ J e) $3,2 \times 10^4$ J
b) $6,5 \times 10^3$ J d) $1,3 \times 10^4$ J

- 8 (PUC-RS) Uma caixa com um litro de leite tem aproximadamente 1,0 kg de massa. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, se ela for levantada verticalmente, com velocidade constante, 10 cm em 1,0 s, a potência desenvolvida será, aproximadamente, de:

- a) $1,0 \cdot 10^2$ W d) $1,0 \cdot 10^{-1}$ W
b) $1,0 \cdot 10$ W e) $1,0 \cdot 10^{-2}$ W
c) $1,0 \cdot 10^0$ W

- 9 (Uece) Na geração de energia elétrica com usinas termelétricas, há transformação de energia térmica em elétrica. Na geração a partir de hidrelétricas, a conversão para energia elétrica se dá primariamente a partir de energia:

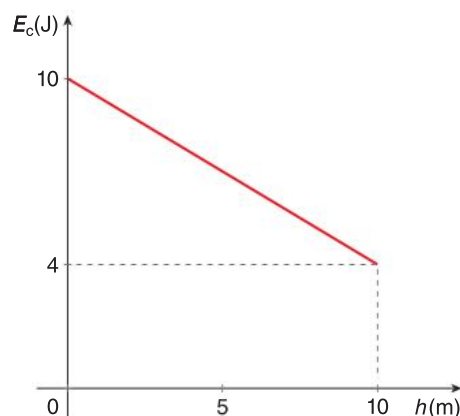
- a) potencial elétrica da água nos reservatórios.
b) potencial gravitacional da água nas represas.
c) potencial elástico nas turbinas.
d) cinética da água armazenada em repouso nas represas.

- 10 (UFG-GO) Para fazer um projeto da barragem de uma usina hidrelétrica de 19,8 m de altura, o projetista considerou um pequeno volume de água ΔV caindo do topo da barragem a uma velocidade inicial de 2 m/s sobre as turbinas na base da barragem. Considerando o exposto, calcule:

(Dados: densidade da água: $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) a velocidade do volume de água ΔV ao chegar à turbina na base da barragem;
b) a potência útil da usina, se sua eficiência em todo o processo de produção de energia elétrica for de 30%, para uma vazão de água de $120 \times 10^6 \text{ cm}^3/\text{s}$.

- 11 (UFPE) O gráfico a seguir mostra a energia cinética de um pequeno bloco em função da altura. Na altura $h = 0$, a energia potencial gravitacional do bloco é nula. O bloco se move sobre uma superfície com atrito desprezível. Calcule a energia potencial gravitacional máxima do bloco, em joules.



ADILSON SECCO

- 12 (Uern) “Helter Skelter” é uma das mais famosas canções do *Álbum Branco* dos Beatles, lançado em 1968, e tem como tradução: escorregador e confusão, como pode ser percebido por um trecho traduzido a seguir:

Quando eu chego no chão, eu volto para o topo do escorregador

Onde eu paro, me viro e saio para outra volta

Até que eu volte ao chão e te veja novamente

Você não quer que eu te ame?

Estou descendo rápido, mas estou a milhas de você. Diga-me, diga-me a resposta, vamos me diga a resposta

Você pode ser uma amante, mas você não é uma dançarina

Confusão, Confusão

Confusão [...]

(<http://www.vagalume.com.br/the-beatles/helter-skelter-traducao.html#ixzz1nPqII0E9> / Fragmento)

Um *helter skelter* é uma espécie de escorregador construído em forma espiral em torno de uma torre. As pessoas sobem por dentro da torre e escorregam abaixo para o lado de fora, geralmente em um tapete. Uma criança de 40 kg desce no escorregador a partir de seu ponto mais alto e com velocidade inicial igual a zero. Considere que, ao passar pelo ponto do escorregador situado a uma altura de 3,2 m, sua velocidade atinja 6 m/s. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, a altura desse escorregador é:

- a) 5 m b) 4 m c) 7 m d) 6 m



REPRODUÇÃO

UNIDADE

6

Princípio da conservação da quantidade de movimento

Para começo de conversa

O que aconteceria se os cerca de 7 bilhões de habitantes da Terra resolvessem andar para o mesmo lado ao mesmo tempo?



Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, ao adquirir movimento em relação à Terra, os quase 7 bilhões de habitantes a empurrariam no sentido oposto a esse movimento. Assim, a Terra adquiriria quantidade de movimento de mesmo módulo, mas de sentido contrário à quantidade de movimento total dos habitantes. Se a população terrestre tivesse massa considerável em comparação com a massa da Terra, a velocidade adquirida pelo planeta devido a esse movimento também seria considerável. No entanto, a massa dos habitantes é da ordem de 10^{11} kg, enquanto a massa da Terra é da ordem de 10^{24} kg. Considerando 1 m/s a velocidade das pessoas ao andar, a velocidade adquirida pela Terra seria aproximadamente igual a 0,000000000000006 m/s.



S1

Professor, consulte o *Suplemento* para obter orientações sobre a questão introdutória, os objetivos desta unidade e a proposta de abordagem inicial dos conteúdos.

Quantidade de movimento: um pouco da história desse conceito

Durante muitos anos, os filósofos se preocuparam com o fato de o movimento dos objetos não ser perpétuo. Por que a duração dos movimentos é limitada? Muitos desses filósofos chegaram a pensar que o Universo estaria fadado ao repouso e, dessa maneira, tenderia a “morrer”.

Foi o francês René Descartes (1596-1650) quem propôs a ideia de que haveria uma quantidade fixa de movimento e de repouso no Universo, a qual permaneceria invariável. Isso significa que, ainda que corpos perdessem seu movimento, outros o receberiam, de modo que a quantidade de movimento total do Universo se conservaria. A partir desse princípio, Isaac Newton (1643-1727) propôs o princípio da conservação da quantidade de movimento, resolvendo o problema que tanto havia preocupado os filósofos.

TORU HANAIREUTERS/LATINSTOCK



Capítulos

20 Quantidade de movimento e impulso

21 Conservação da quantidade de movimento

Quantidade de movimento e impulso

ou: Por que as embalagens para transportar objetos delicados são feitas de papelão e isopor?

S2

No *Suplemento*, você encontra orientações para o trabalho da questão introdutória.

1 Introdução

Ao serem transportados, os objetos ficam sujeitos a forças de intensidade variável que podem danificá-los. As embalagens se deformam e aumentam o tempo de atuação dessas forças, provocando a diminuição da sua intensidade.

Se uma bola de futebol e uma de pingue-pongue forem arremessadas contra uma vidraça, com velocidades de mesmo módulo, é provável que o efeito do choque seja diferente (fig. 1 e 2). Pela mesma razão, se dois caminhões-pipa à mesma velocidade (um cheio e outro vazio) tiverem de frear empregando a mesma força de retardamento, o que estiver vazio vai parar antes daquele que estiver carregado.

Neste capítulo, vamos entender o que torna os movimentos dos dois caminhões ou o efeito de choque das duas bolas diferentes, apesar de serem executados com a mesma velocidade. Vamos compreender também por que a bola de pingue-pongue, ao ser rebatida pela janela, é impulsionada por uma força que pode alterar não só o módulo, mas também o sentido e a direção do vetor velocidade da bola.

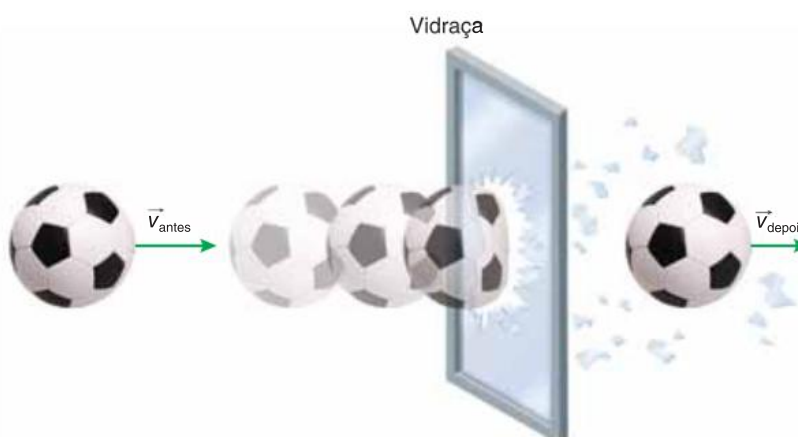


Figura 1 • Para a mesma velocidade, quanto maior for o valor da massa do corpo, maior será sua quantidade de movimento.

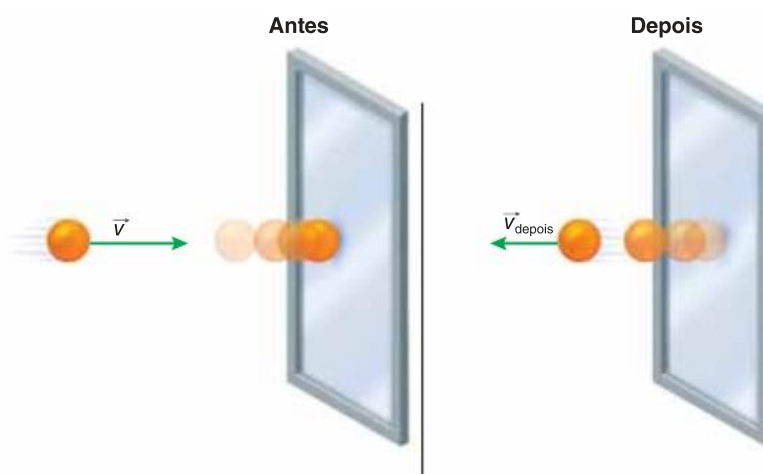


Figura 2 • Ao contrário da bola de futebol, a bola de pingue-pongue ricocheteia na vidraça, invertendo seu sentido de movimento.

2 Quantidade de movimento ou momento linear

A medida da velocidade dos móveis não é suficiente para descrever completamente o movimento. Todavia, quando consideramos as massas dos corpos e as combinamos com o módulo de suas velocidades, conseguimos entender por que há mais “movimento” em um caminhão-pipa carregado do que em um caminhão-pipa vazio, mesmo que ambos estejam a 80 km/h, isto é, à mesma velocidade. Também conseguimos entender por que há mais “movimento” na bola de futebol do que na de pingue-pongue ao se chocarem com uma vidraça, mesmo estando à mesma velocidade.

Essas diferenças podem ser enunciadas a partir da definição de uma grandeza denominada **quantidade de movimento** ou **momento linear** de um corpo. Em outras palavras, a quantidade de movimento indica “quanto movimento” há em um corpo. Podemos calcular a quantidade de movimento (\vec{q}) para um corpo de massa m e velocidade \vec{v} , por meio da relação a seguir:

$$\vec{q} = m \cdot \vec{v}$$

A unidade da quantidade de movimento no SI é **kg · m/s**.

Observe que a grandeza quantidade de movimento é vetorial, assumindo a mesma direção e sentido do vetor \vec{v} .

A tabela 1 mostra os módulos das quantidades de movimento da bola de futebol e da bola de pingue-pongue quando estão sujeitas à mesma velocidade.

Objeto	Massa	Velocidade	Módulo da quantidade de movimento
Bola de pingue-pongue	2,5 g = $2,5 \cdot 10^{-3}$ kg	100 km/h \approx 28 m/s	0,07 kg · m/s
Bola de futebol	450 g = 0,45 kg	100 km/h \approx 28 m/s	12,6 kg · m/s



S3

Consulte no *Suplemento* outros valores de quantidades de movimento.

As quantidades de movimento de corpos de massas muito distintas podem ter valores próximos dependendo das intensidades de suas velocidades. Assim, ainda que a massa de determinado corpo seja pequena, como a de uma bala de fuzil, de aproximadamente 10 g, uma grande velocidade, em torno de 900 m/s, associará a ela uma quantidade de movimento expressiva, comparável, por exemplo, à de uma bola de boliche de 3,2 kg de massa lançada com velocidade de 3 m/s:

$$q_{\text{bala}} = m_{\text{bala}} \cdot v_{\text{bala}} \Rightarrow q_{\text{bala}} = 0,01 \cdot 900 \therefore q_{\text{bala}} = 9,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$q_{\text{bola}} = m_{\text{bola}} \cdot v_{\text{bola}} \Rightarrow q_{\text{bola}} = 3,2 \cdot 3 \therefore q_{\text{bola}} = 9,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$



Figura 3 • A quantidade de movimento de uma bala de fuzil em alta velocidade pode ser comparada à de uma bola de boliche em velocidade baixa.

QUESTÕES RESOLVIDAS

- R1** Quando um corpo tem quantidade de movimento não nula, é possível associar a ele pelo menos um tipo de energia. Qual é essa energia?

► Resolução

Para que um corpo de massa m tenha quantidade de movimento, é necessário que o módulo da sua velocidade (\vec{v}) não seja nulo. Assim, além da quantidade de movimento, ele tem também energia cinética, dada por:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

- R2** Uma bola de massa 1 kg e velocidade 2 m/s choca-se com um muro e inverte o sentido do seu movimento mantendo, no entanto, o módulo de sua velocidade. Calcule os valores da quantidade de movimento e da energia cinética da bola antes e depois do choque com o muro.

► Resolução

A velocidade inicial da bola é 2 m/s. Como o sentido do movimento se inverteu com o choque, a velocidade da bola passa a ser -2 m/s. Assim:

$$q_i = m \cdot v_i \Rightarrow q_i = 1 \cdot 2 \therefore q_i = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$E_{c_i} = \frac{m \cdot v_i^2}{2} \Rightarrow E_{c_i} = \frac{1 \cdot (2)^2}{2} \therefore E_{c_i} = 2 \text{ J}$$

e

$$q_f = m \cdot v_f \Rightarrow q_f = 1 \cdot (-2) \therefore q_f = -2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$E_{c_f} = \frac{m \cdot v_f^2}{2} \Rightarrow E_{c_f} = \frac{1 \cdot (-2)^2}{2} \therefore E_{c_f} = 2 \text{ J}$$

Observe que a energia cinética depende do quadrado da velocidade, assim o valor dessa energia antes e depois da inversão de sentido é o mesmo, ou seja, o valor da energia cinética não muda apesar de o sentido do movimento se alterar.

- R3** Um caminhão de massa 10^4 kg parte do repouso e percorre, com aceleração constante, uma distância de 40 m em 10 s. Qual é sua quantidade de movimento no final dos 40 m?

► Resolução

Para determinar a quantidade de movimento, é preciso saber qual é a velocidade do caminhão ao fim dos 40 m. Como a aceleração é constante, trata-se de um MUV. Portanto, temos:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

No caso, temos $s_0 = 0$ m; $v_0 = 0$ m/s porque o caminhão parte do repouso; $t = 10$ s; $s = 40$ m. Substituindo na equação:

$$40 = 0 + 0t + \frac{a \cdot 10^2}{2} \therefore a = 0,8 \text{ m/s}^2$$

Logo, substituindo em $v = v_0 + a \cdot t$:

$$v = 0 + 0,8 \cdot 10 \therefore v = 8 \text{ m/s}$$

O caminhão terá quantidade de movimento cujo valor será:

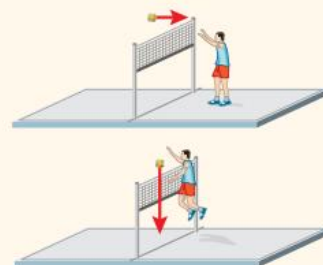
$$q = m \cdot v \Rightarrow q = 10^4 \cdot 8 \therefore q = 8 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

A questão 2 supõe que o aluno saiba subtrair vetores. Se possível, resolva-a na lousa.

QUESTÕES PROPOSTAS

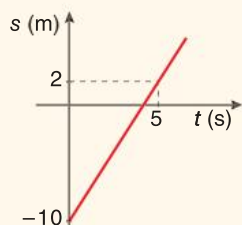
- É possível alterar a quantidade de movimento de uma bola sem mudar sua energia cinética? Como?
- Uma bola de vôleibol se move horizontalmente com uma quantidade de movimento de módulo $15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Ao ser rebatida por um jogador, passa a se mover verticalmente mantendo o módulo da quantidade de movimento em $15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.
 - A quantidade de movimento da bola variou? Em caso afirmativo, calcule o módulo dessa variação.

Lembre-se: resolva as questões no caderno.



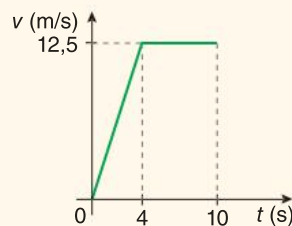
LUÍZ RUIBO

- 3 Um automóvel de massa $1,2 \times 10^3$ kg se desloca com velocidade constante numa estrada retilínea, quando, no instante $t = 0$ s, um estudante passa a estudar seu movimento. Após os registros de algumas posições, ele construiu o gráfico abaixo, da posição (s) em função do tempo (t).



Calcule o módulo da quantidade de movimento no instante $t = 4$ s.

- 4 Uma laranja de 60 g e uma melancia de 4 kg são soltas de cima de uma ponte que liga as margens opostas de um lago calmo e cristalino. A altura da ponte em relação à água do lago é de 3,2 m. Desconsidere a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ para responder às questões a seguir.
- Qual é a velocidade final de cada fruta ao atingir a superfície da água?
 - Qual é a quantidade de movimento de cada fruta ao atingir a superfície da água?
 - Qual das duas frutas tem maior energia cinética no momento em que atinge a superfície da água?
 - Qual das duas frutas causará maior perturbação na superfície da água? Por quê?
- 5 Um atleta de massa 80 kg em uma prova de corrida teve seu desempenho descrito, de forma aproximada, de acordo com o gráfico a seguir. Determine o módulo da quantidade de movimento adquirida pelo atleta ao fim da aceleração.



- 6 Uma bola de futebol de massa 0,5 kg tem 16 J de energia cinética quando recebe um chute que inverte o sentido de seu movimento sem mudar a direção e o módulo de sua velocidade. Calcule a quantidade de movimento da bola após o chute.
- 7 Uma revista de curiosidades informou que é impossível que uma bola tenha energia se sua quantidade de movimento for nula. Você concorda com a afirmação? Justifique.
- 8 Um utilitário de massa 2.000 kg e um carro de massa 1.000 kg movem-se com velocidade de 108 km/h em uma mesma trajetória retilínea. Avalie as afirmativas abaixo e indique no caderno qual delas é verdadeira.
- A quantidade de movimento é uma grandeza escalar e, portanto, não depende nem da direção nem do sentido da velocidade.
 - Como o utilitário e o carro têm a mesma velocidade, a quantidade de movimento desses veículos também é a mesma.
 - O vetor quantidade de movimento do utilitário tem módulo $3 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ e sempre o mesmo sentido do vetor velocidade.
 - Os vetores quantidade de movimento do utilitário e do carro serão iguais caso eles tenham velocidades com a mesma direção e mesmo sentido.
 - O valor da quantidade de movimento de cada um deles é diferente porque suas massas são diferentes.

3 Impulso

É muito comum observar objetos adquirindo movimento depois de serem impulsionados pela aplicação de uma força. Uma bola de futebol ao ser chutada, um ginasta saltando do chão em uma apresentação, um cachorro que puxa a coleira e arrasta o dono ou mesmo o empurrão exagerado da Mônica na historinha a seguir caracterizam o que denominamos **impulso** da força.

Turma da Mônica

Maurício de Sousa

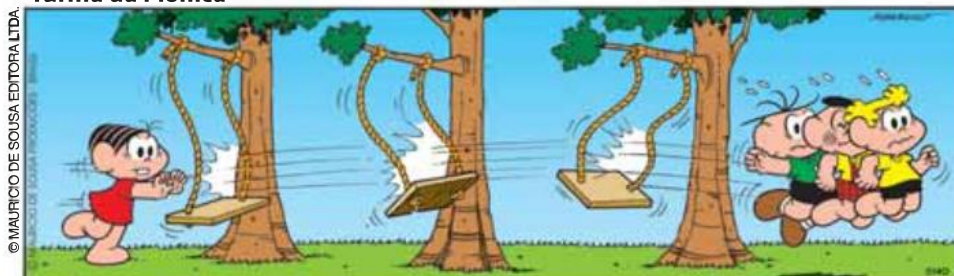


Figura 4 • A força aplicada pela Mônica é mais que suficiente para impulsionar os três amigos, que adquirem um movimento inesperado.

Para haver impulso (\vec{I}) é necessário que uma força atue sobre um corpo durante certo intervalo de tempo. Dizemos que o impulso é o efeito temporal da força e podemos calculá-lo por:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Nessa expressão, \vec{F} é uma força constante e Δt é o intervalo de tempo durante o qual a força atua. A unidade de impulso no SI é **N · s**.

Observe que o impulso é uma grandeza vetorial que assume a mesma direção e o sentido da força exercida sobre o corpo.

A expressão $I = F \cdot \Delta t$ só pode ser aplicada se o módulo da força \vec{F} for constante. No caso de forças de intensidade variável, o impulso exercido por elas pode ser obtido calculando a área do gráfico $F \times t$. Nesse caso, devemos considerar o sinal da força expressa no gráfico; ou seja, no caso da área A_1 , temos $I > 0$; no da área A_2 , $I < 0$ (fig. 5).

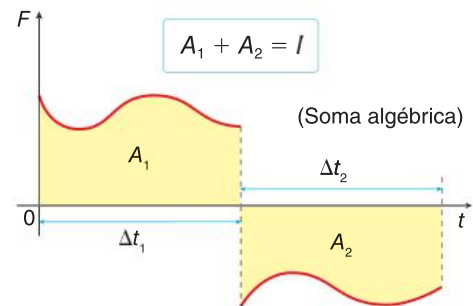


Figura 5 • No caso de forças de intensidade variável, o impulso pode ser obtido calculando a área do gráfico $F \times t$.



Figura 6 • Em um jogo de tênis, um impulso é exercido sobre a bolinha quando o jogador a rebate. Na foto, Serena Williams rebate bola durante torneio de tênis na Austrália, em 2015.

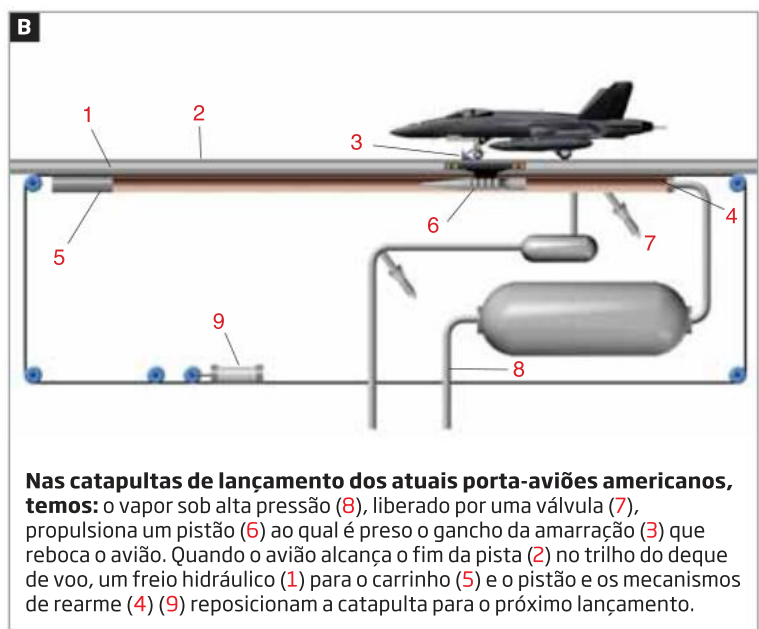


Figura 8 • Nos porta-aviões, o convés não é longo o suficiente para que as aeronaves alcancem a velocidade de decolagem (A), por isso os aviões precisam ser impulsionados por meio de um sistema de catapultas (B).

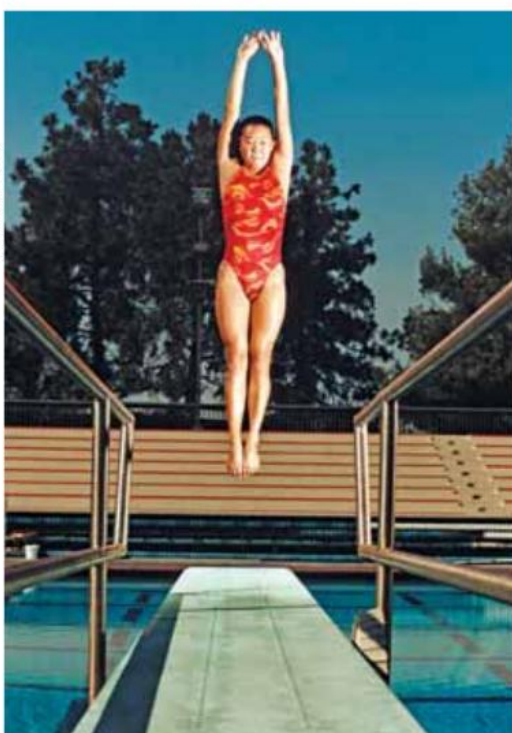
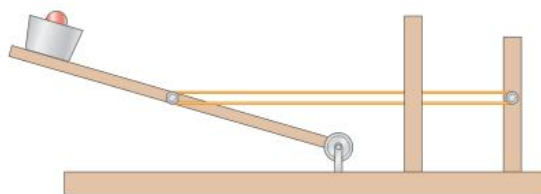


Figura 7 • A atleta de salto ornamental recebe um impulso da força do trampolim ao saltar.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R4 Uma catapulta de brinquedo dispara bolas de borracha de massa 20 g com velocidade de 3,6 km/h. O tempo de duração de cada disparo é de 0,5 s.

- Calcule a aceleração média que uma bola adquire durante um disparo.
- Calcule o impulso médio exercido sobre uma bola.



► Resolução

a) A aceleração média será dada por: $v = v_0 + at$

Sendo $v_0 = 0$ m/s e $v = 3,6$ km/h = 1,0 m/s:

$$1,0 = 0 + a \cdot 0,5 \quad \therefore \quad a = 2,0 \text{ m/s}^2$$

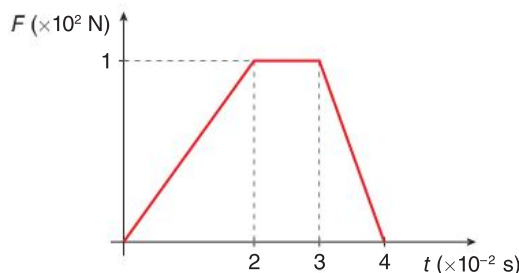
b) O impulso médio é dado por: $I = F \cdot \Delta t$

Sendo $F = m \cdot a$, para $m = 20$ g = 0,02 kg, temos:

$$I = m \cdot a \cdot \Delta t = 0,02 \cdot 2,0 \cdot 0,5 \quad \therefore \quad I = 0,02 \text{ N} \cdot \text{s}$$

R5 O gráfico abaixo representa a variação da força resultante com o tempo sobre o cãozinho de massa 5 kg durante o chute do gato Garfield.

Supondo que a direção da força tenha se mantido constante, determine o impulso exercido sobre o cão.



Garfield



Jim Davis



► Resolução

Como a força durante o chute não é constante, calculamos o impulso pela área do gráfico $F \times t$:

$$A \stackrel{N}{=} I$$

No caso da figura, trata-se da área de um trapézio, dada por: $\frac{(B+b)h}{2}$

Então:

$$I = \frac{(4 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-2}) \cdot 1 \cdot 10^2}{2} \quad \therefore \quad I = 2,5 \text{ N} \cdot \text{s}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

9 Em um conhecido brinquedo de parques de diversões, deve-se aplicar um impulso em um corpo para que ele se erga até determinada altura. Quanto maior o impulso, maior a altura atingida pelo corpo.

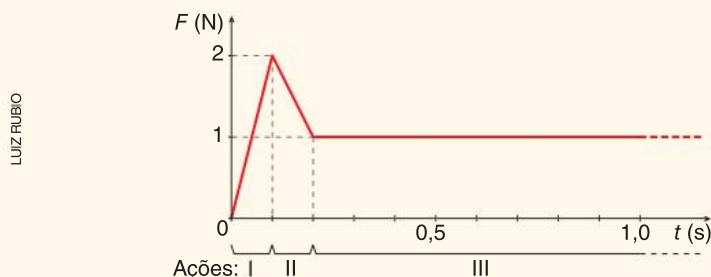
Se o tempo de duração da aplicação da força é 0,1 s, a velocidade inicial de subida do corpo é de 10 m/s e a massa do corpo é de 4 kg, calcule:

- o valor da aceleração média que o corpo adquire durante a aplicação do impulso;
- o valor do impulso aplicado sobre o corpo;
- o módulo da aceleração a que o corpo fica sujeito após ser lançado para cima;
- a altura máxima atingida pelo corpo.

10 Tatiana vai usar um isqueiro para acender as velas de um bolo de aniversário. Para acionar a chama, seu polegar deve exercer uma força variável direcionada a três ações distintas:

- É preciso vencer a força de atrito estático entre o rolete e a pedra pressionada.
- Superado o atrito estático, a força aplicada não mais necessita ser de intensidade tão elevada e, portanto, pode ser reduzida. Ainda em contato com o rolete, o polegar desce e começa a abaixar a alavanca que libera o gás.
- Uma vez livre do rolete e com a alavanca que libera o gás completamente pressionada, a força é mantida constante durante o tempo necessário para que a chama fique acesa.

O gráfico mostra, hipoteticamente, a intensidade da força exercida por uma pessoa no ato de acender um isqueiro, para cada ação descrita.



Nessas condições, calcule o módulo do impulso da força exercida pelo dedo de Tatiana sobre o rolete do isqueiro e sobre a alavanca que libera o gás até seu completo abaixamento.



JERZYWORKSMASTERFILE/OTHER IMAGES

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

4 Relação entre impulso e quantidade de movimento

Do mesmo modo que o trabalho modifica a energia mecânica ou que a força altera a velocidade, o impulso é responsável pela variação da quantidade de movimento. Isso quer dizer que uma bola de bilhar em repouso sobre a mesa – e, portanto, com quantidade de movimento inicial nula – pode passar a ter quantidade de movimento se a força proveniente do taco for capaz de impulsioná-la.

De maneira geral, dizemos:

O **impulso resultante** (ou da força resultante) sobre um corpo é igual à variação de sua quantidade de movimento, ou seja:

$$\vec{I} = \Delta \vec{q} \Rightarrow \vec{I} = \vec{q}_f - \vec{q}_i$$

Discuta com seus alunos as situações apresentadas no texto e nas figuras deste item. Peça outros exemplos de situações nas quais é necessário aumentar o módulo da quantidade de movimento.

A relação entre impulso e variação da quantidade de movimento tem aplicações em muitos acontecimentos do nosso cotidiano. Com certeza, você vai reconhecer alguns deles nas situações práticas descritas a seguir.

Quando é necessário aumentar o módulo da quantidade de movimento

Uma bola de tênis lançada por uma raquete (fig. 9), um carro sendo empurrado, um disco arremessado por um atleta são situações que exigem um grande impulso para que o módulo da quantidade de movimento aumente. Como $I = F \cdot \Delta t$, percebemos que não somente o aumento da força pode provocar um impulso maior, mas também a ampliação do tempo de atuação dessa força.

Jogadores de tênis conseguem esse aumento calibrando a tensão nas cordas da raquete de tal maneira que a bola fique mais tempo em contato com ela durante a rebatida.

O mesmo se dá com um carro. Quanto mais tempo exercermos força ao empurrá-lo, maior será o impulso sobre ele, mesmo que a força imprimida não aumente (fig. 10).

Atletas especialistas no lançamento de disco executam, no momento do arremesso, um movimento de giro do corpo equivalente a uma volta e meia. Com isso, utilizam o corpo, além do braço, para dar maior impulso no momento da liberação do disco, aumentando o tempo de atuação da força aplicada sobre ele.



DENNIS HALLINAN/ALAMY/OTHER IMAGES

Figura 9 • A tensão ideal das cordas da raquete visa aumentar a quantidade de movimento da bola por meio de uma combinação entre força e tempo de contato.



VUK VUKIROVIC/SHUTTERSTOCK

Figura 10 • Enquanto empurramos o carro, mesmo que essa força não aumente, estamos aumentando o impulso e, consequentemente, a quantidade de movimento será maior.

Quando é necessário diminuir o módulo da quantidade de movimento

De maneira geral, em nosso cotidiano, percebemos a brusca redução de velocidade, que está associada à diminuição do módulo da quantidade de movimento. É assim nas quedas, nas colisões, na prática de esportes de impacto e nas acrobacias de circo. Nessas situações, os corpos geralmente sofrem grande retardamento, passando de uma velocidade considerável para o repouso. Para atingir a velocidade nula, é necessário um impulso equivalente à quantidade de movimento inicial: uma vez que $I = q_f - q_i$, para $q_f = 0$, temos $I = -q_i$.

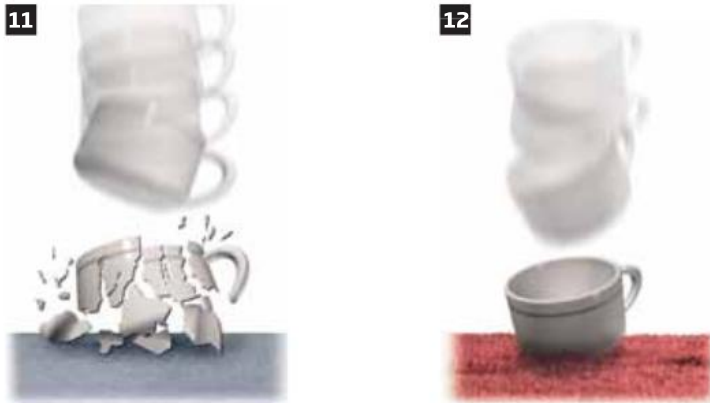
Imagine uma xícara de massa 30 g que cai de uma mesa sobre um chão duro (fig. 11), atingindo-o com velocidade de 5 m/s. Vamos supor que o tempo de interação da xícara com o chão seja de 0,01 s. Podemos calcular a força resultante média trocada entre a xícara e o chão por meio da expressão $I = F \cdot \Delta t$, sabendo que a quantidade de movimento final é nula, pois a xícara para. Teremos, então:

$$I = q_f - q_i \Rightarrow F_R \cdot \Delta t = 0 - q_i \Rightarrow F_R \cdot 0,01 = -0,03 \cdot 5 \therefore |F_R| = 15 \text{ N}$$

Se, em vez de cair no chão duro, a xícara cair sobre um tapete macio (fig. 12), haverá uma mudança no tempo de interação dessa xícara com o solo, que aumentará, por exemplo, para 0,1 s. Apesar dessa mudança, o impulso continuará o mesmo, visto que as velocidades inicial e final serão mantidas. Assim, teremos:

$$I = q_f - q_i \Rightarrow F_R \cdot \Delta t = 0 - q_i \Rightarrow F_R \cdot 0,1 = -0,03 \cdot 5 \therefore |F_R| = 1,5 \text{ N}$$

Isso significa que um aumento de 10 vezes no tempo implica uma diminuição de igual proporção na força trocada entre os corpos, no caso, chão e xícara. Com isso, a probabilidade de ela se quebrar diminui bastante.



Figuras 11 e 12 • Ao cair sobre um tapete, a força de interação entre o chão e a xícara tende a diminuir, assim como a probabilidade de ela se quebrar.

Essa ideia explica por que ginastas olímpicos e bailarinos executam seus movimentos em pisos de borracha ou de madeira, e não de cimento (fig. 13). A madeira, apesar de rígida, é mais flexível do que o cimento. Nela, o tempo de interação entre os atletas e o solo aumenta, diminuindo a força trocada. Isso representa menos dor e menor desgaste nas articulações.

A rede que sustenta a queda dos acrobatas em um circo faz o mesmo papel. Ela se distende com o peso do artista, aumentando o tempo de interação e assegurando uma chegada tranquila ao solo.

Ao saltar, as pessoas, instintivamente, dobram os joelhos ao atingir o solo. Ao fazer isso, elas diminuem a força que recebem do chão por meio do aumento no tempo de atuação da força.

Se uma bola escapa da quadra de esportes e vem em sua direção, esperar com a mão parada para rebatê-la é a melhor alternativa. O ideal é pegar a bola e deixá-la recuar depois de estar em contato com ela, prolongando o tempo da interação, como fazem os goleiros no jogo de futebol. A dor causada pelo impacto será menor.



Figura 13 • Após realizar a sequência de movimentos, o ginasta olímpico aterrissa em um piso macio para amortecer o impacto por meio do aumento do tempo de interação entre ele e o solo, resultando na diminuição da força sobre o atleta.



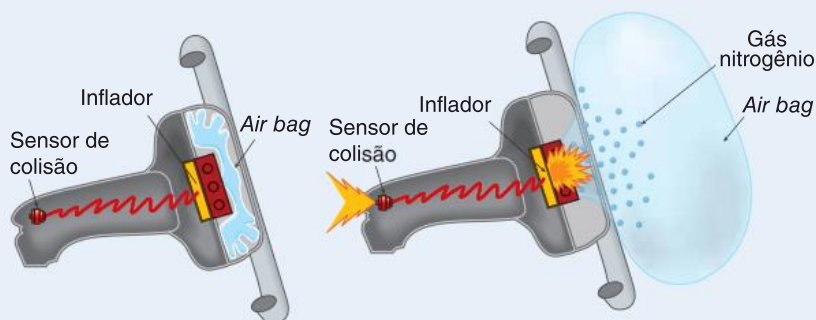
Figura 14 • Os goleiros usam luvas que aumentam o tempo de interação entre a mão e a bola, minimizando a força do impacto.

Como funcionam os air bags

Em uma colisão, a força necessária para parar o veículo é muito grande, pois sua quantidade de movimento muda rapidamente. Também o motorista tem de anular sua quantidade de movimento em pouquíssimo tempo.

A função do *air bag* é reduzir a velocidade dos ocupantes do carro para diminuir ao máximo ou, até mesmo, anular os danos que possam sofrer. Esse dispositivo provoca uma desaceleração quase uniforme nos ocupantes do veículo e não interrompe o movimento bruscamente. Esse maior tempo até o repouso é obtido com a ajuda de três componentes. Observe a seguir.

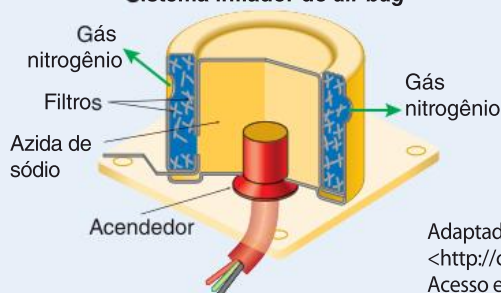
- A bolsa, feita de tecido fino impermeável, é dobrada dentro do volante ou painel e, em modelos mais recentes, no interior do encosto do banco e da porta.
- O sensor envia o comando para a bolsa inflar. Ela infla quando ocorre uma força de colisão equivalente a uma batida contra um muro de tijolos a uma velocidade entre 15 km/h e 25 km/h. Os sensores recebem essa informação por meio de um **acelerômetro**.
- O sistema de inflação do *air bag* baseia-se na rapidez da reação da azida de sódio (NaN_3) com o nitrato de potássio (KNO_3), que produz gás nitrogênio, o qual se expande, inflando o *air bag*. Para que isso ocorra, o sistema do *air bag* detona um **propelente sólido**. Esse propelente queima rapidamente e cria grande volume de gás, que infla a bolsa. Essa bolsa, então, explode dentro de seu compartimento à velocidade aproximada de 320 km/h – mais rapidamente do que um piscar de olhos! Um segundo mais tarde, o gás começa a ser rapidamente dissipado por meio de minúsculos furos na bolsa, que esvazia para que a pessoa possa se mover. Um pó envolve o *air bag* quando ele é aberto. Trata-se de amido de milho ou talco, usado pelos fabricantes para manter o *air bag* maleável e lubrificado enquanto estiver armazenado.



O *air bag* e o sistema inflador são armazenados dentro do volante.

Apesar de o processo inteiro levar apenas quatro centésimos de segundo, esse tempo é suficiente para evitar ferimentos sérios às pessoas, pois a bolsa aumenta o tempo de retardamento do ocupante do automóvel, diminuindo as forças trocadas no impacto.

Sistema inflador do air bag



Adaptado de *How stuff works*, disponível em: <http://carros.hsw.uol.com.br/airbag.htm>. Acesso em: 12 nov. 2015.

Acelerômetro. Instrumento ou dispositivo utilizado para medir a aceleração.

Propelente sólido. Mistura complexa e estável de compostos que, quando sujeitos à ignição, queimam de modo homogêneo, contínuo e controlado, com grande elevação de temperatura e pressão no sistema.

S4

No Suplemento, há uma sugestão de trabalho com esse texto.

Tempo em milissegundos



O tempo de acionamento de um *air bag* pode ser comparado ao tempo de um piscar de olhos.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- 1 De acordo com a descrição apresentada, qual é o tempo decorrido entre a colisão do automóvel e o inflar completo do *air bag*?
- 2 Supondo que a velocidade do automóvel seja de 90 km/h no instante da colisão, estime o valor da desaceleração, em m/s^2 , do passageiro ao se chocar com o *air bag*.

Já sabe responder?

Por que as embalagens para transportar objetos delicados são feitas de papelão e isopor?



DOTA2



JUSTIN HUTCHINSON/GETTY IMAGES

QUESTÕES RESOLVIDAS

R6 Uma apresentação de caratê inclui uma das mais populares demonstrações de força: o *tameshiwari*, também conhecido como “demonstração de quebra”. Com muita técnica e concentração, os praticantes conseguem quebrar tábuas e tijolos apenas com os pés ou as mãos. A técnica prevê que eles transformem suas extremidades em cortadores naturais, quebrando a integridade estrutural de um objeto ao direcionar pés ou mãos velozmente para uma pequena área. À medida que progridem, os caratecas praticam a quebra de blocos cada vez mais resistentes.

Do ponto de vista dos conceitos desenvolvidos neste capítulo, como se explica que os caratecas consigam quebrar tábuas e tijolos?

► Resolução

Ao investir velozmente contra tijolos ou tábuas, o carateca treinado associa uma grande quantidade de movimento aos pés ou às mãos. Assim, ao reduzir violentamente a velocidade por causa do choque, o praticante exerce um grande impulso sobre o objeto a ser quebrado, uma vez que a quantidade de movimento rapidamente se anula. Como o tempo é muito pequeno, a força passa a ser muito grande, sendo suficiente para quebrar os objetos.

Algebricamente, temos:

$$I = F \cdot \Delta t \Rightarrow q_f - q_i = F \cdot \Delta t \Rightarrow 0 - q_i = F \cdot \Delta t$$

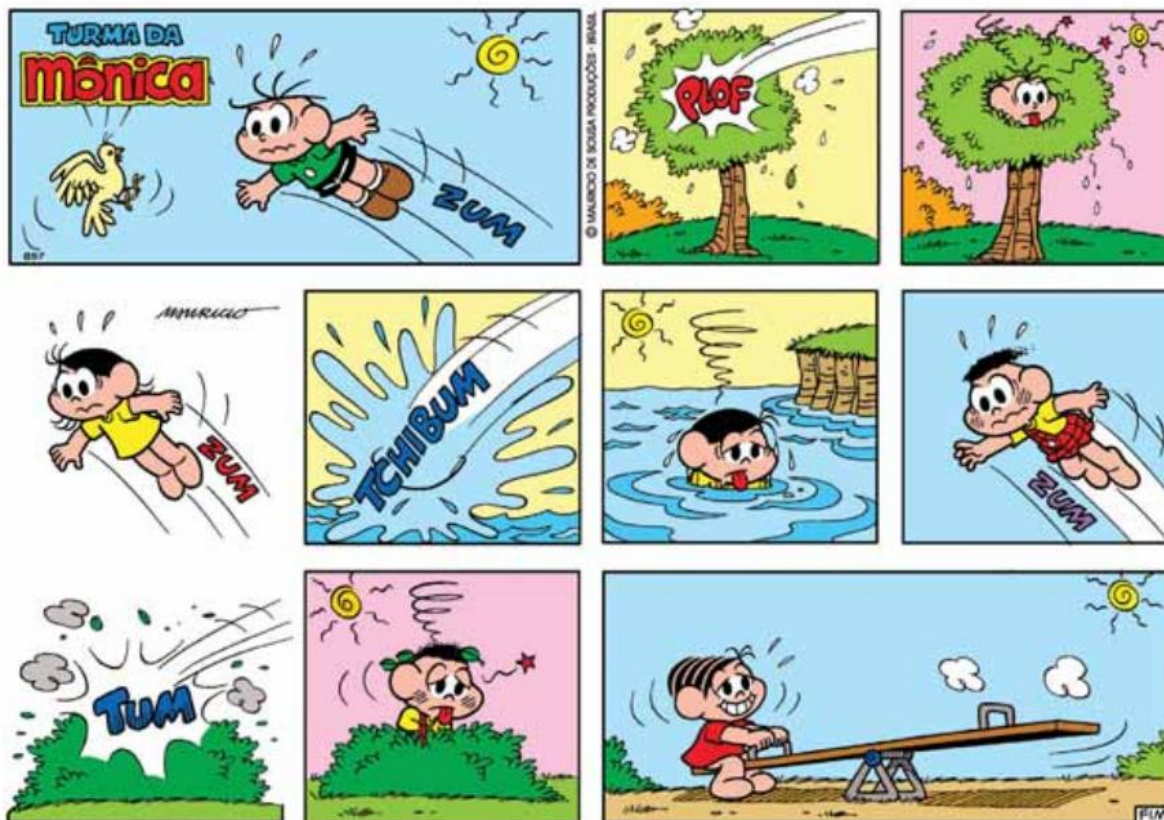
Para q_i elevado (grande velocidade) e Δt pequeno (execução rápida do golpe), temos F muito grande.

A questão **R6** trabalha um assunto que costumeiramente intriga nossos alunos. Sugere-se que a explicação para o fenômeno seja apresentada após os alunos opinarem.

R7 Observe a história em quadrinhos a seguir.

Turma da Mônica

Mauricio de Sousa



Suponha que as massas do Cebolinha, do Cascão e da Magali fossem, respectivamente, iguais a 35 kg, 30 kg e 40 kg e todos eles estivessem inicialmente em repouso. Mônica, ao desequilibrar a gangorra, impulsiona com forças de mesma intensidade os três amigos, lançando-os para o alto. Suponha as forças constantes e que, no lançamento, o tempo de interação entre cada uma das crianças e a gangorra seja de 0,08 s.

- Qual delas irá adquirir maior quantidade de movimento? E maior velocidade? Justifique.
- Caso fosse possível aplicar à gangorra uma força de intensidade igual a 2.500 N, calcule a velocidade adquirida, individualmente, pelas crianças.

Resolução

- Os três amigos estavam em repouso e sofreram o mesmo impulso, pois a força e o tempo de interação foram os mesmos. Assim, adquiriram a mesma quantidade de movimento. Isso não significa que **alcançaram** a mesma velocidade. A criança de massa menor adquiriu maior velocidade; no caso, Cascão.

- Magali: $m = 40 \text{ kg}$, $v_i = 0 \text{ m/s}$, $I = F \cdot \Delta t$, mas $I = q_f - q_i$:

$$q_f - 0 = 2.500 \cdot 0,08 \therefore q_f = 200 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Como $q = m \cdot v$, temos:

$$200 = 40 \cdot v \therefore v = 5 \text{ m/s} = 18 \text{ km/h}$$

- Cebolinha: $m = 35 \text{ kg}$, $v_i = 0 \text{ m/s}$, $I = F \cdot \Delta t$, mas $I = q_f - q_i$:

$$q_f - 0 = 2.500 \cdot 0,08 \therefore q_f = 200 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Como $q = m \cdot v$, temos:

$$200 = 35 \cdot v \therefore v \approx 6 \text{ m/s} \approx 22 \text{ km/h}$$

Cascão: $m = 30 \text{ kg}$, $v_i = 0 \text{ m/s}$, $I = F \cdot \Delta t$, mas $I = q_f - q_i$:

$$q_f - 0 = 2.500 \cdot 0,08 \therefore q_f = 200 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Como $q = m \cdot v$, temos:

$$200 = 30 \cdot v \therefore v \approx 7 \text{ m/s} \approx 25 \text{ km/h}$$

As velocidades de Magali, Cebolinha e Cascão, após serem impulsionados, valem, respectivamente, cerca de 18 km/h, 22 km/h e 25 km/h.

R8 Uma atleta, com massa de 50 kg, salta de uma altura de 3,2 m sobre uma cama elástica, atingindo exatamente o centro da cama, em postura ereta, como ilustrado na figura.

A questão **R8** apresenta uma situação na qual se utilizam os conceitos associados à conservação da energia mecânica e aqueles associados à variação da quantidade de movimento.

Mostre a seus alunos que não há igualdade possível entre energia e quantidade de movimento ou entre impulso e trabalho.



Devido à sua interação com a cama, ela é lançada novamente para o alto, também em postura ereta, até a altura de 2,45 m acima da posição em que a cama estava. Considerando que o lançamento se deve exclusivamente à força de restituição da cama elástica e que a interação da atleta com a cama durou 0,4 s, calcule o módu-

lo do valor médio da força que a cama aplica à atleta. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

Resolução

Antes da interação com a cama, a atleta tem energia potencial gravitacional que será convertida integralmente em energia cinética. Portanto, é com base nessa transformação que podemos determinar sua velocidade imediatamente antes da volta à cama:

$$E_{pg} = E_C \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 10 \cdot 3,2 = \frac{v^2}{2}$$

$$\therefore v_i = 8 \text{ m/s} \quad (\text{vertical, para baixo})$$

Após a interação com a cama, a ginasta atinge $h = 2,45 \text{ m}$, ou seja, sua energia cinética, após o contato, transforma-se em energia potencial gravitacional. Com isso, determinamos sua velocidade imediatamente depois de ser lançada novamente ao ar:

$$E_{pg} = E_C \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 10 \cdot 2,45 = \frac{v^2}{2}$$

$$\therefore v_i = 7 \text{ m/s} \quad (\text{vertical, para cima})$$

Então, em relação à quantidade de movimento, temos:

$$q_i = m \cdot v_i \Rightarrow q_i = 50 \cdot 8 \therefore q_i = 400 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad (\text{vertical, para baixo})$$

$$q_f = m \cdot v_f \Rightarrow q_f = 50 \cdot 7 \therefore q_f = 350 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad (\text{vertical, para cima})$$

Logo, $\Delta q = 350 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - (-400 \text{ kg} \cdot \text{m/s}) = 750 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Lembrando que $I = \Delta q$ e que $I = F_R \cdot \Delta t$, em que $F_R = (F_m - P)$, temos:

$$F_R \cdot \Delta t = \Delta q \Rightarrow (F_m - P) \cdot \Delta t = \Delta q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (F_m - 500) \cdot 0,4 = 750 \Rightarrow$$

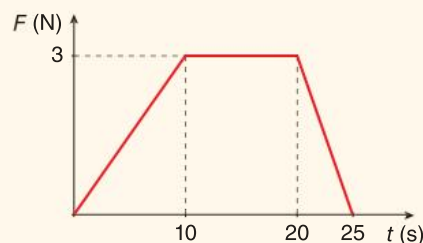
$$\Rightarrow (F_m - 500) = 1.875 \therefore F_m = 2.375 \text{ N}$$

QUESTÕES PROPOSTAS

11 Isabela está em um supermercado e procura um carrinho para colocar suas compras. Quando o encontra, começa a empurrá-lo, retirando-o do repouso. O gráfico representa a força que Isabela aplica sobre o carrinho, de massa 30 kg. O atrito entre o carrinho e o solo é desprezível. Calcule:

- a velocidade adquirida pelo carrinho depois de 20 s de movimento;
- a velocidade do carrinho no instante em que Isabela para de empurrá-lo.

Lembre-se: resolva as questões no caderno.



12 Alguns jogadores de vôlei, antes de sacar, calibram a força que exercerão no saque, imprimindo à bola impulsos de expressiva intensidade,

fazendo-a quicar verticalmente contra o chão da quadra. Suponha que, em uma dessas ocasiões, a bola de massa 260 g saia da mão do jogador com velocidade vertical para baixo de módulo 36 km/h, retornando à sua mão com velocidade de módulo 27 km/h. Determine o módulo, a direção e o sentido do impulso recebido pela bola em sua interação com o chão da quadra. Suponha desprezível a ação de quaisquer outras forças no percurso.

- 13** Estilingue é um brinquedo formado por uma tira de borracha (ou de elástico) amarrada a uma forquilha, geralmente retirada de algum galho de árvore. Esticando a borracha imprime-se impulso a um pequeno objeto que, então, é lançado em direção ao alvo.

Em um estilingue, a constante elástica da borracha é igual a 20 N/m e, no lançamento de um objeto de 20 g, ela é esticada em 20 cm pela pessoa que segura o aparato. Se o tempo de duração do disparo é de 0,2 s, calcule:

- o módulo da força elástica aplicada na borracha no momento de maior distensão;
- o valor do impulso aplicado sobre o objeto, considerando que a força elástica máxima da borracha seja responsável pelo movimento do projétil;
- o valor da velocidade de lançamento do objeto.

- 14** Um coco de massa 0,5 kg se desprende de um coqueiro de 3,2 m de altura e se esborracha no chão de cimento. Admita que o tempo de interação entre o coco e o chão seja de 0,5 s e despreze a resistência do ar.

(Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- Determine o impulso exercido pelo chão de cimento sobre o coco.
- Calcule o módulo da intensidade da força média (suposta constante) que o chão exerce sobre o coco.
- Se o coco caísse na areia, provavelmente não se esborracharia. Por quê?

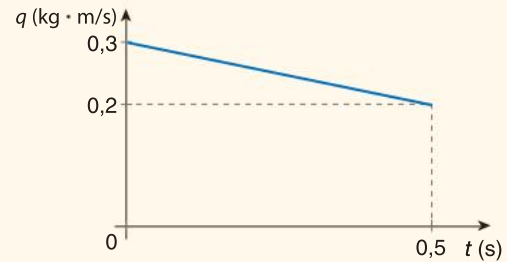
- 15** Em testes de segurança automobilística, um carro bate em um muro a 90 km/h e atinge o repouso em 0,1 s.

No interior, há um boneco de massa 80 kg, preso ao cinto de segurança. Calcule a intensidade da força média exercida pelo cinto sobre o boneco durante o freamento.

O resultado da questão 15 merece ser comentado e comparado, visto ser uma situação de provável ocorrência nas cidades.

- 16** Uma bola de bilhar tem o módulo da sua quantidade de movimento representado, em função do

tempo, pelo gráfico a seguir. Determine, para o intervalo de tempo de 0 s a 0,5 s, a intensidade da força resultante que age sobre a bola.



LUÍZ RÚBIO

- 17** Em uma pista horizontal, um corpo de massa 6 kg, inicialmente em repouso, sofre um impulso constante de $60 \text{ N} \cdot \text{s}$ durante 5 s, impulso nenhum nos 5 s seguintes e impulso contrário, de mesmo valor, nos próximos 5 s, até parar. Qual é a distância percorrida pelo corpo até parar? Despreze o atrito.

- 18** Uma pessoa de 70 kg pula de um muro atingindo o chão, horizontal, com velocidade de 5 m/s, na vertical. Se ela dobrar pouco os joelhos, sua queda é amortecida em 0,02 s e, dobrando mais os joelhos, consegue amortecer a queda em 0,1 s. Determine a força média de impacto proveniente do solo em cada um dos casos. Em qual deles as articulações sofrerão menos com o impacto? (Utilize $g = 10 \text{ m/s}^2$.) *Discuta com os alunos a diferença entre os valores encontrados na questão 18. Eles imaginavam que fosse tão significativa?*

- 19** Um automóvel para quase instantaneamente ao colidir frontalmente com uma árvore. A respeito da proteção oferecida pelo *air bag*, comparada ao carro que não dispõe desse equipamento, são feitas as seguintes afirmações. Verifique se são verdadeiras ou falsas e justifique.

- Em ambos os carros, a variação da quantidade de movimento do motorista é a mesma.
- O impulso da força da árvore sobre os dois carros é o mesmo, embora a força seja menor sobre o motorista no carro com *air bag*.
- A variação de energia é maior no carro sem *air bag*, por isso sua desaceleração é maior.

- 20** (Unifesp) Uma menina deixa cair uma bolinha de massa de modelar que se choca verticalmente com o chão e para; a bolinha tem massa 10 g e atinge o chão com velocidade de 3,0 m/s. Pode-se afirmar que o impulso exercido pelo chão sobre essa bolinha é vertical e tem sentido para:

- cima e módulo $3,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s}$.
- baixo e módulo $3,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s}$.
- cima e módulo $6,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s}$.
- baixo e módulo $6,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s}$.
- cima e módulo igual a zero.

Conservação da quantidade de movimento

ou: É possível mover um navio simplesmente caminhando sobre seu convés?



No *Suplemento*, você encontra orientações para o trabalho com a questão introdutória.

Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, ao adquirir movimento em relação ao chão do navio, empurramos o convés para trás. Este, por sua vez, adquire quantidade de movimento de mesmo módulo, mas de sentido contrário. Se fosse um pequeno bote, ele se deslocaria visivelmente para trás. Como se trata de um navio de várias toneladas, o efeito da variação da quantidade de movimento sobre ele é imperceptível.

1 Introdução

Será possível que, ao lançar uma bola para cima, a Terra toda recue para baixo? Por que em uma partida de sinuca, quando a bola branca se choca com as outras, algumas ficam paradas e outras se movem em diferentes direções? Para responder a essas questões precisamos conhecer outro dos princípios da conservação que sustentam o conhecimento físico. Trata-se do princípio da conservação da quantidade de movimento (fig. 1). Após entendê-lo, além de poder responder a essas perguntas, também vamos conhecer de que maneira se dá a troca de energia nos choques mecânicos e identificar as colisões que provocam deformações permanentes nos corpos que interagem entre si.



Figura 1 • Quando a jogadora interage com a bola, temos um choque mecânico, e a bola adquire velocidade por causa da conservação da quantidade de movimento.

2 Sistemas isolados de forças externas

Imagine uma pessoa à procura de um carrinho em um supermercado. Ao encontrar um deles no meio do corredor, ela passa a empurrá-lo e a se mover com ele (fig. 2).

ILUSTRAÇÃO: SÉRGIO PAULO



Figura 2

Para analisar a ação descrita, vamos isolar o carrinho e a pessoa do conjunto de outros objetos que estão no supermercado (prateleiras, produtos, outros carrinhos, outras pessoas). Nosso sistema físico, então, passa a ser constituído pela pessoa e pelo carrinho. Nesse sistema, há forças externas, ou seja, forças aplicadas por corpos que não fazem parte do sistema: o peso da pessoa e do carrinho (forças aplicadas pela Terra, a qual, nesse caso, não pertence ao sistema), a reação normal nos dois corpos (forças aplicadas pelo piso, o qual também não pertence ao sistema) e o atrito (força também aplicada pelo piso). Ao separar esse carrinho e essa pessoa dos outros corpos, passamos a considerar que as forças internas são somente aquelas trocadas entre os dois corpos que constituem o sistema. Em outras palavras, na interação entre a pessoa e o carrinho, a ação da pessoa ao empurrar o carrinho e a reação do carrinho sobre a pessoa constituem um par ação-reação que se caracteriza como um conjunto de forças internas ao sistema.

Forças internas: são aquelas trocadas entre os corpos do sistema.

Forças externas: são aquelas trocadas entre corpos do sistema e corpos fora dele.

Neste capítulo, vamos nos deter, sobretudo, nas consequências da troca de forças internas ao sistema. Para isso, é necessário isolá-lo das forças externas. Quando **uma** das três condições a seguir for satisfeita, dizemos que o **sistema é isolado de forças externas**:

- Não atuam forças externas sobre ele (exemplo: o sistema é uma sonda espacial no espaço longínquo).
- A resultante das forças externas é nula ($\Sigma \vec{F}_{\text{ext.}} = \vec{0}$). Exemplo: no caso do sistema carrinho-pessoa descrito anteriormente, o peso e a força normal são forças externas e se anulam.
- A intensidade das forças externas é desprezível em relação à intensidade das forças internas (exemplo: no caso de dois patinadores em que um empurra o outro no gelo, o atrito, no limite, pode ser considerado desprezível em relação às forças trocadas entre eles).

Analise com os alunos a diferença entre sistemas conservativos e sistemas isolados de forças externas. Certifique-se de que eles conheçam essa diferença.



Figura 3 • Para o sistema bola vermelha-bola branca, são forças externas a força do taco, o peso das duas bolas, as normais e o atrito. As forças trocadas entre as duas bolas durante o choque são forças internas.

3 Análise da conservação da quantidade de movimento

Agora, vamos analisar o exemplo dos dois patinadores que iniciam seu passeio pela pista de gelo a partir do repouso. Como eles entram em movimento?



Figura 4 • Patinadores interagindo em pista de patinação no gelo.

Muitas vezes, um dos patinadores aplica uma força sobre o companheiro que, pelo princípio da ação e reação, também aplica em seu par uma força de mesma intensidade e sentido contrário. Nessa interação, a intensidade da força de atrito pode ser considerada desprezível quando comparada às demais forças envolvidas. A força resultante sobre cada um dos patinadores não é nula, pois a ação não equilibra a reação. No entanto, no sistema composto pelos dois patinadores, a resultante de forças é nula. Desse modo, não há impulso sobre o sistema e, consequentemente, a quantidade de movimento não varia. Isso não significa que cada patinador não vá adquirir movimento ou que a velocidade dos patinadores não se altere após a interação, mas, sim, que é nula a quantidade de movimento do sistema antes do início do passeio, assim como a quantidade de movimento do sistema após o empurrão inicial dos patinadores.

Essa situação pode ser descrita algebricamente:

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext.}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{I}_{\text{sistema}} = \vec{0} \Rightarrow \Delta \vec{q} = \vec{0} \Rightarrow \vec{q}_f - \vec{q}_i = \vec{0}$$

Em síntese, em um sistema isolado de forças externas, a quantidade de movimento se conserva e pode ser expressa por:

$$\vec{q}_f = \vec{q}_i$$



Figura 5 • De maneira geral, em uma explosão, consideramos o sistema isolado de forças externas. Portanto, se o cofre possuía quantidade de movimento nula antes da explosão (fig. 5A), a soma vetorial das quantidades de movimento de todos os pedaços e de todas as moedas, logo após a explosão, também será nula. No sistema rolha-garrafa (fig. 5B), inicialmente em repouso, a rolha adquire velocidade imediatamente após o estouro, assim como a garrafa. A soma vetorial das quantidades de movimento adquiridas será nula.

QUESTÕES RESOLVIDAS

R1 O patinador da figura tem massa 80 kg e velocidade de módulo 45 km/h, quando alcança a patinadora de massa 50 kg, que se move com velocidade de módulo 36 km/h.

- Considerando o sistema isolado de forças externas, calcule a velocidade adquirida pelo casal supondo que os dois passem a se mover juntos.
- Verifique se há conservação da energia mecânica no processo.



► Resolução

- Durante a interação, o sistema rapaz-moça pode ser considerado isolado de forças externas; portanto, a quantidade de movimento antes e depois do encontro se conserva. Logo:

$$\vec{q}_i = \vec{q}_f$$

Cálculo da quantidade de movimento inicial:

$$q_i = m_{\text{rapaz}} \cdot v_{\text{rapaz}} + m_{\text{moça}} \cdot v_{\text{moça}}$$

Lembrando que 45 km/h = 12,5 m/s e que 36 km/h = 10 m/s, escrevemos:

$$q_i = 80 \cdot 12,5 + 50 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_i = 1.000 + 500 \therefore q_i = 1.500 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

A quantidade de movimento final será dada por:

$$q_f = (m_{\text{rapaz}} + m_{\text{moça}}) \cdot v_{\text{conjunto}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_f = 130 \cdot v_{\text{conjunto}}$$

Igualando q_i e q_f , obtemos:

$$1.500 = 130 \cdot v_{\text{conjunto}} \therefore v_{\text{conjunto}} \approx 11,5 \text{ m/s}$$

- Considerando nula a energia potencial do sistema, basta verificar se há conservação de energia cinética para comprovar se a energia mecânica se conserva.

A energia cinética inicial do sistema é o resultado da adição das energias dos dois patinadores:

$$E_{C_i} = E_{C_{\text{moça}}} + E_{C_{\text{rapaz}}} = \frac{50}{2} \cdot 10^2 + \frac{80}{2} \cdot 12,5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{C_i} = 2.500 + 6.250$$

$$\therefore E_{C_i} = 8.750 \text{ J}$$

A energia cinética final do sistema é relativa à massa e à velocidade do conjunto, já que eles se movem juntos após o encontro.

$$E_{C_f} = E_{C_{\text{conjunto}}} = (50 + 80) \cdot \frac{11,5^2}{2}$$

$$\therefore E_{C_f} \approx 8.596 \text{ J}$$

Apesar de haver conservação da quantidade de movimento, isso não ocorre com a energia do sistema, que sofre diminuição após o encontro.

QUESTÕES PROPOSTAS

- Dois astronautas, soltos no espaço, resolvem jogar peteca. O primeiro envia a peteca para o segundo, que, ao recebê-la, rebate para o companheiro, que a devolve e assim sucessivamente. O que ocorrerá com a distância que a peteca percorre após cada jogada? Explique do ponto de vista da conservação da quantidade de movimento. Ao fim de algumas rebatidas, os astronautas desejam voltar à nave. Descreva uma maneira eficiente de conseguirem seu intento.
- Ao soltar uma bexiga previamente inflada, com o orifício de entrada de ar aberto, notamos que ela se desloca em sentido oposto àquele por onde o ar está escapando. Ao estudar a 3ª lei de Newton, essa situação foi explicada associando-a a um par ação-reação. Explique essa ocorrência uti-

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

lizando o princípio da conservação da quantidade de movimento. É possível identificar esse princípio como uma consequência da 3ª lei de Newton? Justifique.



- Um carregador joga uma mala de 18 kg de massa sobre um carrinho inicialmente em repouso cuja massa é 50 kg. A mala, ao atingir o carrinho, tem velocidade horizontal de 6 m/s e, ao se encaixar nele, faz o conjunto começar a deslizar

sobre um piso horizontal liso. Supondo que o atrito seja desprezível, determine a velocidade adquirida pelo conjunto carrinho + mala.

- 4 Um rojão de massa 0,5 kg é lançado verticalmente para cima e, quando está na altura máxima, explode em três pedaços. Um deles, de massa 0,1 kg, é lançado verticalmente para cima com velocidade de 30 m/s. O segundo pedaço, de massa 0,2 kg, é lançado verticalmente para baixo com velocidade de 20 m/s. Calcule o módulo, a direção e o sentido do movimento do terceiro pedaço.

- 5 As massas da cápsula e do estágio de um foguete de dois módulos são respectivamente iguais a 5 t e 30 t. O foguete viaja pelo espaço com velocidade de 1.500 m/s quando um sistema de propulsão é ativado desacoplando o estágio da cápsula, de forma que a velocidade do módulo do estágio em relação a um referencial fixo na Terra passa a ser nula. Determine:

- a) o impulso fornecido pela força proveniente da propulsão à cápsula;
- b) a energia transferida à cápsula.

- 6 Um canhão de 500 kg, em repouso sobre o solo, é carregado com um projétil de massa 4 kg. Se o atrito entre o canhão e o solo é nulo e se a velocidade do projétil em relação ao solo, imediatamente após o disparo, é de 160 m/s, qual será a velocidade de recuo do canhão?

- 7 Um astronauta em repouso, desgarrado no espaço, querendo chegar à sua nave, atira sua mochila de massa 10 kg transferindo-lhe 500 J de energia cinética, na mesma direção e sentido contrário à reta que liga a nave ao astronauta. Considere que o astronauta e seu traje têm massa 200 kg.

- a) O astronauta conseguirá retornar à nave? Por quê?
- b) Em caso afirmativo, calcule o módulo da velocidade com que o astronauta alcança a nave.

- 8 (FGV-RJ) Leonardo, de 75 kg, e sua filha Beatriz, de 25 kg, estavam patinando em uma pista horizontal de gelo, na mesma direção e em sentidos opostos, ambos com velocidade de módulo $v = 1,5$ m/s. Por estarem distraídos, colidiram frontalmente, e Beatriz passou a se mover com velocidade de módulo $u = 3,0$ m/s, na mesma direção, mas em sentido contrário ao de seu movimento inicial. Após a colisão, a velocidade de Leonardo é:

- a) nula;
- b) 1,5 m/s no mesmo sentido de seu movimento inicial;
- c) 1,5 m/s em sentido oposto ao de seu movimento inicial;
- d) 3,0 m/s no mesmo sentido de seu movimento inicial;
- e) 3,0 m/s em sentido oposto ao de seu movimento inicial.

- 9 (UFPE) Uma bala de massa $m = 20$ g e velocidade $v = 500$ m/s atinge um bloco de massa $M = 480$ g e velocidade $v = 10$ m/s, que se move em sentido contrário sobre uma superfície horizontal sem atrito. A bala fica alojada no bloco. Calcule o módulo da velocidade do conjunto (bloco + bala), em m/s, após colisão.

- a) 10,4 c) 18,3 e) 26,5
- b) 14,1 d) 22,0

- 10 (Unicamp-SP) O lixo espacial é composto por partes de naves espaciais e satélites fora de operação abandonados em órbita ao redor da Terra. Esses objetos podem colidir com satélites, além de pôr em risco astronautas em atividades extraveiculares. Considere que, durante um reparo na estação espacial, um astronauta substitui um painel solar, de massa $m_p = 80$ kg, cuja estrutura foi danificada. O astronauta estava inicialmente em repouso em relação à estação e, ao abandonar o painel no espaço, lança-o com uma velocidade $v_p = 0,15$ m/s. Sabendo que a massa do astronauta é $m_A = 60$ kg, calcule sua velocidade de recuo.

4 Colisões mecânicas

No boliche, o jogador lança a bola contra os pinos, esperando que ela colida com os que estão à frente, que, por sua vez, colidem com os demais. Nessas colisões, as trocas de força entre os corpos ocorrem em intervalos de tempo muito breves e modificam as características iniciais do movimento da bola e dos pinos (fig. 6).

Nesses e em todos os outros choques mecânicos, reconhecemos duas fases distintas: a **deformação** e a **restituição**. A deformação se inicia com o contato entre os corpos que se chocam e resulta de uma intensa troca de forças entre eles.

DOUBLEA COLLECTION/GETTY IMAGES



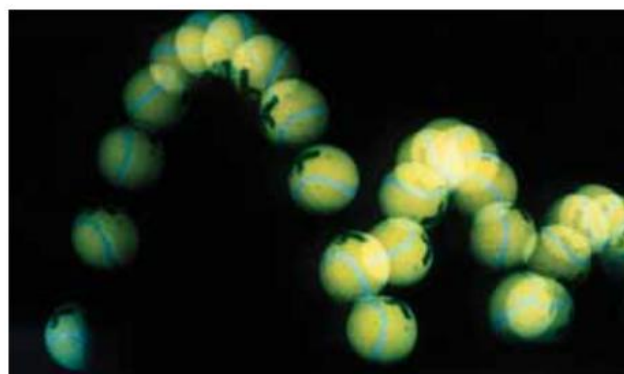
Figura 6 • No boliche, a transferência de energia e de movimento se dá na colisão entre os corpos.

Nessa fase, a energia cinética que os corpos possuíam antes do choque pode ser transformada total ou parcialmente em energia potencial elástica (fig. 7). No momento em que ocorre essa transformação de energia, os corpos que se chocam param, e a energia potencial elástica é armazenada, sendo posteriormente utilizada na fase de restituição, transformando-se novamente em energia cinética (fig. 8).



PHILIPPE PSAILA/SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

Figura 7 • Fase de deformação no choque entre o pé e a bola.



DR. GARY SETTLE/SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

Figura 8 • Fase de restituição: a bolinha pula porque parte da sua energia cinética é transformada em potencial elástica e, posteriormente, outra vez em energia cinética.

Na fase de restituição, a quantidade de energia potencial elástica disponível é essencial para definir se haverá ou não perda de energia cinética do sistema motivada pelo choque. Em uma situação ideal, a energia disponível na fase de restituição é igual àquela que o sistema possuía inicialmente, e os corpos não sofrem deformações permanentes. Nesse caso, o sistema recebe integralmente de volta a energia cinética de antes da colisão.

Nas colisões reais, toda deformação é, ao menos em parte, permanente. Nelas, parte da energia cinética é transformada em energia térmica, sonora ou mesmo em trabalho para deformar os corpos permanentemente (fig. 9).

CHARLES BOWMAN/ROBERT HARDING/LATINSTOCK



Figura 9 • No choque, parte da energia mecânica do sistema é utilizada para deformar permanentemente os veículos.

Considerando essas características distintas relacionadas aos choques, temos a seguinte classificação:

- **Choque perfeitamente elástico:** os corpos não sofrem deformações permanentes (situação idealizada); a energia mecânica do sistema de corpos que colidem se conserva, ou seja:

$$E_{\text{Mec},i} = E_{\text{Mec},f}$$

- **Choque inelástico:** a deformação nos corpos provocada pelo choque é permanente, podendo não ser perceptível (exemplo: uma bola de tênis em choque com a raquete); a energia mecânica do sistema de corpos que colidem não se conserva, sendo transformada em outras formas de energia. Assim, temos:

$$E_{\text{Mec},f} < E_{\text{Mec},i}$$

- **Choque totalmente inelástico:** os corpos movem-se juntos após a colisão, não havendo restituição (exemplo: uma bola de argila atirada contra um carrinho de brinquedo em movimento); a energia mecânica inicial do sistema sofre uma redução maior do que em um choque inelástico.

$$E_{\text{Mec},f} < E_{\text{Mec},i}$$

Além dessa classificação, podemos caracterizar os choques como **frontais** ou como **oblíquos**. Nas colisões frontais, os choques ocorrem em uma só dimensão, ou seja, a direção do movimento dos corpos não é modificada com o choque; quando isso não ocorre, a colisão é oblíqua, ou em duas dimensões (fig. 10).



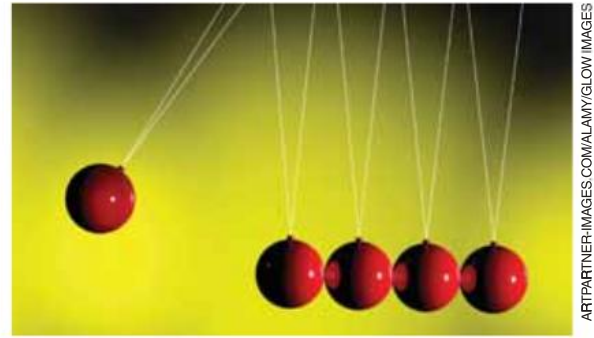
Figura 10 • (A) Na colisão frontal, a direção do movimento dos corpos não é alterada. (B) Após colidirem, as bolas têm as direções de seus movimentos modificadas, caracterizando um choque oblíquo.

Choques perfeitamente elásticos não ocorrem na realidade. No entanto, há algumas situações em que, no limite, podemos admitir que a energia cinética do sistema se conserve pelo menos por alguns instantes. Isso ocorre quando um jogador de bilhar impulsiona com o taco uma bola que, adquirindo velocidade, se choca frontalmente com outra (por exemplo, na figura 11, a bola branca se choca com a vermelha), de mesma massa, que está parada. A bola branca para e a vermelha sai com velocidade de módulo praticamente igual à que a bola branca possuía ao bater nela.



Figura 11 • A colisão frontal entre as bolas de bilhar pode ser considerada aproximadamente elástica.

Na figura 12, esferas de mesma massa, inicialmente alinhadas, passam a se chocar frontalmente. A energia potencial gravitacional da primeira se transforma em energia cinética, que é transferida quase integralmente para outra esfera após a colisão. Na sucessão de choques, uma esfera transfere à sua vizinha a energia recebida. Se houvesse, de fato, conservação de energia, as esferas oscilariam indefinidamente, e aquelas das extremidades atingiriam continuamente a mesma altura. No caso real, apenas a quantidade de movimento se conserva. As esferas param de oscilar depois de certo tempo, pois a energia mecânica se transforma em calor, som etc.



ARTPARTNER-IMAGES.COM/ALAMY/GLOW IMAGES

Figura 12 • Nesse sistema, ocorre conservação da quantidade de movimento, mas não ocorre conservação de energia.

5 Conservação da quantidade de movimento nas colisões

Vimos que, em um sistema isolado de forças externas, a quantidade de movimento se conserva. Para entender melhor, vamos pensar em um sistema de corpos que se chocam. Por exemplo, duas bolas em movimento sobre uma mesa de bilhar com a mais rápida delas alcançando a mais vagarosa e colidindo com ela. Na interação das duas bolas, forças internas de grande intensidade são trocadas em um intervalo de tempo muito pequeno.

Reconhecemos que no sistema atuam forças externas, como o atrito das bolas com a superfície da mesa. Todavia, notamos que as forças relacionadas ao impacto são consideravelmente maiores do que as forças externas que atuam no sistema imediatamente antes e depois da colisão. Portanto, um sistema de corpos que colidem pode ser considerado um sistema isolado de forças externas, no qual o módulo da resultante das forças internas trocadas durante a interação é nulo, de modo que a quantidade de movimento do sistema não se altera com a colisão. Em outras palavras:

Em um sistema de corpos que colidem entre si, a quantidade de movimento imediatamente antes da colisão, \vec{q}_i , é igual àquela imediatamente após a colisão, \vec{q}_f :

$$\vec{q}_i = \vec{q}_f$$

para qualquer tipo de choque mecânico.

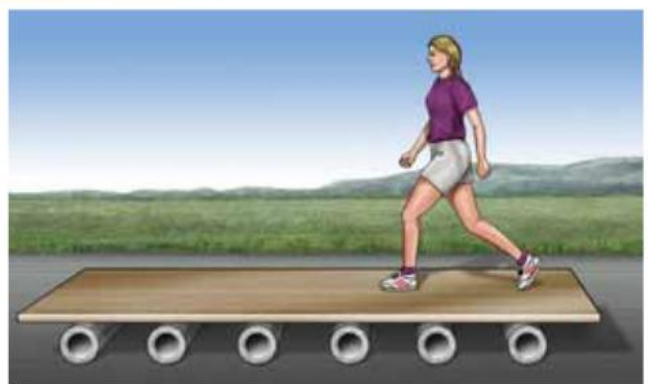


S6

Consulte no *Suplemento* uma sugestão de atividade para esse “Explore em Geografia e História”.

Já sabe responder?

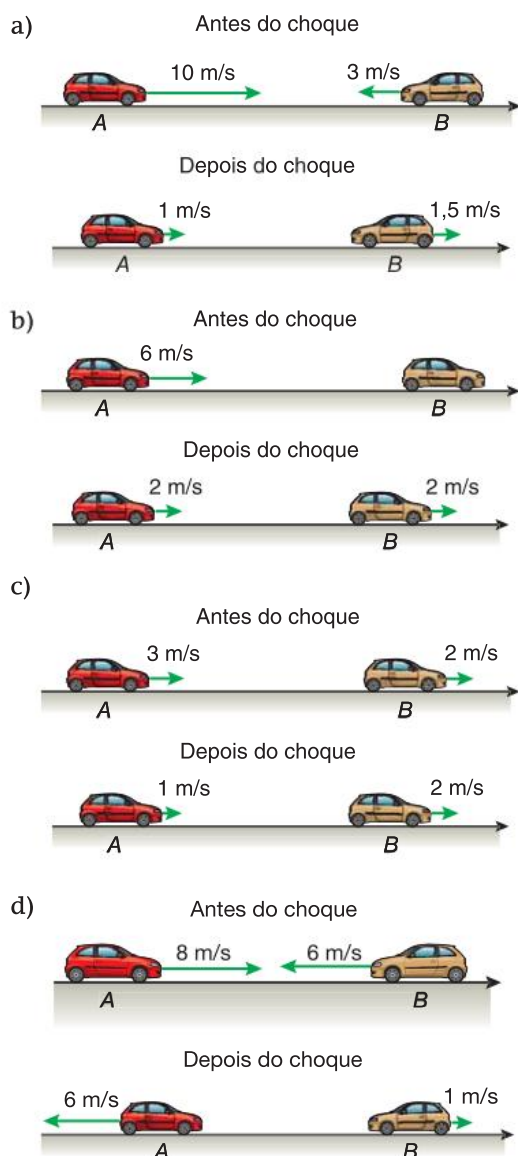
É possível mover um navio simplesmente caminhando sobre seu convés?



ILUSTRAÇÕES: MANGA

QUESTÕES RESOLVIDAS

R2 As figuras abaixo representam condições hipotéticas de antes e depois de choques frontais entre dois carrinhos, A e B, que têm massas iguais a 1 kg e 2 kg, respectivamente. Os módulos das velocidades estão indicados. Verifique se é possível que esses choques ocorram de fato em cada uma das situações a seguir.



► Resolução

a) Para saber se as situações são possíveis, é preciso calcular a quantidade de movimento do sistema antes e depois da colisão e verificar se os módulos são iguais. Adotando a orientação da trajetória indicada nas figuras, temos:

$$q_i = m_A v_{iA} + m_B v_{iB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_i = 1 \cdot 10 + 2 \cdot (-3)$$

$$\therefore q_i = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(Observe que o carrinho B se move em sentido oposto ao do carrinho A. Como adotamos o módulo da velocidade de A como positivo, a velocidade de B será negativa.)

$$q_f = m_A v_A + m_B v_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_f = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1,5 \therefore q_f = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Essa é uma situação possível, pois a quantidade de movimento do sistema se conserva ($q_i = q_f$).

b) $q_i = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 0 \therefore q_i = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$$q_f = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \therefore q_f = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Logo, como $q_i = q_f$, a situação é possível.

c) $q_i = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \therefore q_i = 7 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$$q_f = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \therefore q_f = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Logo, como $q_i \neq q_f$, a situação não é possível.

d) $q_i = 1 \cdot 8 + 2 \cdot (-6) \therefore q_i = -4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$$q_f = 1 \cdot (-6) + 2 \cdot 1 \therefore q_f = -4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Logo, como $q_i = q_f$, a situação é possível.

R3 Em uma avenida movimentada, o motorista de um carro de massa 1.500 kg descuida-se e entra na contramão, colidindo frontalmente com um caminhão de massa 3.000 kg. Testemunhas observaram que ambos pararam após o choque. O motorista do caminhão afirma que estava trafegando rigorosamente na velocidade máxima permitida, de 40 km/h. Supondo que o motorista do caminhão esteja falando a verdade, determine qual era a velocidade do carro no momento do choque.

► Resolução

Trata-se de um choque frontal no qual a velocidade final do sistema é nula. Primeiro, vamos calcular a quantidade de movimento inicial do sistema carro-caminhão.

$$q_i = m_{\text{cam.}} v_{i\text{cam.}} + m_{\text{carro}} v_{i\text{carro}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_i = 3.000 \cdot 40 + 1.500 \cdot v_{i\text{carro}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_i = 120.000 + 1.500 \cdot v_{i\text{carro}}$$

A quantidade de movimento final do sistema é nula porque ambos pararam após o choque. Então, pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$q_i = q_f \Rightarrow 120.000 + 1.500 \cdot v_{i\text{carro}} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{i\text{carro}} = \frac{-120.000}{1.500} \therefore v_{i\text{carro}} = -80 \text{ km/h}$$

Observe que o sinal negativo no valor da velocidade do carro indica que o sentido de seu movimento inicial era oposto ao do movimento do caminhão.

O valor elevado indica que o motorista do carro trafegava na contramão em alta velocidade.

QUESTÕES PROPOSTAS

Lembre-se: resolva as questões no caderno.

11 Uma situação corriqueira na aviação civil é a colisão de aves contra o para-brisa dos aviões. A inusitada colisão provoca uma brusca variação na quantidade de movimento da ave. Essa variação é maior, menor ou igual à variação da quantidade de movimento do avião? Por que os passageiros não percebem a variação da velocidade do avião?

12 Atualmente, os carros de corrida são revestidos por um material pouco resistente aos choques, de tal maneira que praticamente se desmancham nas colisões. O piloto, na maioria das vezes, nada sofre, pois fica protegido pela “célula de sobrevivência”, ou *cockpit*, uma cabine feita de material resistente, projetada para permanecer intacta e resguardar o piloto em caso de acidente (como mostrado na foto a seguir). Essa cabine inclui o banco, feito sob medida para o piloto, de maneira que tanto seu corpo como sua cabeça estejam preservados de traumas em caso de colisão ou capotagem. Hoje, o conceito utilizado pelos projetistas, tanto de automóveis de competição como de veículos de rua, é o do carro deformável, que tem um *cockpit* super-resistente e o resto feito para quebrar.

CHRISTOF KOEPEL/BONGARTS/GETTY IMAGES



Do ponto de vista dos conceitos estudados neste capítulo, explique por que é equivocado sonhar com os “bons tempos” dos carros que não amassavam nas batidas.

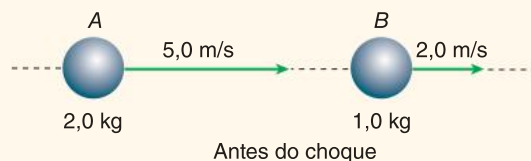
13 Em uma cena de um seriado sobre as aventuras de um super-herói, um caminhão desgovernado desloca-se perigosamente na direção de um grupo de crianças que brincam distraídas. Nesse momento, o super-herói aparece voando em sentido contrário ao do movimento do caminhão e colide frontalmente com ele, salvando as crianças. Na história, o super-herói e o caminhão são vistos em repouso após a colisão. Suponha que a massa do caminhão fosse de 5.000 kg, que estivesse a uma velocidade de módulo 50 km/h antes do choque e que o super-herói voava a 250 km/h.

Qual deveria ser a massa do super-herói para que a situação fosse fisicamente possível?



PAULO MANZI

14 Duas partículas, A e B, realizam um choque frontal. O módulo da velocidade de A, após o choque, é 3 m/s. Os módulos das velocidades de A e B, antes do choque, e as massas dessas partículas estão indicados na figura.



Antes do choque



Depois do choque

- Determine o módulo da velocidade de B imediatamente depois do choque.
- Calcule a energia cinética do sistema antes e depois do choque. Houve conservação da energia mecânica?
- Qual foi o tipo de choque? Justifique.

15 Um caminhão que trafega em linha reta com velocidade de 108 km/h perde os freios e, sem controle, entra em uma balsa que está atracada no cais, sem amarras, e que, com o choque, começa a se mover junto com o caminhão. Se a massa da balsa é 15 vezes maior do que a massa do caminhão, qual é a velocidade do conjunto após o choque?

16 Um punhado de argila de massa 50 g é lançado sobre um carrinho de brinquedo de massa 0,5 kg que se move com velocidade de 3,6 km/h, no mesmo sentido do lançamento, em um plano horizontal. Após o choque, a argila gruda no carrinho e ambos se movem com velocidade de 7,2 km/h.

- Calcule a velocidade horizontal do punhado de argila antes do choque.
- Classifique o tipo de choque e calcule a quantidade de energia mecânica transformada em outras formas de energia.

Trilhando o caminho das competências

A Física e os videogames

Quem acompanha os lançamentos de *videogames* sabe que eles vêm se tornando cada vez mais realistas, pois reproduzem imagens tridimensionais, possibilitam ações interativas e intervenção nas imagens.

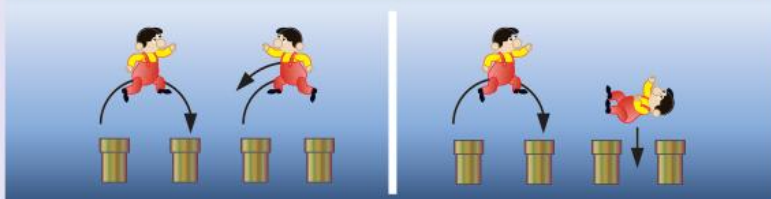
Apesar da incrível evolução tecnológica, poucos são os *games* que respeitam as leis da Física nas ações de seus personagens. Veja, nas ilustrações a seguir, alguns exemplos que descrevem o que ocorre no jogo e na realidade.



No ar

Game: Para corrigir o pulo, basta usar o comando do *joystick* para fazer o personagem mudar de direção no ar.

Na realidade: Por causa da inércia, seria impossível mudar de direção no meio do pulo.



Choque frontal

Game: Em jogos de luta, os lutadores se acertam ao mesmo tempo e vão para sentidos opostos.

Na realidade: O lutador com maior massa jogaria o outro para trás. É o que se vê nas modalidades esportivas de luta.



- Há *games* que simulam uma corrida de automóveis, mas sem a intenção de mostrar a realidade das ações dos veículos em situações desse tipo. Suponha que, em um *game*, dois automóveis idênticos participem de uma prova e, em determinado instante, o automóvel mais rápido bate no mais lento, que segue à sua frente. Descreva o que deveria ocorrer, na realidade, em um choque desse tipo.



O princípio da conservação da quantidade de movimento

“O movimento é mais propenso a se perder que a se acumular, e está sempre em declínio... Considerando, portanto, que a variedade de movimento encontrada no mundo está sempre decrescendo, há necessidade de conservá-lo e supri-lo novamente por princípios ativos.”¹

A ideia de conservação de uma grandeza relacionada ao movimento foi um dos objetos de estudo e de preocupação dos filósofos do século XVII. Por considerarem o Universo uma criação divina e consequentemente perfeita, os pensadores dessa época não conseguiam conceber um Universo em que houvesse ausência de movimento.

Nesse cenário, o francês René Descartes (1596-1650), considerado o pai da filosofia moderna, introduz a grandeza *quantidade de movimento*, bem como sua conservação: *“Deus, quando criou o Universo de extensão infinita, lhe conferiu também um movimento. A quantidade de movimento total criada é imutável, não podendo aumentar nem diminuir; porém, localmente, o movimento de um corpo pode ser alterado pela troca com outro, ou seja, enquanto um deles perde movimento, outro corpo ganha a mesma quantidade”*.² Descartes define a grandeza quantidade de movimento de forma escalar, ou seja, como produto da massa de um corpo pelo módulo de sua velocidade. Essa grandeza seria conservada em interações entre corpos em sistemas isolados.

O matemático e filósofo alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) se contrapôs à ideia de Descartes de conservação da quantidade de movimento expressa na forma de grandeza escalar. Leibniz introduziu outro conceito, denominado *vis viva* (“força viva”), expresso pelo produto da massa de um corpo pelo quadrado de sua velocidade ($m \cdot v^2$). Com esse produto, Leibniz apresenta sua ideia de conservação do movimento dos corpos. Esse produto deve lembrar a você a expressão da energia cinética, não é mesmo?

A controvérsia sobre a conservação das duas grandezas definidas por Descartes e Leibniz permeou as discussões filosóficas até meados do século XVIII, época em que o filósofo e matemático francês Jean le Rond D’Alembert (1717-1783) conseguiu perceber que a expressão proposta por Descartes estaria relacionada ao efeito temporal da força (ou seja, ao impulso), enquanto o conceito de Leibniz se associava ao efeito espacial dessa grandeza física (ou seja, ao trabalho). Essa diferenciação traz a possibilidade de estabelecimento de dois princípios de conservação, o princípio da quantidade de movimento e o da energia mecânica.

No entanto, a ideia de conservação da grandeza quantidade de movimento ainda não estava bem estabelecida. Isso ocorreu somente com o enunciado dessa grandeza física na forma vetorial elaborado por Newton. Segundo a concepção newtoniana, a grandeza quantidade de movimento deveria ser definida como o produto da massa de um corpo pela sua velocidade considerada vetorialmente. Assim definida, os estudiosos puderam comprovar a conservação da quantidade de movimento total em situações de interação entre corpos em sistemas isolados. Por meio da formulação newtoniana, os problemas filosóficos dos estudiosos dos séculos XVII e XVIII relacionados à conservação do movimento encontraram solução.

O princípio da conservação da quantidade de movimento (ou momento linear), o princípio da conservação da massa e o princípio da conservação da energia são princípios fundamentais da Física e se relacionam formando um princípio geral de conservação.



René Descartes.

FRANS HALS
MUSEU DO LOUVRE



Gottfried Wilhelm Leibniz.

MUSEU ESTADUAL DA BAHIA
SÃO PAULO



Jean le Rond D’Alembert.

WESTPHAL AM MUSEUM
ESTADUAL DE ARTE E HISTÓRIA CULTURAL
MÜNSTER

¹ NEWTON, Isaac. *Óptica*. Trad. André Koch Torres Assis. São Paulo: Edusp, 2002.

² DESCARTES, René. *O mundo ou tratado da luz*. Trad. Erico Andrade. São Paulo: Hedra, 2008.

AMPLIANDO SUA LEITURA

- 1 Entre as grandezas físicas que se conservam, citadas no texto, quais são grandezas escalares e quais são vetoriais?
- 2 Sabemos que a taxa de variação no tempo da posição de um corpo resulta na sua velocidade ($\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$) e que a taxa de variação no tempo da

velocidade de um corpo resulta na sua aceleração ($\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$). Isaac Newton concluiu que a taxa de variação no tempo da quantidade de movimento de um corpo é igual a outra grandeza vetorial. Qual é essa grandeza?

Para saber mais

Diálogos com a Física Moderna



No *Suplemento*, você encontra orientações que facilitarão seu trabalho com os alunos.

A conservação da quantidade de movimento e a Física de partículas

O que a brincadeira infantil de bola de gude (fig. A), o jogo de sinuca (fig. B) e a colisão de partículas menores que o átomo em aceleradores têm em comum? No jogo de bola de gude, o jogador deve tentar tirar dos buracos as bolas de gude dos adversários e fazer sua bola permanecer nesses buracos. No jogo de sinuca, o jogador deve atingir certa sequência de bolas com a bola branca e lançá-las dentro das caçapas. Para isso, o jogador deve estudar em que ponto das bolas distribuídas sobre a mesa deve bater a bola branca, para que ela impulsione as outras, que cairão nas caçapas. Nesses dois jogos, os jogadores utilizam, de forma intuitiva, o princípio de conservação da quantidade de movimento, estudado nesta unidade.

Esse princípio também é de fundamental importância para a Física Moderna. Na busca pelos constituintes básicos da matéria, os físicos aceleram e colidem feixes de partículas a velocidades próximas à da luz em máquinas gigantes, chamadas de aceleradores de partículas, cujas dimensões são enormes. Os produtos dessa colisão são fragmentos (fig. C) que fornecem informações a respeito das partículas originais e das forças envolvidas, ou seja, se são compostas por outras ou são fundamentais. Isso só é possível graças à aplicação do princípio da conservação da quantidade de movimento para cada uma das partículas envolvidas na colisão. Como estamos falando de um número muito grande de partículas, a análise desses eventos necessita de centenas de cientistas e de supercomputadores. É como “procurar uma agulha em vários palheiros”.

AMPLIANDO SUA LEITURA

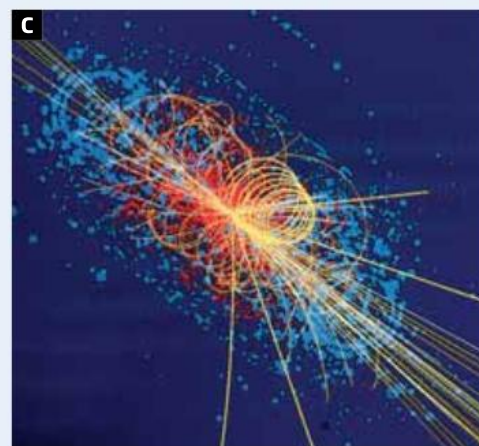
- 1 O texto afirma que um jogador de sinuca utiliza, de forma intuitiva, o princípio da conservação da quantidade de movimento. Você é capaz de imaginar uma jogada de sinuca que torne evidente a utilização desse princípio?
- 2 De que maneira os físicos utilizam o princípio da conservação da quantidade da movimento para investigar a estrutura da matéria?



PAULO MANZI



JOHN T. FOWLER/ALAMY/GLOW IMAGES



CERN

Figura C • Registro em computador da trajetória das partículas resultantes da colisão de feixes de partículas.

Como uma espaçonave consegue se deslocar no espaço vazio?

Você provavelmente já assistiu a alguns filmes de ficção científica em que a espaçonave do herói, após um combate, fica avariada e à mercê dos inimigos. O mocinho, com sua habilidade, consegue consertá-la, ligar os motores e fugir das naves inimigas. Bom filme, grandes efeitos especiais, mas... cabe a pergunta: como, partindo do repouso, sem nada para “empurrar”, a espaçonave conseguiu se movimentar? Pensando em um exemplo mais realista: um carro consegue se movimentar graças, em parte, ao atrito entre os pneus e o asfalto. As rodas, ao girarem, “empurram” o chão para trás, que reage e “empurra” o automóvel para a frente. No caso do avião, é o ar que é “empurrado” e, no caso do navio, é a água. Mas... e a espaçonave, o que ela “empurra”?

Para responder a essa pergunta, convidamos você e seu grupo a realizar o experimento a seguir e descobrir como um foguete ou espaçonave consegue se movimentar no espaço exterior sem aparentemente nada para “empurrar”.



JUI PRESS/AFP

Lançamento de foguete japonês que colocou em órbita um satélite de comunicação canadense. Centro Espacial de Tanegashima, 2015.



PHOTO 12/ALAMY/GLOW IMAGES

Cena do filme *Jornada nas estrelas*. Nave fictícia *Enterprise*.

Materiais

- Placa de madeira de dimensões $20 \times 10 \times 1$ cm
- 3 pregos
- Bacia com água
- Um ou dois elásticos
- Linha de costura
- Tiras de jornal estreitas e pequenas

Montagem

O objetivo é fazer a placa de madeira simular o movimento de um foguete. Para isso, fixe dois pregos alinhados em uma das extremidades da placa e o outro prego na outra extremidade, como na figura. Prenda o elástico aos dois pregos alinhados. Amarre a linha de costura ao elástico e prenda-a ao prego da outra extremidade. Assegure que o elástico esteja bem tensionado.

Enrole as tiras de jornal, uma a uma, duas a duas, e dobre-as ao meio, fazendo um "V", de maneira que você possa, posteriormente, apoiá-las sobre o elástico. Coloque a placa de madeira cuidadosamente sobre a água.



DOMINGOS AQUINO

Procedimento e questões

- 1 Inicialmente, com a placa sobre a água, corte a linha que segura o elástico. Observe o que acontece. A placa se moveu?
- 2 Coloque agora o "V" de jornal sobre o elástico e repita o procedimento. Procure manter sempre o mesmo tamanho da linha de costura para obter a mesma tensão no elástico. Houve movimento da placa?
- 3 Repita novamente o procedimento, agora colocando duas tiras de jornal enroladas juntas. Se houve movimento, qual foi a diferença em relação ao procedimento anterior? Que grandeza foi responsável pela modificação do movimento?
- 4 Agora, dobre a tensão no elástico (basta dobrar a deformação) colocando apenas uma tira de jornal. O que você observa em relação ao item 2? O que acontece com a tira de jornal quando a tensão no elástico aumenta?
- 5 Considerando todas as etapas realizadas, o que podemos afirmar sobre a quantidade de movimento do sistema?
- 6 Em relação a um foguete real, o que é ejetado e provoca seu movimento? O que faz esse "papel" no nosso experimento?



Nave espacial russa Soyuz rumo à Terra.

... a bola ganha velocidade quando toca o gramado molhado?



S9

No Suplemento, você encontra orientações para o trabalho com essa questão.

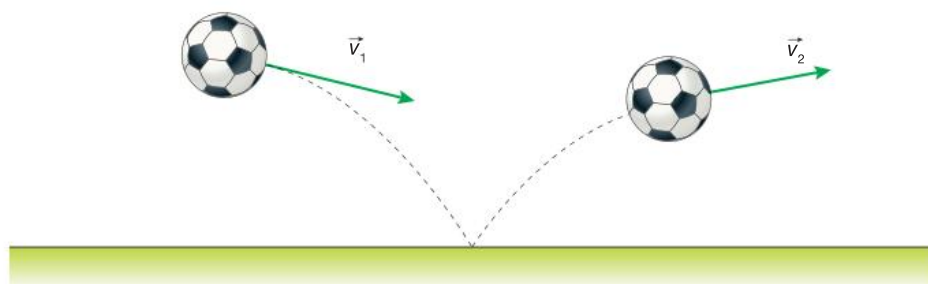
Na transmissão de um jogo de futebol, alguns locutores costumam fazer a seguinte afirmação quando a bola chutada em direção ao gol bate no campo molhado:

"A bola tocou o gramado e ganhou velocidade."

A frase é uma tentativa de justificar a dificuldade do goleiro em defender a bola quando o jogo ocorre sob chuva, mas deixa transparecer a ideia de que a bola ganha energia ao bater na grama. Ou seja, se bater duas vezes na grama em vez de uma, chegará mais depressa ao gol. Isso é possível?

Realmente, quando assistimos pela TV a uma dessas jogadas, temos a impressão de que ela acontece com uma velocidade maior do que quando o campo está seco.

Com base no que aprendemos sobre vetores nesta unidade, podemos verificar se a afirmação dos locutores tem sentido. Para investigar tal questão, observe a ilustração que apresenta uma possibilidade para o movimento da bola antes e depois de bater na grama molhada. Perceba que, depois de quicar no gramado, a bola tende a diminuir sua altura em relação ao solo. Para refletir sobre o assunto, discuta com seu grupo as atividades a seguir.



ADILSON SECCO

Questões para discussão em grupo

- 1 Represente em um diagrama o vetor velocidade (\vec{v}_1) da bola um pouco antes do momento em que ela toca o gramado. Decomponha o vetor velocidade em duas componentes: uma vertical e outra horizontal.
- 2 Faça a representação do vetor velocidade (\vec{v}_2) da bola após tocar o gramado, supondo que não haja perda de energia nesse processo e que o módulo de \vec{v}_2 seja igual ao módulo de \vec{v}_1 . Observando a representação dos vetores, compare os módulos das componentes horizontais das velocidades antes e depois do choque. Qual é maior?
- 3 Procure avaliar o que acontece com a componente horizontal da velocidade quando o gramado está seco e quando está molhado. Qual é a diferença nessa componente para as duas situações? Faça um diagrama representando os vetores velocidade e suas componentes nas duas situações.
- 4 Pergunte a parentes e vizinhos se eles já ouviram a afirmação acima nos jogos de futebol e se eles acham que é correta. Peça a eles que justifiquem.

1 (Uerj) Um esquiador, com 70 kg de massa, colide elasticamente contra uma árvore a uma velocidade de 72 km/h. Calcule, em unidades do SI, o momento linear e a energia cinética do esquiador no instante da colisão.

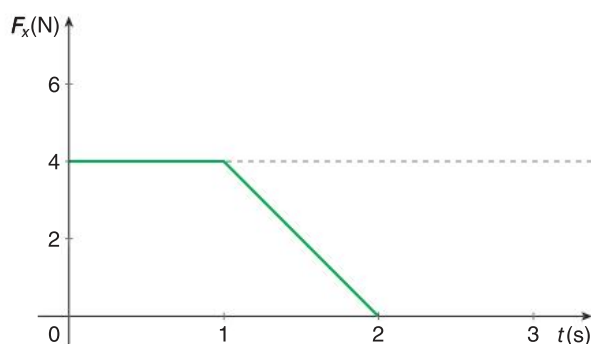
2 (Uece) No instante em que uma bola de 0,5 kg atinge o ponto mais alto, após ter sido lançada verticalmente para cima com velocidade inicial de 10 m/s, seu momento linear tem módulo:

- a) 0,5 b) 10 c) 0 d) 5

3 (PUC-RJ) Uma massa de 10 g e velocidade inicial de 5,0 m/s colide, de modo totalmente inelástico, com outra massa de 15 g que se encontra inicialmente em repouso. O módulo da velocidade das massas, em m/s, após a colisão é:

- a) 0,20 c) 3,3 e) 5,0
b) 1,5 d) 2,0

4 (UFRGS-RS) Um bloco de massa 1 kg move-se retilineamente com velocidade de módulo constante igual a 3 m/s sobre uma superfície horizontal sem atrito. A partir de dado instante, o bloco recebe o impulso de sua força externa aplicada na mesma direção e sentido de seu movimento. A intensidade dessa força, em função do tempo, é dada pelo gráfico abaixo.



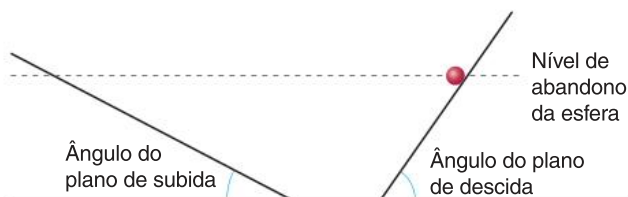
A partir desse gráfico, pode-se afirmar que o módulo da velocidade do bloco após o impulso recebido é, em m/s, de:

- a) -6 c) 5 e) 9
b) 1 d) 7

5 (UFG-GO) Um jogador de *hockey* no gelo consegue imprimir uma velocidade de 162 km/h ao *puck* (disco), cuja massa é de 170 g. Considerando-se que o tempo de contato entre o *puck* e o *stick* (o taco) é da ordem de um centésimo de segundo, a força impulsiva média, em newton, é de:

- a) 7,65 d) $7,65 \times 10^3$
b) $7,65 \times 10^2$ e) $2,75 \times 10^4$
c) $2,75 \times 10^3$

6 (Enem) Para entender os movimentos dos corpos, Galileu discutiu o movimento de uma esfera de metal em dois planos inclinados sem atritos e com a possibilidade de se alterarem os ângulos de inclinação, conforme mostra a figura. Na descrição do experimento, quando a esfera de metal é abandonada para descer um plano inclinado de um determinado nível, ela sempre atinge, no plano ascendente, no máximo, um nível igual àquele em que foi abandonada.



Disponível em: <www.fisica.ufpp.br>. Acesso em: 21 ago. 2012. (adaptado)

Se o ângulo de inclinação do plano de subida for reduzido a zero, a esfera:

- a) manterá sua velocidade constante, pois o impulso resultante sobre ela será nulo.
b) manterá sua velocidade constante, pois o impulso da descida continuará a empurrá-la.
c) diminuirá gradativamente a sua velocidade, pois não haverá mais impulso para empurrá-la.
d) diminuirá gradativamente a sua velocidade, pois o impulso resultante será contrário ao seu movimento.
e) aumentará gradativamente a sua velocidade, pois não haverá nenhum impulso contrário ao seu movimento.

7 (Uece) Considere uma esfera metálica em queda livre sob a ação somente da força peso. Sobre o módulo do momento linear desse corpo, pode-se afirmar corretamente que:

- a) aumenta durante a queda.
b) diminui durante a queda.
c) é constante e diferente de zero durante a queda.
d) é zero durante a queda.

8 (UFMS-RS) A hipótese mais aceita nos meios científicos atribui a grande extinção da fauna terrestre, ocorrida há aproximadamente 65 milhões de anos, à colisão de um corpo celeste de grandes dimensões, possivelmente um cometa, com a superfície da Terra. Esse bólido foi absorvido pela Terra e o que se seguiu foi um súbito desequilíbrio ambiental, que incluiu obstrução da passagem da luz solar, maremotos e violentas erupções vulcânicas.

A respeito das propriedades desse tipo de colisão, os termos que completam correta e respectivamente as lacunas são:

Trata-se de um exemplo de choque perfeitamente _____, em que o momento linear do sistema cometa-Terra _____ conservado. Nesse evento, ocorre _____ da energia mecânica.

A sequência correta é:

- a) inelástico – é – conservação
- b) elástico – não é – conservação
- c) elástico – não é – dissipação
- d) inelástico – não é – conservação
- e) inelástico – é – dissipação

9 (Uece) Um projétil disparado horizontalmente de uma arma de fogo atinge um pedaço de madeira e fica encravado nele de modo que, após o choque, os dois se deslocam com mesma velocidade. Suponha que essa madeira tenha a mesma massa do projétil e esteja inicialmente em repouso sobre uma mesa sem atrito. A soma do momento linear do projétil e da madeira imediatamente antes da colisão é igual à soma imediatamente depois do choque. Qual a velocidade do projétil encravado imediatamente após a colisão em relação à sua velocidade inicial?

- a) o dobro
- b) a metade
- c) a mesma
- d) o triplo

10 (PUC-MG) Um automóvel a 30 m/s choca-se contra a traseira de outro de igual massa que segue no mesmo sentido a 20 m/s. Se os dois ficam unidos, a velocidade comum imediatamente após a colisão será, em m/s, de:

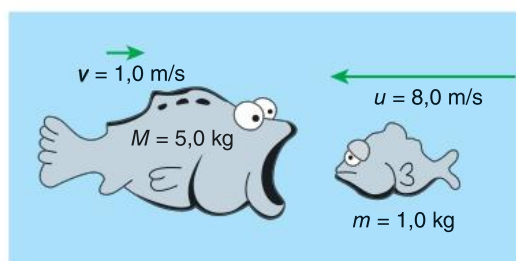
- a) 15
- b) 25
- c) 20
- d) 30
- e) 50

11 (Cefet-MG) Se dois corpos sofrem uma colisão perfeitamente inelástica, então, a energia mecânica _____, a energia cinética _____ e o momento linear _____.

Os termos que completam, correta e respectivamente, as lacunas são:

- a) varia, varia, varia
- b) varia, varia, conserva-se
- c) conserva-se, conserva-se, varia
- d) varia, conserva-se, conserva-se
- e) conserva-se, conserva-se, conserva-se

12 (UFPI) Na figura a seguir, o peixe maior, de massa $M = 5,0$ kg, nada para a direita a uma velocidade $v = 1,0$ m/s e o peixe menor, de massa $m = 1,0$ kg, se aproxima dele a uma velocidade $u = 8,0$ m/s, para a esquerda.



ADILSON SECCO

Despreze qualquer efeito de resistência da água. Após engolir o peixe menor, o peixe maior terá uma velocidade de:

- a) 0,5 m/s, para a esquerda.
- b) 1,0 m/s, para a esquerda.
- c) nula.
- d) 0,5 m/s, para a direita.
- e) 1,0 m/s, para a direita.

13 (Unifesp) Uma esfera de massa 20 g atinge uma parede rígida com velocidade de 4,0 m/s e volta na mesma direção com velocidade de 3,0 m/s. O impulso da força exercida pela parede sobre a esfera, em $N \cdot s$, é, em módulo, de:

- a) 0,020
- b) 0,040
- c) 0,10
- d) 0,14
- e) 0,70



UNIDADE 1

CAPÍTULO 1

Questões propostas

1. A trajetória é uma parábola cujo vértice é o ponto de lançamento.
2. a) Para um observador imóvel situado na calçada, o ponto *M* descreve uma trajetória como a da figura abaixo (pois a bicicleta se move na direção horizontal e *M* gira junto com a roda).

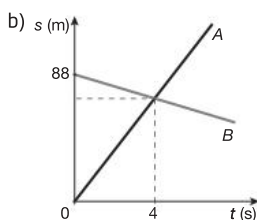
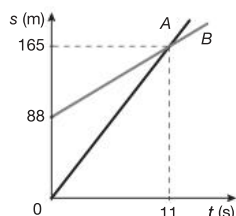


b) Para um observador que corre ao lado da bicicleta com a mesma velocidade, o ponto *M* descreve uma trajetória circular, cujo centro coincide com o eixo da roda.

3. a) $\Delta s = 32 \text{ cm}$ b) $\Delta s = 4 \text{ cm}$
4. a) automóvel *B*
b) automóvel *B*
5. a) incorreta d) incorreta
b) incorreta e) correta
c) incorreta
6. $v_m = 120 \text{ km/h}$
7. $\Delta t_2 = \frac{2}{3} \text{ h} = 40 \text{ min}$
8. $\Delta t = \frac{4}{3} \text{ h} = 80 \text{ min}$

A duração não seria a mesma, conforme calculado, pois, nesse caso, a velocidade média não é igual à média das velocidades.

9. $\Delta t = 95 \text{ min} = 1 \text{ h } 35 \text{ min}$
10. $\Delta s = 68 \text{ m}$
11. b
12. b
13. c
14. b, c, e, g, h
15. $\Delta t = 16 \text{ s}$
16. a) $v_B = 12 \text{ m/s}$; movimento progressivo
b) $s_B = 12t \text{ (SI)}$
c) $D = 20 \text{ m}$
17. a) $s_V = 15t \text{ (SI)}$ e $s_X = 90 + 9t \text{ (SI)}$
b) $t = 15 \text{ s}$ e $s_{\text{ultrapassagem}} = 225 \text{ m}$
18. a) $v = 5 \text{ m/s}$ c) $\Delta s = 20 \text{ m}$
b) $s = 0$ d) $D = 30 \text{ m}$
19. $s_A = 5t \text{ (SI)}$ e $s_B = -8 + 5t \text{ (SI)}$
20. a)



21. a) $s_P = 24 + 3t \text{ (SI)}$ e $s_M = 24 - 2t \text{ (SI)}$
b) $D = 10 \text{ m}$ c) $t = 12 \text{ s}$
22. a) $s_A = 6t \text{ (SI)}$ e $s_B = 300 - 9t \text{ (SI)}$
b) $t = 20 \text{ s}$ e $s_{\text{encontro}} = 120 \text{ m}$
23. c
24. c

CAPÍTULO 2

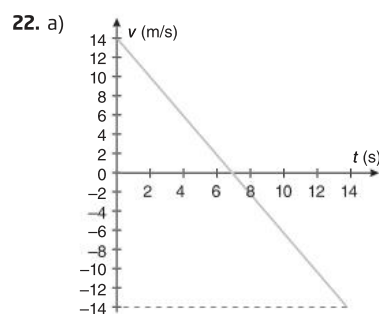
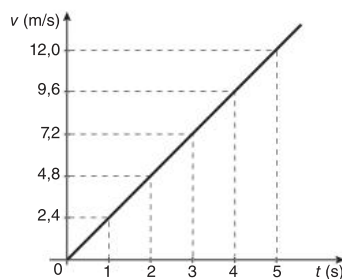
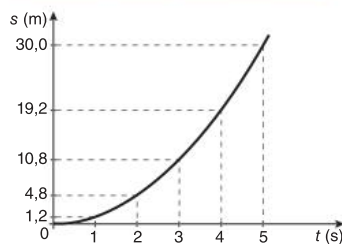
Questões propostas

1. $\frac{a_{m(1)}}{a_{m(2)}} \approx 1,65$
Portanto, podemos afirmar que o automóvel em 1ª marcha mantém maior valor de aceleração; aproximadamente 65% maior que em 2ª marcha.
2. a) Quando diminui a velocidade.
b) O automóvel percorre 60 m a mais.
3. a) $v_0 = 6 \text{ m/s}$ e $a_m = -2 \text{ m/s}^2$
b) Até o instante $t = 3 \text{ s}$, o movimento é retardado e, após $t = 3 \text{ s}$, o movimento é acelerado, pois, quando a velocidade e a aceleração têm sinais opostos (isto é, sentidos opostos), o movimento é retardado e, quando possuem o mesmo sinal (mesmo sentido), o movimento é acelerado.
4. a) $a = 0,6 \text{ m/s}^2$ b) $\Delta s = 30 \text{ m}$
5. $\Delta s = 234 \text{ m}$
6. a) $a = 4 \text{ m/s}^2$ c) $v = 28 \text{ m/s}$
b) $\Delta s = 8 \text{ m}$
7. a) $a = 2 \text{ m/s}^2$ c) $\Delta s = 78 \text{ m}$
b) $a = -1 \text{ m/s}^2$
8. a) Sim. Nesse intervalo, o gráfico da velocidade em função do tempo é uma reta inclinada, indicando que a velocidade do automóvel varia de forma constante.
b) $v = 20 - 2,5t \text{ (SI)}$
c) m é o instante em que a velocidade é nula. $m = 8$, ou seja, $v = 0$ quando $t = 8 \text{ s}$.
9. $a = 2,4 \text{ m/s}^2$ e $\Delta s = 70 \text{ m}$
10. b
11. a) $a_B = 0,2 \text{ m/s}^2$
b) $d_A = 125 \text{ m}$ e $d_B = 160 \text{ m}$
c) $v_A = 2,5 \text{ m/s}$
12. e
13. a) $s(4) = 4 \text{ m}$
b) $t = 0 \text{ s}$ e em $t = 4 \text{ s}$
14. a) $a = 3 \text{ m/s}^2$ b) $D = 11,5 \text{ m}$
15. $\Delta s = 7.800 \text{ m}$
16. $D = 20 \text{ m}$

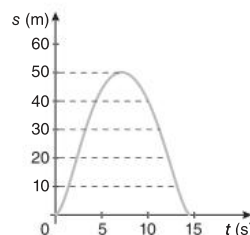
17. A travessia do trem pelo túnel durou 25 s.
18. Para que não ocorra o atropelamento, o animal deve estar a uma distância de 77,5 m do carro.
19. a) $|a| = 2 \text{ m/s}^2$
b) $t \approx 77 \text{ s}$
Logo, a duração total do movimento foi de, aproximadamente, 77 s.
20. $t = 32 \text{ s}$ $s_{\text{encontro}} = 614,4 \text{ m}$
21. $s = 1,2 t^2$ $v = 2,4 t$

t (s)	0	1	2
v (m/s)	0	2,4	4,8
s (m)	0	1,2	4,8

t (s)	3	4	5
v (m/s)	7,2	9,6	12
s (m)	10,8	19,2	30



22. a) b) $a_m = -2 \text{ m/s}^2$
c) $\Delta s_{\text{subida}} = 49 \text{ m}$
d)

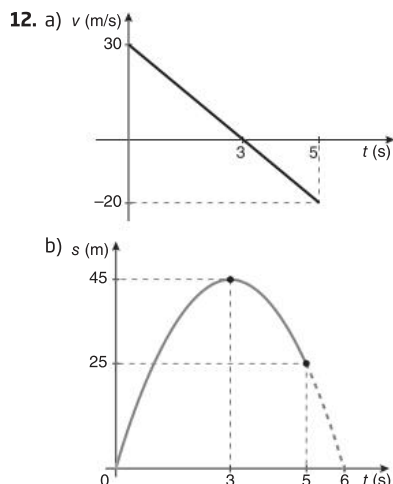


23. a) $s = -1 \text{ m}$
b) $v_0 = -6 \text{ m/s}$
 $a = 2 \text{ m/s}^2$
c) No intervalo entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 1 \text{ s}$, o corpo se move no sentido contrário ao da orientação da trajetória ($v < 0$), e sua velocidade diminui em módulo (pois $a > 0$). Portanto, o movimento é retrógrado e retardado.
d) $t = 3 \text{ s}$
24. a) No intervalo entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 2 \text{ s}$, o corpo se move no sentido contrário ao da orientação da trajetória ($v < 0$), e sua velocidade diminui em módulo ($a > 0$). Portanto, o movimento é retrógrado e retardado.
b) No intervalo entre $t = 2 \text{ s}$ e $t = 4 \text{ s}$, o corpo se move no sentido da orientação da trajetória ($v > 0$), e sua velocidade aumenta em módulo ($a > 0$). Portanto, o movimento é progressivo e acelerado.
c) $s = -8t + 2t^2 \text{ (SI)}$
25. a) $|a| = 5 \text{ m/s}^2$
b) $m = 40 \text{ m}$
26. b

CAPÍTULO 3

Questões propostas

- O movimento não se deu em queda livre, pois, nesse caso, o tempo de queda seria de, aproximadamente, $2,4 \text{ s}$, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- a) $t = 2,5 \text{ s}$ c) $h = 11,25 \text{ m}$
b) $v = 25 \text{ m/s}$ d) $\Delta s = 11,25 \text{ m}$
- $v = 25,8 \text{ m/s}$
- A distância percorrida nos 2 s seguintes é $3d$.
- $\Delta s = 2,25 \text{ m}$
- $t = 8,5 \text{ s}$
- d
- No ponto mais alto, a velocidade é nula e a aceleração é igual à da gravidade $a = -10 \text{ m/s}^2$ (orientando a trajetória para cima).
- $v_0 = 15,5 \text{ m/s}$
- a) $v_0 = 25 \text{ m/s}$ b) $s = 31,25 \text{ m}$
- a) $t = 1 \text{ s}$ b) $t = 1,6 \text{ s}$



13. a) $v_0 = 8 \text{ m/s}$ b) $H = 3,2 \text{ m}$
14. a) $t = 6 \text{ s}$ b) $s = 80 \text{ m}$
15. a) $t = 3,35 \text{ s}$ b) $v = 12,4 \text{ m/s}$
16. b

Questões de integração

- a
- a) $\Delta t = 10 \text{ s}$ b) $\Delta t = 15 \text{ s}$
- a
- a) $\Delta s = 60 \text{ s}$ b) $v_m = 4 \text{ m/s}$
- c
- b
- a
- d
- c
- e
- c
- $\frac{v_2}{v_1} = 4$
- c
- d

UNIDADE 2

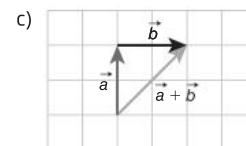
CAPÍTULO 4

Questões propostas

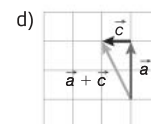
- O vetor \vec{v}_3 tem direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.
O vetor \vec{v}_4 tem direção vertical e sentido de cima para baixo.
O vetor \vec{v}_5 tem direção definida pelo ângulo β com a horizontal, e sentido indicado pela ponta da seta, isto é, de C para D.
O vetor \vec{v}_6 tem direção definida pelo ângulo α com a horizontal, e sentido indicado pela ponta da seta, isto é, de F para E.

2. a)
- b)
3. a)
- O vetor $\vec{b} + \vec{d}$ tem módulo igual a 5 unidades, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.
- b)

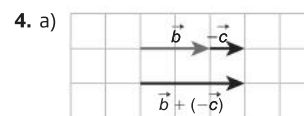
O vetor $\vec{b} + \vec{c}$ tem módulo igual a 1 unidade, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.



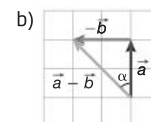
O vetor $\vec{a} + \vec{b}$ tem módulo igual a $2\sqrt{2}$ unidades, sua direção forma um ângulo de 45° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.



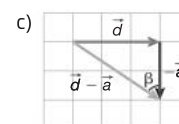
O vetor $\vec{a} + \vec{c}$ tem módulo igual a $\sqrt{5}$ unidades, sua direção forma um ângulo de aproximadamente 27° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.



O vetor $\vec{b} - \vec{c}$ tem módulo igual a 3 unidades, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.



Vemos que o vetor $\vec{a} - \vec{b}$ tem módulo igual a $2\sqrt{2}$ unidades, sua direção forma um ângulo de 45° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.



Vemos que o vetor $\vec{d} - \vec{a}$ tem módulo igual a $\sqrt{13}$ unidades, sua direção forma um ângulo de 56° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.

5. a) O vetor $\vec{a} + \vec{a}$ tem módulo igual a $8\sqrt{2}u$, direção que forma um ângulo de 45° com a horizontal e sentido indicado pela ponta da seta na figura.
- b) Como os vetores \vec{a} e \vec{a} têm mesma direção, mesmo sentido e mesmo módulo, a soma vetorial $\vec{a} - \vec{a} = \vec{a} + (-\vec{a})$ resulta no vetor nulo.
 $\vec{a} - \vec{a} = \vec{0}$
- c) $|\vec{a} + \vec{v}| = 4u$

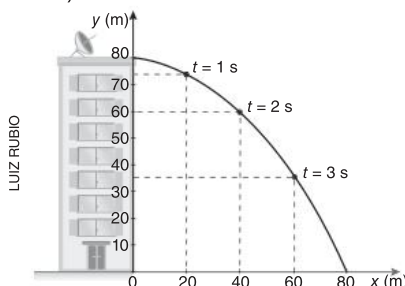
O vetor $\vec{a} + \vec{v}$ tem módulo $4u$, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

6. $v_x = 4,8u$
 $v_y = 6,4u$
 7. a

CAPÍTULO 5

Questões propostas

1. b
 2. O vetor \vec{v} tem módulo igual a 520 km/h, direção norte-sul e sentido para o norte.
 3. a) Ambas chegarão ao solo no mesmo instante.
 b) A esfera B chega primeiro ao solo.
 4. a) $t = 1,2$ s b) $\Delta s_x = 18$ m
 5. $v = 150$ m/s
 6. a
 7. a) $t = 4$ s
 $\Delta s_x = 80$ m
 b)



- c) $v = 20\sqrt{5}$ m/s ≈ 45 m/s
 8. a) $v_A = 90$ m/s $v_B \approx 80$ m/s
 b) $\Delta s_{yA} = 80$ m $\Delta s_{yB} = 101,25$ m
 9. a) $t = 2$ s c) $v_x = 8$ m/s
 b) $\Delta s = 4$ m
 10. d
 11. a) Na horizontal, desprezando a resistência do ar, a velocidade é constante e igual a $v_{0(x)}$. Na vertical, o movimento é uniformemente acelerado e, no ponto mais alto da trajetória, $v_y = 0$. Então, a velocidade do corpo nesse ponto é horizontal de módulo 25 m/s.
 b) $h_{\text{máx.}} = 94,61$ m c) $D = 217,5$ m
 12. $h_{\text{máx.}} = 3,61$ m $A = 8,5$ m
 13. a) $H_{\text{máx.}} = 3,2$ m c) $H_1 = 2,4$ m
 b) $A = 22,27$ m d) $H_2 = 2,4$ m
 14. e
 15. $h = 20$ m

CAPÍTULO 6

Questões propostas

1. $T = 0,1$ s
 2. a) $D = 3$ m b) $T = 0,1$ s

- c) $f = 600$ rpm
 3. a) As duas rodas giram com a mesma velocidade linear de 10 m/s.
 b) A frequência da roda da frente é maior do que a da roda de trás, pois, como tem diâmetro menor, essa roda deve dar mais voltas em torno de seu eixo para percorrer a mesma distância que a outra roda, já que ambas têm a mesma velocidade escalar em seu perímetro.
 4. a) $\omega = 0,24$ rad/s b) $v = 0,96$ m/s
 5. $f = 1.000$ rpm
 6. $D = 45.000$ m
 7. c
 8. d
 9. $\omega = 8$ rad/s
 10. a) $v = 8$ m/s
 b) Se o ciclista imprimir sempre a mesma frequência de rotação aos pedais, f_{catraca} é máxima quando a razão $\frac{R_{\text{coroa}}}{R_{\text{catraca}}}$ é máxima, ou seja, quando o raio da coroa for o maior possível (coroa 2) e o raio da catraca for o menor possível (catraca 1).
 c) $f_{\text{coroa}} = 125$ rpm

Questões de integração

1. d
 2. c
 3. d
 4. e
 5. b
 6. e
 7. São corretas: (01), (02) e (16)
 8. a
 9. a
 10. a
 11. d
 12. a) $v_{0(y)} = 6$ m/s
 b) $\theta = 11,3^\circ$
 c) $\Delta s_y = 1,8$ m

UNIDADE 3

CAPÍTULO 7

Questões propostas

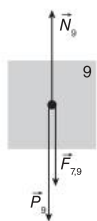
1. O ônibus está freando. Os passageiros, por inércia, tendem a manter o movimento que tinham antes de o ônibus frear.
 2. a) O movimento cessa porque existem forças externas atuando na bola; são as forças de atrito entre o chão e a bola, a bola e o ar etc. Pela lei da inércia, se não houvesse forças de resistência, o movimento jamais cessaria e, portanto, seria impossível que a bola não atingisse o último pino.

b) Ao lustrar a bola e limpar o chão, reduzem-se as forças de resistência ao movimento e, diminuindo-se os atritos, a bola tenderá a rolar mais facilmente.

3. Os passageiros em movimento dentro do ônibus movem-se na mesma velocidade do veículo. Assim, ao saltarem do ônibus, por inércia, tendem a manter a velocidade que tinham antes de saltar (velocidade do ônibus) e a mesma direção do movimento.
 4. A afirmação é falsa, pois a resultante de forças nula é possível em dois casos: quando o carro está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (MRU). Logo, o carro pode estar parado, mas também pode estar em MRU.
 5. Sim, porque o fato de o módulo da força resultante não ser nulo impede o estado de equilíbrio.
 6. A afirmação é falsa, pois o equilíbrio suporta força resultante nula. Logo, em uma situação em que duas forças de mesmo módulo são aplicadas, é necessário que elas tenham mesma direção, porém sentidos opostos.
 7. c
 8. As balanças das imagens medem a intensidade da força de contato entre a pessoa e a superfície da balança. No caso da figura A, a projeção normal da força de contato tem aproximadamente o mesmo módulo da força peso. Assim, se diminuirmos a intensidade dessa força de contato, a pessoa "pesará" menos, como é o caso da figura B, em que a mulher está diminuindo a intensidade da projeção normal da força de contato puxando a corda, e na figura C, em que a intensidade da força de contato tem módulo aproximadamente igual ao módulo da força peso da balança.
 9. Ao descrever o peso máximo permitido (capacidade licenciada) no elevador, a placa deveria apresentar a medida em kgf ou newton, que são unidades de força. A unidade kg só serve para medidas de massa.
 10. A massa é a medida da inércia do corpo. Assim, ela será a mesma aqui ou em Marte. Lá, a massa do robô continuará a ser 11,5 kg. Seu peso, no entanto, será menor, uma vez que em Marte a aceleração gravitacional é aproximadamente 2,5 vezes menor que na Terra. Assim, o robô será 2,5 vezes menos atraído e, conseqüentemente, 2,5 vezes menos pesado em Marte.
 11. Ao retirar os livros da estante, diminuímos a massa que deveremos tirar do repouso. Se a massa for menor, a tendência da estante de permanecer em repouso também será menor.
 12. c
 13. Aparecerá na balança 1,8 kg.

14. a) O homem se movimentará em relação ao barco, porém, em relação a um ponto fixo na plataforma, ele praticamente não se moverá.
b) O barco se afastará da plataforma.
15. Nesse tipo de avião, a hélice exerce uma força sobre o ar, empurrando-o para trás e, como reação, o ar exerce uma força sobre a hélice (presa ao avião), empurrando o avião para a frente. Como em uma viagem à Lua há um longo percurso sem a presença de ar, o movimento não seria possível.
16. O boi aplica força na carroça, e esta, como reação, exerce força sobre ele. As duas forças não se anulam porque estão aplicadas em corpos diferentes. A força que o boi aplica na carroça só poderia ser anulada por outra força de mesma direção e sentido contrário, porém aplicada na própria carroça, e não no boi.

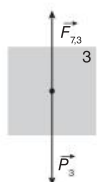
17. a) Bloco 9:



Bloco 7:



Bloco 3:



- b) Bloco 3:
 $F_{7,3} = P_3 = 50 \text{ gf}$
Bloco 7:
 $F_{3,7} = F_{7,3} = 50 \text{ gf}$
 $F_{9,7} = 150 \text{ gf}$
Bloco 9:
 $F_{7,9} = F_{9,7} = 150 \text{ gf}$
 $N_9 = 350 \text{ gf}$

18. $k = 50 \text{ N/m}$

19. e

20. I. correta
II. incorreta
III. correta

21. $N = 80 \text{ N}$

CAPÍTULO 8

Questões propostas

1. A água é lançada na pista para simular as condições de atrito durante pousos e decolagens em dias de chuva, principalmente porque, nessas condições, o atrito é menor que em dias secos, o que agrava os riscos nos pousos e decolagens.

2. a) falsa d) falsa
b) verdadeira e) falsa
c) falsa
3. a) $N = 40 \text{ N}$ b) $F_{\text{at.}(c)} = 8 \text{ N}$
c) Existe, pois, se o corpo se move com velocidade constante, a resultante das forças que atuam sobre ele deve ser nula, e na direção horizontal devemos ter uma outra força \vec{F} tal que:
 $F - F_{\text{at.}(c)} = 0$ ou $F_{\text{at.}(c)} = F$
4. a) $T = 40 \text{ N}$ c) $\mu_e = 0,5$
b) $F_{\text{at.}(e)} = 40 \text{ N}$
5. a) $P = 40 \text{ N}$ c) $F_{\text{at.}} = 20 \text{ N}$
b) $N = 40 \text{ N}$
6. a) $P = 50 \text{ N}$ b) $\mu_e = 0,8$
c) Para que o corpo se mova, é necessário aplicar sobre ele uma força horizontal com módulo maior que 40 N .
7. a) $F_{\text{at.}(c)} = 200 \text{ N}$ b) $\mu_c = 0,25$
8. a) $N' = 30 \text{ N}$ c) $F_3 = 34 \text{ N}$
b) $F_3 = 49 \text{ N}$ d) $F_3 = 46 \text{ N}$
9. a) $P = 20 \text{ N}$
b) $F = 40 \text{ N}$
c) A força que o apoio exerce no corpo \vec{F}' e a força que o corpo exerce no apoio \vec{F} têm intensidades iguais ($F' = F = 40 \text{ N}$).
d) $F_{\text{at.}(e)} = 20 \text{ N}$
e) $\mu_e = 0,5$

CAPÍTULO 9

Questões propostas

1. a) $a = 3 \text{ m/s}^2$ b) $F_R = 15 \text{ N}$
2. a) $v_2 = 16 \text{ m/s}$ c) $F_R = 6,4 \text{ N}$
b) $F_R = 0$ d) $t_{AC} = 10 \text{ s}$
3. a) A força resultante é igual à força \vec{F}_3 .
b) $a = 2 \text{ m/s}^2$
4. no intervalo de 0 s a 2 s , $F = 6 \text{ N}$
no intervalo de 2 s a 6 s , $F = 3 \text{ N}$
5. a) $T = 80 \text{ N}$
b) $T = 0$
6. Considerando que Garfield quer diminuir a força peso sobre ele, os planetas do Sistema Solar mais indicados para essa redução seriam Marte ou Mercúrio, por apresentarem o menor valor para a aceleração da gravidade. A massa dos corpos, no entanto, é invariável. Assim, de nada adiantaria a mudança para um planeta de menor gravidade com o objetivo de emagrecer, pois, apesar de ter sensação de menor peso, tal sensação não indica diminuição da massa.
7. a) $m_{\text{Terra}} = m_{\text{Júpiter}} = m_{\text{Mercúrio}} = 5 \text{ kg}$
b) O peso da caixa é maior em Júpiter, pois, como a massa do corpo é invariável, seu peso, dado por $P = m \cdot g$, é maior no planeta em que a aceleração da gravidade é maior.

8. a) $F_{\text{máx.}} = 600 \text{ N}$ b) $m = 400 \text{ kg}$

9. situação do item a

10. $t = 5 \text{ min}$

11. a) entre 0 s e 90 s : b) $\Delta s = 2.850 \text{ m}$
 $F = 500 \text{ N}$
entre 90 s e 210 s :
 $F = 0$
entre 210 s e 260 s :
 $F = 900 \text{ N}$

12. $F_{B,A} = 28 \text{ N}$ $F_{C,B} = 8 \text{ N}$

13. a) $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$ $a_2 = 9 \text{ m/s}^2$
b) $T_1 = 4,5 \text{ N}$ $T_2 = 4,5 \text{ N}$

14. b

15. a) $N = 540 \text{ N}$ d) $N = 540 \text{ N}$
b) $N = 460 \text{ N}$ e) $N = 500 \text{ N}$
c) $N = 460 \text{ N}$

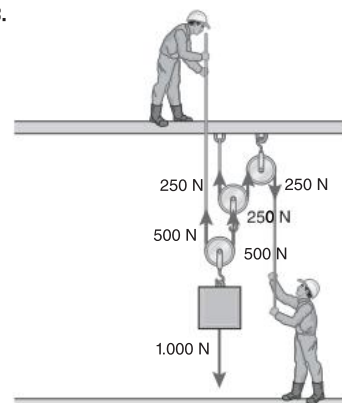
16. $d = 2 \text{ m}$

17. a) $a = 2 \text{ m/s}^2$ b) $T_{AB} = 42 \text{ N}$

CAPÍTULO 10

Questões propostas

1. A inclinação da rua não é suficiente para que a componente \vec{P}_x do peso seja maior do que a força de atrito estático máxima.
2. a) correta d) incorreta
b) correta e) incorreta
c) incorreta f) incorreta
- 3.



O operário posicionado na parte de cima exerce sobre a corda uma força de 500 N . O outro exerce uma força de 250 N .

4. a) $T = 120 \text{ N}$ c) $T = 130 \text{ N}$
b) $T = 120 \text{ N}$ d) $T = 110 \text{ N}$
5. a) $T = 184 \text{ N}$ c) $T = 210 \text{ N}$
b) $T = 200 \text{ N}$
6. a) $P_x = 60 \text{ N}$ $P_y = 80 \text{ N}$
b) $F_{\text{at.}(e)} = 32 \text{ N}$
c) O corpo A desce o plano.
d) Tem a direção do plano inclinado, sentido para o topo do plano.
7. a) $\mu = 0,75$
b) $t = 2 \text{ s}$
8. e

9. O trabalhador exercerá uma força menor, isto é, de 125 N para levantar o saco de cimento.

CAPÍTULO 11

Questões propostas

- Na situação (2), a pedra realiza uma trajetória curvilínea, aplicando no barbanete, além da força peso, uma resultante centrípeta, fazendo com que a tensão seja maior.
- a) Por inércia, a água tende a se manter em movimento retilíneo e sair pela tangente, por isso, sai pelos furos do cesto circular.
b) Se a roupa está grudada na parede, na direção vertical, devemos ter $P = F_{at}$. e a resultante centrípeta, na direção horizontal, é igual à força de contato entre o cesto e a roupa (normal).
- a) O traçado geométrico tem raio de curvatura maior do que o traçado ideal.
b) Quanto maior o raio, maior a velocidade na curva sem que o carro derrape.
- A força de tração aplicada pelo fio na pedra menor impede que ela continue em linha reta, por isso ela executa um movimento circular. Essa tração é a resultante centrípeta que atua sobre a pedra menor. Se esse valor da tração, que depende da velocidade com que a pedra menor gira, for igual ao peso da pedra maior, ela permanecerá em repouso.
- Sendo $P = 700$ N, a força que o assento exerce é cerca de 9 vezes maior que o peso do piloto.
- $v = 7$ m/s
- $k = 4,32$ N/m
- a) $v = 50$ m/s
b) Na posição B, temos: $N = 30.000$ N
Na posição O: $N = 15.000$ N
Então, no ponto B, a reação do piso da estrada sobre o carro tem intensidade duas vezes maior que no ponto O.
- b
- d
- a) incorreto
b) correto
c) incorreto
d) incorreto
e) incorreto

CAPÍTULO 12

Questões propostas

- a) não
b) A velocidade é máxima no periélio, A_1 , ponto da trajetória mais próximo do Sol.
c) No deslocamento do afélio ao periélio, o movimento é acelerado e, no deslocamento do periélio ao afélio, é retardado.

- a) $v_1 > v_I > v_L > v_K$
b) No ponto I, a aceleração centrípeta é maior.
- O período continuará sendo o mesmo.
- I. verdadeira
II. falsa
III. verdadeira
- $T_3 \approx 10,4$ h
- Em 8 anos, Júpiter não completou uma volta inteira em torno do Sol.

CAPÍTULO 13

Questões propostas

- $F = 2,81 \times 10^{-7}$ N
- a
- $F = 4.020$ N
- $P \approx 588$ N
- a) incorreta
b) correta
c) incorreta
d) correta
e) correta
- a) $F' = \frac{F}{4}$
b) $F'' = 9F$
- a) $F' = \frac{F}{100}$
b) $F'' = \frac{3F}{8}$
- a) $F = G \cdot \frac{M_{\text{planeta}} \cdot M_{\text{corpo}}}{D^2}$
b) $F' = \frac{F}{9}$
- a) $g' = \frac{10}{9}$ m/s²
b) $g'' = 0,4$ m/s²
- $g_x = 5$ m/s²
- d
- b
- $D \approx 0,41$ R
- $g_L \approx 1,7$ m/s²
- $v = 7.804$ m/s ≈ 28.094 km/h
- $T = 5.074,32$ s $\approx 84,57$ min
- $\frac{1.440}{84,61} \approx 17$ voltas
- a) $g \approx 9,37$ m/s²
b) Os astronautas flutuam porque estão "caindo" em direção à Terra com a mesma aceleração da ISS. Mas a gravidade existe, caso contrário, eles iriam para fora da órbita da Terra. Há, portanto, uma força (peso) que está sempre puxando os astronautas na direção do centro de nosso planeta.
c) A ISS não cria um campo gravitacional suficientemente grande porque sua massa é pequena, então, a força de atração que exerce sobre os astronautas em seu interior também é pequena.
- $v \approx 3.170$ m/s
- $T \approx 7.571$ s $\approx 2,1$ h
- $g_0 \approx 2,5$ m/s²
- a) $P_5 = 1,6 \times 10^5$ N
b) $P_0 = 10^5$ N
- O valor obtido foi zero, ou algo muito próximo disso.

- a) $v \approx 3.170$ m/s
b) $v' = 6.340$ m/s
- A nave pode desligar seus motores quando está em órbita pois, por inércia, tende a se manter em movimento retilíneo com velocidade constante.

Questões de integração

- e
- d
- d
- b
- d
- b
- b
- e
- d
- a
- d
- c
- d
- e

UNIDADE 4

CAPÍTULO 14

Questões propostas

- Na situação B, temos as componentes verticais da tensão dadas por $T = \frac{P}{2} \frac{1}{\sin \theta}$.
O módulo da força de tração que a pessoa terá de fazer será maior na situação B que na situação A. Note que, à medida que o ângulo θ aumenta (se aproxima de 90°), $\sin \theta$ também aumenta, e o fator $\frac{1}{\sin \theta}$ que multiplica $\frac{P}{2}$ vai se aproximando de 1.
- posição (2): $T_2 = 30$ N
posição (3): $T_3 = 15\sqrt{6}$ N
- $m = 14,4$ kg; $T_{AB} = 192$ N
- $\mu_e = 0,38$
- d
- c
- $F = 80$ N
- A moça consegue soltar o parafuso.
- $F_2 = 30$ N. Portanto, o módulo de F_1 é cerca de 1,7 vez maior que o módulo de F_2 .
- $M_{\text{res}} = 0$
- d
- b
- $d_M = 1,45$ m
- a) $m_B = 2,25$ kg
b) $N = 157,5$ N
- $x = 1,25$ m
- A distância entre o polo O (segundo apoio) e o ponto em que a prancha começa a tombar é $3d$, portanto, em relação ao ponto A, a distância é igual a $5d$.

CAPÍTULO 15

Questões propostas

- A pessoa não corre o risco de se machucar porque a força que ela exerce sobre os pregos (seu peso) é dividida sobre os vários pregos.
- a) $p = 0,2 \text{ kgf/cm}^2$
b) Será 42 vezes menor.
- A intensidade da força \vec{F} que a pessoa exerce sobre as telhas é igual ao seu peso ($F = 800 \text{ N}$).
a) As telhas não quebram.
b) As telhas não quebram.
c) As telhas quebram.
- Está correta.
- 8.000 sacos
- $p = 0,93 \text{ atm}$
- $F = 100 \text{ N}$
- A força exercida pelo ar em 1 m^2 é cerca de 1.820 vezes maior que a força necessária para levantar o saco de açúcar.
- A pressão interna do pneu é cerca de 2,4 vezes maior que a pressão atmosférica numa cidade a 400 m de altitude.
- a) A pressão no interior do pneu B .
b) $h = 38 \text{ cm}$
- $\frac{m}{n} = \frac{1}{2}$
- $h_{\text{alcohol}} = 12,5 \text{ m}$
- a) $p = 1,5 \text{ atm}$ b) $p = 1,5 \text{ atm}$
- 50 m
- $F = 15.000 \text{ N}$
- $h = 2,94 \text{ m}$
- a) $d = 500 \text{ kg/m}^3 = 0,5 \text{ g/cm}^3$
b) $\rho_0 = 0,8 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
c) $x = 1.520 \text{ m}$
d) $p = 1,55 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
- a
- b
- Então, o líquido x tem densidade 1,25 vez maior que o líquido y .
- $x \approx 2,4 \text{ Pa}$
- a) $F_{\text{II}} = 4.000 \text{ N}$ b) $h_{\text{II}} = 10 \text{ cm}$
- a) $F_2 = 25 \text{ N}$ b) $h_2 = 0,24 \text{ m}$
- a) $p_1 = 3.600 \text{ N/m}^2$
b) $p_2 - p_1 = 2.700 \text{ N/m}^2$
- a) $\Delta p_1 = 1.250 \text{ N/m}^2$
b) $\Delta p_2 = 1.250 \text{ N/m}^2$
- $h_2 = 6,0 \text{ cm}$ $h_1 = 10,0 \text{ cm}$

CAPÍTULO 16

Questões propostas

- $d_c = 0,7 \text{ g/cm}^3$
- a) 85% c) 94%
b) O corpo imerge. d) 50%

- a) $E = 5 \text{ N}$ b) $E = 3,5 \text{ N}$
- a) O volume de cortiça imerso corresponde a $\frac{1}{3}$ do volume total da peça.
Então, $\frac{2}{3}$ (aproximadamente 66%) do volume da cortiça estão acima da linha da água.
b) $E = 30 \text{ N}$
- $N = 9,2 \text{ N}$
- a) $d_{\text{madeira}} = 960 \text{ kg/m}^3$
b) $m_{\text{madeira}} = 1.920 \text{ kg}$
- $d_{\text{pedra}} = 6.400 \text{ kg/m}^3 = 6,4 \text{ g/cm}^3$
- 80% do volume V do corpo
- e
- c

Questões de integração

- b
- d
- c
- b
- c
- d
- d
- d
- b
- a
- b
- a
- a
- d

UNIDADE 5

CAPÍTULO 17

Questões propostas

- a) verdadeira
b) verdadeira
c) falsa
- $\bar{C}_{\text{Fat.}} = -480.000 \text{ J}$
- a) $\bar{C}_F = 900.000 \text{ J}$ b) $P = 30.000 \text{ W}$
- c
- a) Podemos associar ao homem A , que tem maior peso, um trabalho maior.
b) $P_A = 1,25 \text{ W}$; $P_B = 0,58 \text{ W}$
- a) A resultante das forças sobre ele é nula.
b) $\bar{C} = -6.400 \text{ J}$ c) $P \approx 1.333,3 \text{ W}$
- O rendimento mecânico do atleta é cinco vezes maior que o de uma pessoa que se movimenta muito pouco.
- $P = 1,0 \times 10^6 \text{ W}$
- As afirmações são feitas a partir de referenciais diferentes, então, tanto você como seu amigo têm razão.
- $E_{c_2} = 4 \cdot E_{c_1}$; $E_{c_3} = 9 \cdot E_{c_1}$

- A bola de futebol precisará perder mais energia para parar. Como a energia cinética da bola de tênis é menor, a intensidade da força exercida para pará-la deve ser menor, portanto, apanhar essa bola é a opção mais segura.
- Como o trabalho é diretamente proporcional à distância percorrida, podemos afirmar que a distância percorrida pelo primeiro carro é menor.
- O carro colide com o caminhão.
- b
- a) Sim. A energia cinética diminuiu devido à força de resistência exercida pela parede sobre o projétil.
b) $\bar{C} = -787,5 \text{ J}$ c) $F = 3.937,5 \text{ N}$

CAPÍTULO 18

Questões propostas

- $m_{\text{atriz}} = 60 \text{ kg}$
- a) O trabalho é o mesmo.
b) Terão a mesma energia potencial.
c) não
d) Jonas
- I. incorreta III. correta
II. correta
- $E_{\text{pel.}} = 25 \text{ J}$
- 2.000 J
- A porcentagem de energia potencial perdida na colisão é 25%.
- $v = 14,14 \text{ m/s}$
- $x = 3,5\%$
- d
- $\frac{E_{\text{pg}_1}}{E_{\text{pg}_2}} = 10$

CAPÍTULO 19

Questões propostas

- I. verdadeira III. falsa
II. verdadeira
- I. correta III. correta
II. incorreta IV. incorreta
- a) Como o carrinho parte de A e do repouso, nesse ponto sua energia mecânica é só potencial. Se h_B for igual a h_A e o sistema for considerado conservativo, o carrinho chegará a B com velocidade nula (pois E_{pg_A} será igual a E_{pg_B}), não conseguindo completar o *looping*.
b) $E_{\text{mec}_D} < E_{\text{mec}_C} < E_{\text{mec}_B} < E_{\text{mec}_A}$
c) $h_D = 8 \text{ m}$ d) $P = 5.000 \text{ W}$
- $h = 4 \text{ m}$
- $\Delta E_{\text{mec.}} = 36.000 \text{ J}$
- a) $E_{\text{pel.}} = 3,125 \text{ J}$ b) $x = 0,1 \text{ m}$
- a) $E_{\text{pel.}} = 0,2 \text{ J}$
b) Sim. O corpo não perderá contato com a pista.

c) $h_c = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$

8. $BC = 40 \text{ m}$

9. a

10. c

11. b

Questões de integração

1. $E_{\text{pel.}} = 0,5 \text{ J}$ e $a = 0,1 \text{ m/s}^2$

2. a

3. b

4. e

5. c

6. e

7. b

8. c

9. b

10. a) $v = 20 \text{ m/s}$

b) $P_u = 7,1 \cdot 10^6 \text{ W}$

11. $E_{\text{pg.}} = 6 \text{ J}$

12. a

UNIDADE 6

CAPÍTULO 20

Questões propostas

1. Sim. A energia cinética é uma grandeza escalar e depende apenas da massa e do módulo da velocidade do corpo; já a quantidade de movimento é uma grandeza vetorial e, além da massa, depende da direção e do sentido da velocidade do corpo.

2. a) $\Delta q = 15 \cdot \sqrt{2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

b) A energia cinética da bola não variou.

3. $q = 2.880 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

4. a) As velocidades serão as mesmas:
 $v = 8 \text{ m/s}$

b) $q_{\text{mel.}} = 32 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$q_{\text{lar.}} = 0,48 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

c) a melancia d) a melancia

5. $q = 1.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

6. $|q_f| = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

7. A afirmação não é verdadeira.

8. e

9. a) $a = 100 \text{ m/s}^2$

b) $I = 40 \text{ N} \cdot \text{s}$

c) $a = 10 \text{ m/s}^2$

d) $h = 5 \text{ m}$

10. $I = 0,25 \text{ N} \cdot \text{s}$

11. a) $v = 1,5 \text{ m/s}$

b) $v = 1,75 \text{ m/s}$

12. $|I| = 4,55 \text{ N} \cdot \text{s}$; vertical e para cima

13. a) $F_{\text{el.}} = 4 \text{ N}$

c) $v_f = 40 \text{ m/s}$

b) $I = 0,8 \text{ N} \cdot \text{s}$

14. a) $|I| = 4 \text{ N} \cdot \text{s}$ (direção vertical e sentido para cima)

b) $F_m = 13 \text{ N}$

c) Se o coco caísse na areia em vez de no cimento, provavelmente não se esborracharia, já que o tempo de interação entre o coco e a areia seria maior do que o tempo de interação entre o coco e o cimento.

15. $F_m = 20.000 \text{ N}$

16. $F_R = 0,2 \text{ N}$

17. $D = 100 \text{ m}$

18. As articulações da pessoa sofrerão menos com o segundo impacto.

19. I. verdadeira

III. falsa

II. verdadeira

20. a

CAPÍTULO 21

Questões propostas

1. Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, podemos afirmar que a cada rebatida há um pequeno recuo dos astronautas. Para que possam retornar à nave, basta arremessar algum objeto no sentido oposto ao da nave.

2. $\frac{I_B}{\Delta t} = -\frac{I_A}{\Delta t} \Rightarrow F_B = -F_A$

3. $v_c \approx 1,6 \text{ m/s}$

4. O terceiro fragmento foi lançado verticalmente para cima com velocidade de 5 m/s .

5. a) $I = -45 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{s}$

b) $|E_{\text{transf.}}| = 2,7 \cdot 10^{11} \text{ J}$

6. A velocidade de recuo do canhão é de $1,28 \text{ m/s}$.

7. a) Sim. Atirando sua mochila no sentido oposto ao da nave, pela conservação da quantidade de movimento, o astronauta adquire velocidade de recuo no sentido da nave.

b) $V = -0,5 \text{ m/s}$

8. a

9. a

10. $v_f = 0,2 \text{ m/s}$

11. O módulo da variação da velocidade do avião é muito pequeno para ser notado pelos passageiros.

12. O fato de os carros desmancharem em caso de colisão e apenas o *cockpit* resistir ao impacto, é de vital importância para os pilotos, pois cada pedaço que se desprende do carro na colisão leva consigo uma parte da energia cinética do conjunto, diminuindo assim a energia que deve ser dissipada no *cockpit*, para que o piloto nada sofra. No caso de um carro comum, a estrutura menos resistente garante um tempo maior de interação entre o carro e o obstáculo no instante do choque, fazendo com que a força média que atua sobre o veículo seja menor.

13. $m_{\text{herói}} = 1.000 \text{ kg}$

14. a) $V_B = 6 \text{ m/s}$

b) Antes da colisão é: $E_{\text{ci}} = 27 \text{ J}$. Após a colisão é: $E_{\text{ci}} = 27 \text{ J}$. Sim, houve conservação.

c) O choque foi perfeitamente elástico.

15. $v_c = 1,875 \text{ m/s}$

16. a) $v_A = 12 \text{ m/s}$

b) totalmente inelásticos, $\Delta E_{\text{mec.}} = 2,75 \text{ J}$

Questões de integração

1. $q = 1.400 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ e $E_c = 14.000 \text{ J}$

2. c

3. d

4. e

5. b

6. a

7. a

8. e

9. b

10. b

11. b

12. a

13. d



Bibliografia

- BRAGA, M.; GUERRA, A.; FREITAS, J.; REIS, J. C. *Newton e o triunfo do mecanicismo*. São Paulo: Atual, 2009.
- _____. *Einstein e o universo relativístico*. São Paulo: Atual, 2000.
- BRETONES, P. S. *Os segredos do Sistema Solar*. São Paulo: Atual, 2011.
- CARVALHO, R. P. (Org.) *Física no dia a dia*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. v. 1.
- _____. *Física no dia a dia*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. v. 2.
- _____. *O globo terrestre na visão da Física*. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.
- DAOUL, L.; CARUSO, F. *Tirinhas de Física*. Rio de Janeiro: Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 2001. v. 1 a 4.
- EINSTEIN, A.; INFELD, L. *A evolução da Física*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2008.
- GLEISER, M. *A dança do universo*. São Paulo: Companhia das Letras, 2006.
- _____. *O fim da terra e do céu*. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.
- _____. *A harmonia do mundo*. São Paulo: Companhia das Letras, 2006.
- GREENE, B. *O universo elegante*. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.
- _____. *Fique por dentro da Física Moderna*. São Paulo: Cosac Naify, 2001.
- GUERRA, A.; BRAGA, M.; REIS, J. C. *Bohr e a interpretação quântica da natureza*. São Paulo: Atual, 2005.
- HEWITT, P. G. *Física conceitual*. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- MONTANARI, V. *Viagem ao interior da matéria*. São Paulo: Atual, 2013.
- NITTA, Hideo. *Guia Mangá de Física: Mecânica clássica*. São Paulo: Novatec, 2010.
- NUSSENZVEIG, M. *Física básica*. Rio de Janeiro: Edgard Blücher, 2002. 3 v.
- ROVELLI, Carlo. *Sete breves lições de Física*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2015.
- _____. *Bilhões e bilhões*. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.
- THIS, H. *Um cientista na cozinha*. 3. ed. São Paulo: Ática, 1998.
- VALADARES, E. C. *Física mais que divertida*. Belo Horizonte: UFMG, 2000.
- WOLKE, R. L. *O que Einstein disse a seu cozinheiro*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.
- _____. *O que Einstein disse a seu cozinheiro 2*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.



Museus e centros de ciências

Espaço Ciência – Museu Interativo de Ciência

Olinda, PE

<<http://www.espacociencia.pe.gov.br>>

MAST – Museu de Astronomia e Ciências e Afins

Rio de Janeiro, RJ

<<http://www.mast.br>>

Museu de Mineralogia e Petrologia Luiz Englert

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre, RS

<<http://www.ufrgs.br/museum/porsite.htm>>

Centro de Divulgação Científica e Cultural – CDCC

São Carlos, SP

<<http://www.cdcc.sc.usp.br>>

Laboratório de Divulgação Científica da

Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte, MG

<<http://www.fisica.ufmg.br/divertida>>

Museu de Ciência e Tecnologia da Universidade do Estado da Bahia

Salvador, BA

<<http://www.uneb.br/mct>>

Seara da Ciência

Fortaleza, CE

<<http://www.seara.ufc.br>>

Associação Brasileira de Centros e Museus de Ciência

Rio de Janeiro, RJ

<<http://www.abcmc.org.br>>

Fundação Museu da Imagem e do Som

Rio de Janeiro, RJ

<<http://www.mis.rj.gov.br>>

Laboratório Aberto de Ciência, Tecnologia, Educação e Arte – Lactea

Belo Horizonte, MG

<<http://www.lactea.cefetmg.br>>

Usina Ciência da Ufal

Maceió, AL

<<http://www.usinaciencia.ufal.br>>

Museu de Ciências Naturais

Caxias do Sul, RS

<<http://www.ucs.br/site/museu-de-ciencias-naturais/>>

Museu de Ciência e Tecnologia

Porto Alegre, RS

<<http://www.pucrs.br/mct>>

Sabina Parque Escola do Conhecimento

Santo André, SP

<<http://www.sabina.santoandre.sp.gov.br/>>

Parque CienTec – Parque de Ciência e Tecnologia da USP

São Paulo, SP

<<http://www.parquecientec.usp.br>>

Espaço Catavento – Cultural e Educacional

São Paulo, SP

<<http://www.cataventocultural.org.br>>

Bosque da Ciência

Manaus, AM

<<http://bosque.inpa.gov.br/>>

Praça da Ciência

Vitória, ES

<<http://www.vitoria.es.gov.br/cidade/pracas>>

Museu da Vida

Rio de Janeiro, RJ

<<http://www.museudavida.fiocruz.br>>

Museu de Geociências da USP

São Paulo, SP

<<http://www.igc.usp.br/museu/home.php>>

Parque Geológico do Varvito

Itu, SP

<<http://www.itu.com.br/parquedovarvitohot>>

(Acessos em: 7 mar. 2016.)



SUPLEMENTO PARA O PROFESSOR

CONVERSA INICIAL

Nós, autores desta coleção de Física para o Ensino Médio, somos professores há mais de vinte anos e lecionamos em escolas públicas e particulares. Durante todo esse tempo, nosso grupo foi produzindo, aplicando, avaliando, reformulando e aplicando novamente materiais elaborados por nós em sala de aula. Nesse processo, avaliamos a aprendizagem de nossos alunos, e os resultados positivos nos estimularam a produzir esta obra didática.

A dedicação ao magistério não foi impedimento para continuar nossos estudos teóricos sobre o ensino de Ciências e de Matemática. Esses estudos nos ajudaram a identificar problemas de ensino-aprendizagem e a buscar soluções para eles.

Com essas considerações iniciais, pretendemos manifestar nosso desejo de que esta coleção didática contribua para o trabalho do professor de Física e reflita nossa prática pedagógica.

Sabemos quanto é importante o trabalho do professor e como o livro didático pode auxiliá-lo. Mas é muito difícil que apenas o livro atenda às distintas realidades dos cursos no país. Portanto, o professor deve selecionar conteúdos e atividades que complementem as escolhas de seu planejamento pedagógico e atendam às necessidades de suas turmas.

Convidamos o professor a analisar nossa proposta. Todas as críticas e sugestões serão bem-vindas e, desde já, agradecemos.

Os autores



SUMÁRIO

Parte geral

1. Apresentação, 293

2. Sobre um curso de Física para o Ensino Médio, 293

- 2.1 - Tratamento matemático..... 294
- 2.2 - Contextos..... 295
- 2.3 - Conhecimento físico e tecnologia..... 295
- 2.4 - Física Moderna 295
- 2.5 - Dimensão empírica no ensino de Física ... 296

3. Estrutura da coleção, 296

- 3.1 - Seleção e organização dos conteúdos 297
 - 3.1.1 - Distribuição dos conteúdos..... 299
- 3.2 - Questões iniciais das unidades e capítulos ... 301
 - 3.2.1 - Questões de abertura das unidades... 301
 - 3.2.2 - Questões de abertura dos capítulos... 302
- 3.3 - Critérios de elaboração do texto didático ... 302
- 3.4 - Sobre as questões propostas 302
- 3.5 - Sobre as seções que compõem o livro 303
 - 3.5.1 - Seção “Para saber mais” 303
 - 3.5.2 - Seção “Já sabe responder?” 303
 - 3.5.3 - Seção “Trilhando o caminho das competências” 303
 - 3.5.4 - Seção “Investigar é preciso - atividade experimental” 304
 - 3.5.5 - Seção “Para pesquisar em grupo - Será verdade mesmo que...” 304
 - 3.5.6 - Outras seções e boxes..... 304

4. Orientações sobre o uso deste material didático, 305

5. Avaliação da aprendizagem, 307

- 5.1 - Avaliação da aprendizagem em Física..... 309

Bibliografia sugerida, 310

Parte específica

1. Apresentação, 312

2. Orientações para a utilização da obra e instrumentos de complementação didático-pedagógica, 312

UNIDADE 1 MOVIMENTOS, 313

- Abertura da unidade 313
- Capítulo 1 - Conceitos de Cinemática e movimento uniforme (MU)..... 314
- Capítulo 2 - Movimento uniformemente variado (MUV)..... 316
- Capítulo 3 - Lançamento vertical no vácuo 317

UNIDADE 2 CINEMÁTICA VETORIAL, 320

- Abertura da unidade 320
- Capítulo 4 - Grandezas vetoriais 321
- Capítulo 5 - Lançamentos no vácuo..... 322
- Capítulo 6 - Movimento circular uniforme (MCU) 324

UNIDADE 3 LEIS DE NEWTON, 325

- Abertura da unidade 325
- Capítulo 7 - 1ª e 3ª leis de Newton 328
- Capítulo 8 - Forças de atrito..... 330
- Capítulo 9 - 2ª lei de Newton: corpos acelerados 331
- Capítulo 10 - Aplicações das leis de Newton ... 332
- Capítulo 11 - Dinâmica do movimento circular uniforme 334
- Capítulo 12 - Leis de Kepler 335
- Capítulo 13 - Gravitação universal..... 336

UNIDADE 4 SÓLIDOS E FLUIDOS EM EQUILÍBRIO ESTÁTICO, 339

- Abertura da unidade 339
- Capítulo 14 - Estática do ponto material e do corpo extenso..... 340
- Capítulo 15 - Hidrostática: pressão em fluidos 341
- Capítulo 16 - Hidrostática: princípio de Arquimedes 343

UNIDADE 5 TRABALHO E ENERGIA MECÂNICA, 345

- Abertura da unidade 345
- Capítulo 17 - Trabalho, potência e energia cinética 347
- Capítulo 18 - Energia potencial 348

Capítulo 19 - Transformações de energia mecânica	348
--	-----

UNIDADE 6 PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO, 350

Abertura da unidade	350
Capítulo 20 - Quantidade de movimento e impulso	351
Capítulo 21 - Conservação da quantidade de movimento	352

3. Resoluções 355

UNIDADE 1 355

Capítulo 1	355
Capítulo 2	357
Capítulo 3	362

UNIDADE 2 364

Capítulo 4	364
Capítulo 5	366
Capítulo 6	369

UNIDADE 3 371

Capítulo 7	371
Capítulo 8	372
Capítulo 9	374
Capítulo 10	376
Capítulo 11	378
Capítulo 12	380
Capítulo 13	380

UNIDADE 4 383

Capítulo 14	383
Capítulo 15	387
Capítulo 16	390

UNIDADE 5 392

Capítulo 17	392
Capítulo 18	393
Capítulo 19	394

UNIDADE 6 396

Capítulo 20	396
Capítulo 21	398



1 Apresentação

Este *Suplemento*, por meio das seções apresentadas, pretende, em linhas gerais:

- Contribuir como fonte de referência e de informações sobre o ensino e a aprendizagem de Física no Ensino Médio.
- Contribuir como apoio didático-pedagógico para o desenvolvimento de atividades.
- Discorrer sobre os pressupostos pedagógicos que justificam as abordagens teóricas propostas na coleção.
- Apresentar propostas de complementações às atividades do livro do aluno.

Dividimos este *Suplemento* em duas partes: a primeira parte, comum aos três volumes da coleção, e a segunda parte, específica para cada um deles.

Na primeira parte, apresentamos textos e exemplos que visam ao cumprimento das funções do *Suplemento* descritas anteriormente.

Na segunda parte, apresentamos sugestões ao professor para abordagens dos conteúdos e também para o tratamento dos temas das seções dos capítulos e das unidades do volume.

2 Sobre um curso de Física para o Ensino Médio

A formação dos alunos de Ensino Médio (EM) passou a ser vista de modo diferente nos últimos anos, especialmente a partir da publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), em 1996.¹ A visão anterior à LDB, vigente em grande parte dos cursos de EM, que residia prioritariamente na preparação dos alunos para a continuidade de seus estudos nas universidades, passou, no período, por profundas transformações, que acompanharam, de certa forma, as mudanças ocorridas na sociedade. Entre as causas dessas mudanças, podemos apontar o crescimento vertiginoso dos mecanismos de comunicação e a ampliação da possibilidade de acesso, de todas as camadas da população, às escolas de EM.

Este *Suplemento* não tem por objetivo aprofundar a discussão teórica a respeito das mudanças ocorridas no modo de enxergar as finalidades do EM, embora o

estudo das diversas manifestações de pesquisadores da educação seja aconselhável a todos aqueles que, de alguma forma, estão em contato com adolescentes, sejam pais, professores, coordenadores educacionais etc. Na bibliografia sugerida para o professor, apresentada na página 25 deste *Suplemento*, são citadas algumas obras de referência sobre o assunto, destacando-se os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN),² de leitura indispensável.

Citamos a seguir algumas considerações que julgamos necessárias para justificar os pressupostos pedagógicos desta coleção. O artigo 35 da LDB aponta as seguintes finalidades dos cursos de Ensino Médio:

- I – A consolidação e aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, possibilitando o prosseguimento dos estudos.
- II – A preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando como humano, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico.
- III – A compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

A aceitação inquestionável dessas finalidades, no âmbito da formação geral do estudante, faz refletir sobre a importância de cada disciplina na busca pelos objetivos que podem ser desvelados a partir dos enunciados da LDB. Interessa-nos especialmente refletir sobre como podemos enfrentar o desafio proposto nessas três finalidades em um curso de Física, ou seja:

- Preparar o adolescente para a continuidade dos estudos em qualquer área que escolha, e não apenas para aquelas diretamente relacionadas ao conhecimento físico.
- Propiciar condições ao estudante para o exercício de estudos e reflexões acerca da importância do papel social da ciência, e particularmente da Física, no sentido de desenvolver sua capacidade de pesquisa independente e seu pensamento crítico.
- Estimular o estudo dos fenômenos físicos relacionados aos avanços recentes da tecnologia, associando-o, sempre que possível, às condições socioculturais e científicas que conduziram a tais avanços.

¹ BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*, Lei n. 9.394, promulgada em 20 de dezembro de 1996.

² BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília, 1999.

A partir do exposto, questionamos: de que modo podemos elaborar nossos planejamentos para que essas finalidades possam ser claramente identificadas?

Não acreditamos que exista resposta única para esta questão, embora tenhamos a convicção de que algumas ações podem e precisam ser realizadas. Discorreremos sobre algumas delas, explicitando os momentos em que é possível identificá-las nesta coleção. Começaremos comentando a importância do **tratamento matemático**, que podemos associar ao desenvolvimento dos conceitos físicos.

2.1 Tratamento matemático

A realização de pesquisas na área das ciências exige, quase sempre, um tratamento matemático adequado. Muitas vezes, esse tratamento é desenvolvido especialmente para a adequação dos dados analisados no momento, enquanto há casos que exigem apenas ferramentas estatísticas auxiliares na organização e interpretação dos resultados obtidos. Mesmo que de formas distintas para uma ou outra área, para um ou outro tipo de pesquisa, relatórios de conclusão apresentam, via de regra, análises estruturadas com base em dados numéricos. Especialmente no caso da Física, é rotineira a mobilização de sofisticadas ferramentas matemáticas pelo pesquisador, seja na preparação de seu trabalho, seja na interpretação dos resultados, seja nas conclusões que divulga. Assim, no âmbito daqueles que se dedicam às ciências, a Matemática desempenha papel de grande relevância.

As opiniões expressas no parágrafo anterior são corroboradas por relatos de diversos físicos e pensadores. Schenberg³ aponta uma conexão estreita entre conhecimento físico e matemático, destacando a relação de interdependência histórica entre esses dois saberes. Segundo ele, o desenvolvimento das teorias físicas ocorreu apenas porque a Matemática disponível se fazia presente; em situações em que tal vinculação não se observou, a Física precisou esperar a criação do ferramental necessário. Feynman⁴ aponta uma reflexão sobre o fato de que, ao utilizar a Matemática como mediadora de um modo de pensar e raciocinar, a Física consegue mais do que uma simples tradução, pois, segundo ele, é por meio da Matemática que se realizam as inferências necessárias para a legitimação das teorias.

Se existe a relação intrínseca e histórica entre o desenvolvimento dos conhecimentos físicos e matemáticos, como aponta Schenberg, e se é a Matemática que permite a legitimação do conhecimento físico, de acordo com Feynman, pensando no curso de Física do Ensino Médio, questionamos: **em que medida devemos valorizar a presença da Matemática na apresentação dos conceitos, de acordo com as premissas**

expressas na LDB, de formação geral do estudante e continuidade de seus estudos em qualquer área do conhecimento?

Consideramos a importância da Matemática em sua capacidade de exprimir de maneira sintética e precisa o conhecimento dos fenômenos por intermédio das leis físicas, tanto no espectro de ação do pesquisador da ciência quanto no do aprendiz. Guardadas, naturalmente, as evidentes diferenças entre curiosidades e necessidades de um e outro.

Assim, se, por um lado, não concebemos o desenvolvimento de um curso de Física de Ensino Médio desarticulado do aparato matemático necessário, por outro, reconhecemos a necessidade de identificar com clareza o grau dessa articulação, para que, em primeira e última instâncias, a prioridade do trabalho recaia sobre a construção do conhecimento físico.

Alguns dos temas de estudo da Física parecem exigir maior vinculação aos conhecimentos matemáticos, a julgar pelo modo com que, outrora, alguns cursos eram estruturados. No grupo de conteúdos desses temas, identificamos, por exemplo, a Cinemática e a Óptica.

Um dos riscos comuns no estudo da Cinemática consiste em priorizar a análise matemática dos movimentos em detrimento da compreensão dos conceitos associados, enquanto no ensino dos fenômenos ópticos corremos o perigo de abordar o curso enfatizando apenas as construções geométricas e de esquecer que a verdadeira óptica não está no papel, mas, sim, nos óculos, nas câmeras, nas comunicações etc. A busca pela medida ideal para a aplicação das funções de 1º e 2º graus na Cinemática, e para o reconhecimento das propriedades dos triângulos, na Óptica, constitui um desafio constante.

Situações-problema específicas podem exigir a aplicação de ferramentas matemáticas mais elaboradas, e precisamos sempre nos perguntar se tais casos são imprescindíveis, se perseguimos os objetivos de nosso planejamento. As leis de conservação, por exemplo, são, talvez, os princípios físicos que mais podem contribuir para a formação geral e para a construção da cidadania, abordando, por exemplo, modos de equilibrar o consumo elétrico residencial e as causas e consequências do aquecimento global. Assim, não podemos deixar de apresentar, com a devida atenção, as leis de conservação aos nossos alunos. Para tanto, será preciso aplicar as equações para o cálculo da energia cinética, da energia potencial, da quantidade de movimento etc. na resolução de situações-problema. Todavia, devemos fazê-lo sem a preocupação de simular situações fictícias, nas quais a aplicação de fórmulas pode vir a suplantiar em importância a real compreensão conceitual.

³ SCHENBERG, Mário. *Pensando a Física*. São Paulo: Brasiliense, 1984.

⁴ FEYNMAN, Richard P. *O que é uma lei física?* Lisboa: Gradiva, 1989.

O papel da Matemática, como elemento estruturador do conhecimento físico, relaciona-se a um aspecto bastante importante especialmente na concepção das atividades que apresentamos para nossos alunos: os **contextos** sobre os quais se desenvolvem as ações.

2.2 Contextos

Entendemos que determinado conceito apresenta-se de modo contextualizado quando é possível percebê-lo em algumas de suas múltiplas relações de significado com outros conceitos. Tais relações de significado poderão ser estimuladas a partir de conexões internas ou não à área de estudo do conceito. Nessa perspectiva, um conceito pode ser apresentado com base nas relações que podemos estabelecer com outros conceitos próprios da Física, ou podemos destacar as conexões que este conceito permite estabelecer com objetos de conhecimento de outras áreas. A aceleração da gravidade terrestre, por exemplo, é um importante conceito que pode ser abordado considerando o comportamento matemático da queda de um corpo, via análise de fotografias estroboscópicas presentes no material didático, mas pode também compreender a observação da queda de moedas ou pedras em situações de laboratório.

O conhecimento matemático e o contexto sobre o qual se desenvolve a situação-problema, como afirmamos, são temas relacionados. A abordagem de conceitos físicos com base unicamente em situações cotidianas exige, quase sempre, que uma série de simplificações sejam realizadas, a fim de que o instrumental matemático que o aluno conhece seja suficiente para o estudo em questão. Assim é que, no caso de análise de movimentos, é comum que desprezemos os atritos com o solo e com o ar, e mesmo quando não o fazemos, consideramos apenas situações particulares, de corpos que não rotacionam ou não se deformam. Considerar a interferência dos fatores que desprezamos significa, de certa forma, valorizar as relações conceituais internas à própria física, desviando o foco do cotidiano imediato. Tal caminho exige a mobilização de conhecimentos matemáticos mais elaborados, nem sempre à disposição dos alunos, nem sempre condizentes com o objetivo de formação geral tratado anteriormente. A relação entre contexto e tratamento matemático dos conceitos deve ser considerada e balanceada pelo professor, para que focos excessivos sobre um ou outro aspecto não venham a comprometer a qualidade da formação conceitual dos alunos.

A eficácia na construção conceitual pode estar relacionada à escolha do contexto mais ou menos apropriado a cada situação, o que não significa aceitar, *a priori*, que o desenvolvimento de determinado conceito deva se dar unicamente sob a via de um contexto de característica única. Caberá sempre ao professor analisar as condições da sua turma de alunos para escolher em que proporção relacionar aspectos internos do conhecimento físico com situações do cotidiano. Exageros numa ou noutra direção podem conduzir a situações extremas e

por vezes inadequadas, como, por exemplo, calcular a diferença entre o valor da aceleração da gravidade nos polos e no Equador, ou restringir o estudo de Cinemática à análise de testes automobilísticos.

Um recurso que podemos utilizar para ampliar as chances de escolha por contextos significativos consiste em valorizar, sempre que possível, as relações entre o **conhecimento físico** e os **avanços tecnológicos**.

2.3 Conhecimento físico e tecnologia

O curso de Física que apresentamos aos nossos alunos deve permitir a construção de conhecimentos necessários para a compreensão do mundo contemporâneo. Sabemos como o desenvolvimento da Física influenciou profundamente as transformações sociais sofridas a partir, principalmente, do século XX. Compreender, por exemplo, a importância da Física na corrida espacial, nos avanços na tecnologia da informação, no aumento da expectativa de vida das populações ou na percepção dos problemas ambientais, torna-se, hoje, prioritário para a construção da cidadania dos jovens de nosso tempo. Precisamos, portanto, permitir a eles o acesso a conhecimentos envolvidos nos processos de telecomunicações, nos desenvolvimentos atuais da medicina diagnóstica e na interpretação dos impactos ambientais. Nesses e em outros aspectos que, de alguma forma, influenciam o modo de vida atual, a Física está presente, e, como professores, podemos priorizar a função de estudá-los e de apresentá-los aos nossos alunos.

A escolha de contextos significativos para a apresentação dos conceitos, com base nas relações entre conhecimento físico e tecnologia, é prerrogativa do professor. Acreditamos que tal tarefa possa ser facilitada com a ajuda de um livro didático e, por isso, fizemos constar desta coleção uma série de textos e atividades.

2.4 Física Moderna

Aliar o conhecimento físico ao desenvolvimento tecnológico exige, muitas vezes, a abordagem de temas da Física Moderna. Existe, evidentemente, uma série de equipamentos elétricos ou eletrônicos cujo funcionamento não está baseado em princípios de Física Moderna. Fazem parte desse grupo os refrigeradores, os aparelhos de ar-condicionado, os televisores tradicionais, os motores em geral etc. Além disso, nossos alunos mantêm contato permanente com equipamentos desenvolvidos com base nos avanços da Física no século XX, por exemplo, os televisores de plasma, LCD e LED, os sensores fotoelétricos, os processadores de computadores, os telefones celulares, entre outros. Precisamos, de alguma forma, dar resposta à curiosidade dos alunos voltada aos princípios físicos que regulam o funcionamento de equipamentos desses dois grupos.

Nesta coleção, o estudo de conceitos de Física Moderna segue dois enfoques distintos. Em primeiro lugar, estabelecemos ligações entre os conceitos da Física Clássica e os da Física Moderna em diversos

capítulos dos três volumes, com as seções “Para saber mais – Diálogos com a Física Moderna”. Em outro momento, no volume do 3º ano, destinamos uma unidade para o necessário aprofundamento do estudo dos principais conceitos da Física Moderna. Adiante, na apresentação das seções que permeiam os capítulos, exemplificaremos alguns dos temas de Física Moderna abordados na coleção.

2.5 Dimensão empírica no ensino de Física

A Física é uma ciência experimental, e devemos levar isso em conta ao planejar um curso de Ensino Médio. Assim, em princípio, concordamos que **atividades experimentais** sejam contempladas em todos os momentos dos cursos de Física, uma vez que, envolvidos em práticas dessa natureza, nossos alunos exercitam o “método científico”. Muitas vezes, entretanto, as situações experimentais vivenciadas pelos estudantes nas salas e nos laboratórios de Ensino Médio não lhes permitem percorrer as etapas do método científico, pois, nesses casos, eles apenas constatarem as condições teóricas que já conheciam, não chegando a investigar nenhuma hipótese. Se os alunos vão ao laboratório para realizar um experimento a fim de determinar o valor da aceleração da gravidade terrestre, já tendo resolvido uma série de situações-problema sobre o assunto, o valor que obtiverem poderá servir para desconfiarem da validade teórica, dados os erros grosseiros que costumam acompanhar procedimentos dessa natureza.

Laboratórios de Física de Ensino Médio são normalmente preparados para demonstrações, ou seja, para mostrar aos alunos experimentos que comprovam a teoria “apreendida”, quando seria recomendável que, além disso, fossem elaborados com o objetivo de instigar a curiosidade a respeito do “como se explica isto?”, sobre o fenômeno que observam. Em outras palavras, a proposta de investigação experimental deve visar mais que as demonstrações nas quais as ocorrências justificam a prática com a expressão “não falei que era assim?”, invertendo e subvertendo a questão que deveria passar a ser “por que isto é assim?”. Para fazer isso, geralmente não é necessário grandes aparatos experimentais, bastando utilizar, por exemplo, molas, seringas, controles remotos, alguns brinquedos infantis e outros objetos do cotidiano. Trata-se, portanto, de introduzir nas aulas a dimensão empírica que acompanha a fenomenologia que a Física pode justificar.

Também consideramos importante a realização de atividades experimentais recolhidas da vivência cotidiana dos estudantes. Os alunos participam de um mundo repleto de objetos manipuláveis e de fenômenos que ocorrem o tempo todo; nesse sentido, devemos incentivá-los a mobilizar suas habilidades cognitivas na observação, no registro e na interpretação dessas ocorrências. Nessa perspectiva, o laboratório extrapola o ambiente escolar, e a sala

de aula torna-se o espaço adequado para relatos, discussões e teorizações acerca do mundo exterior a ela. Entendemos, portanto, que a experimentação em Física é bem mais abrangente do que as práticas laboratoriais realizadas apenas na sala de aula, e que não é aconselhável reduzi-la a isso.

Para introduzir a dimensão empírica nas aulas de Física, podemos também utilizar filmes, trechos de livros clássicos de ficção, objetos virtuais de aprendizagem, filmes comerciais, histórias em quadrinhos, vídeos retirados da internet, entre outros.

Nesta coleção, apresentamos em uma das seções, comentada adiante, algumas sugestões de montagens experimentais e também diversas sugestões de livros, simulações e vídeos para o trabalho do professor em sala de aula.

Retomando os comentários, enfatizamos que nossas concepções acerca de um curso de Física para o Ensino Médio se fundamentam sobre o reconhecimento da importância:

- Da relação entre o conhecimento matemático e o desenvolvimento dos conteúdos da Física.
- De a Matemática estabelecer as relações lógicas nos casos em que descrições ou explicações verbais não são suficientes.
- Da escolha apropriada de contextos significativos para a apresentação dos conceitos físicos.
- De que contextos extraídos de situações cotidianas sejam tão valorizados quanto aqueles caracterizados por relações intrínsecas aos conceitos físicos.
- Da aproximação entre os conceitos físicos e as aplicações tecnológicas em que é possível detectar sua presença.
- De que o aluno seja capaz de compreender não apenas o funcionamento, como também avaliar questões pertinentes à produção e aos eventuais impactos causados pela incorporação indiscriminada de equipamentos tecnológicos pela sociedade de consumo.
- De propor situações nas quais os estudantes envolvam-se em procedimentos investigativos, buscando respostas através da proposição e verificação de hipóteses.
- De que os estudantes possam mobilizar habilidades cognitivas no sentido de construir, para si, um rol pertinente de conceitos científicos.

3 Estrutura da coleção

Com base nos pressupostos anteriores, passamos agora a comentar como estruturamos a coleção. Neste percurso, justificaremos nossas opções quanto aos elementos que compõem nossa proposta, compreendendo a seleção de conteúdos, os critérios utilizados

na confecção dos textos das seções, a elaboração das questões iniciais das unidades e capítulos, a seleção de situações-problema etc.

A coleção está organizada em três volumes. Cada volume é dividido em unidades, e cada unidade, em capítulos. A estrutura básica de cada uma das unidades que compõem a coleção é a seguinte:

Apresentação

- Imagem
- Texto de abertura
- Questão inicial: “Para começo de conversa”

Capítulos

- Questão inicial
- Introdução
- Texto
- Questões resolvidas
- Questões propostas
- Seções: Para saber mais (Sempre foi assim?, Saber físico e tecnologia, Conexões com o cotidiano e Diálogos com a Física Moderna); Já sabe responder?; Trilhando o caminho das competências.

Final de algumas unidades

- Investigar é preciso – Atividade experimental
- Para pesquisar em grupo – Será verdade mesmo que...

3.1 Seleção e organização dos conteúdos

O rol de conteúdos que apresentarmos aos nossos alunos poderá ser tão extenso quanto o aprofundamento exigido. Na perspectiva da formação geral do adolescente, protagonizada na quase totalidade dos cursos de Ensino Médio, precisamos considerar prioritária a formação geral do estudante, independentemente dos cursos a que se destine nos futuros segmentos. Tendo isso em mente, uma das primeiras questões que podemos propor no momento da elaboração de nosso planejamento é: quais são os conteúdos realmente importantes e dos quais não podemos abrir mão com vistas à pretendida formação geral do estudante?

Na busca pela resposta a essa questão, podemos imaginar o traçado de um fio condutor que se inicia no mais amplo e caminha no sentido do detalhamento. No nível mais amplo, situam-se os grandes temas da Física: Mecânica, Eletricidade, Óptica, Termologia, Ondas, Eletromagnetismo e elementos de Física Moderna. Todos esses temas precisam ser contemplados no planejamento e devem constar do material de apoio escolhido pelo

professor. Sua abordagem não precisa ocorrer de modo a impedir que elementos de um tangenciem elementos do outro. Pelo contrário, é recomendável que as diversas relações de significado entre os diversos conceitos, independentemente da classificação que recebam, sejam sempre que possível estimuladas. Apreender o significado de um conceito implica vê-lo em suas múltiplas relações com outros conceitos e/ou significados.

Considerando que todos os grandes temas da Física precisam ser abordados no curso de Ensino Médio, cabe ao professor conceber o nível de detalhamento necessário, em sua opinião, ao aprofundamento de cada um. Nessa concepção, a tarefa do professor compara-se à de um cartógrafo que imagina a escala com que deve elaborar o mapa de determinada região.

Se a necessidade exige a apresentação de um mapa com excesso de detalhes – ruas, praças, pontos de ônibus etc. –, a escala adequada é uma. Se, por outro lado, o foco sobre os limites de cada bairro em relação ao todo do município for o único aspecto importante, não haverá necessidade de adotar uma escala tão detalhista.

Uma escala minuciosa impele o professor a um tratamento conceitual que, geralmente, atinge o máximo de detalhes e que, muitas vezes, acaba por esbarrar na **necessidade de ferramentas matemáticas mais elaboradas** do que aquelas dominadas por seus alunos. No entanto, uma escala “larga” prioriza apenas uma abordagem superficial do fenômeno, fazendo com que questões fundamentais como “Como funciona?”, “O que faz?”, “Como foi criado?” ou “Para que serve?” sejam respondidas apenas de modo simplista.

Admitimos a existência de cursos específicos de Ensino Médio com características que estimulam o professor a optar por escalas de um ou de outro extremo.

Na elaboração desta coleção, fizemos opções em relação ao aprofundamento dos grandes temas da Física. A apresentação dos conteúdos baseou-se, principalmente, no respeito às exigências das três finalidades do Ensino Médio, citadas anteriormente, ou seja, propiciar condições para que o estudante:

- Prossiga com qualidade seus estudos em qualquer área do conhecimento.
- Reflita sobre a importância do papel social da ciência e, particularmente, da Física.
- Identifique a presença dos fenômenos físicos nos avanços recentes da tecnologia.
- Tenha uma preparação básica para o trabalho e para a cidadania.

Os sumários dos três volumes desta coleção indicam claramente os grandes temas que estruturam a distribuição dos conteúdos. Assim, no volume do 1º ano, por exemplo, damos destaque aos conceitos da Mecânica, enquanto Calor, Óptica e Ondas são temas apresentados no volume do 2º ano, e Eletricidade,

Eletromagnetismo e Elementos de Física Moderna constam do volume do 3º ano. A análise rápida dos itens do sumário pode levar à conclusão de que a organização dos conteúdos se choca com o pressuposto citado anteriormente, acerca da necessidade de a apresentação dos conceitos se realizar de modo a permitir a integração entre elementos dos diversos temas. Será preciso, portanto, justificar como a abordagem adotada favorece a integração desejada.

O estudo e a compreensão dos conteúdos de determinado tema são os fatores que permitem, a nosso ver, a formação do campo conceitual necessário à interpretação significativa dos fenômenos físicos. Assim, por exemplo, a análise do funcionamento de um refrigerador poderá ficar comprometida caso o estudante não conheça, de fato, conteúdos de Mecânica, Termodinâmica e Eletricidade. A proposta de fazer uma análise dessa natureza, sem que a formação conceitual esteja realizada no nível almejado, conduz a explicações simplistas como “o ar interno é mais frio do que o externo”, ou “é o motor que resfria o ar”, ou, ainda, “sem eletricidade seria impossível fazer funcionar a geladeira”. Dessa forma, em conclusão provisória, afirmamos que a integração conceitual é mais eficiente se exigir do estudante a mobilização de conceitos construídos anteriormente por ele, em detrimento do aprendizado que poderia ser realizado a partir da análise dos fenômenos presentes em determinado aparato tecnológico. Esse é, portanto, um primeiro fator que justifica a apresentação dos conceitos desta coleção ser feita com base nos grandes temas da Física.

Todavia, de forma alguma descartamos a possibilidade de que procedimentos investigativos sejam utilizados como metodologia eficiente na construção conceitual, como os parágrafos anteriores podem sugerir. De fato, como também comentaremos adiante, apresentamos nesta coleção seções especialmente com esse propósito. Investigar é ato que desperta o interesse do aluno para a **descoberta** e a **explicação** dos fenômenos físicos que observa. Integração conceitual estimula o estabelecimento de relações entre significados de conceitos que o estudante já conhece. Assim, investigação e integração constituem dois elementos distintos referentes à expectativa de aprendizagem dos alunos, que podem e devem ser trabalhados conjuntamente.

A fim de promover a necessária integração entre os conteúdos dos grandes temas da Física, concebemos a estratégia de inserir questões e textos em momentos do desenvolvimento conceitual. As questões iniciais dos capítulos, em particular, merecem destaque especial. Comentaremos adiante, detalhadamente, a importância dessas questões e de que maneira sugerimos a sua abordagem.

A seleção e a organização dos conteúdos desta coleção privilegiaram a estruturação por grandes

temas, nos três volumes. O critério que endossou tal decisão foi a crença de que é necessária uma construção conceitual sólida, de modo que o estudante consiga estabelecer relações significativas entre conceitos dos vários temas da Física. Entretanto, julgamos que tal estruturação não impede que sejam estimuladas as relações pertinentes entre significados conceituais, e isso pode ser feito a partir de instrumentos especialmente concebidos para esse fim, durante a evolução da construção conceitual em cada capítulo e em cada unidade. Para tanto, inserimos nesta coleção algumas seções, que ainda analisaremos em detalhes, como é o caso, por exemplo, das questões de abertura do capítulo ou da unidade, ou da seção “Para saber mais”.

Citamos há pouco, e destacamos novamente, o texto que apropriamos da LDB acerca de uma das finalidades do Ensino Médio:

O curso de Física deve ser pensado de tal forma a permitir que o aluno prossiga com qualidade seus estudos em qualquer área do conhecimento.

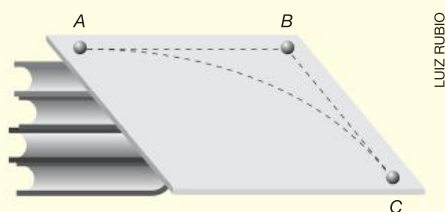
Essa consideração exige que o tratamento dos conteúdos seja estabelecido com base no que é fundamental em cada tema. Além disso, exige ainda que os tópicos selecionados recebam tratamento pedagógico que valorize, sobremaneira, tanto a existência do conceito como as relações que se podem estabelecer entre esse e outros conceitos. Há ainda a exigência de que o maior rol possível de conceitos físicos, dos vários temas, seja contemplado, para que o estudante construa uma visão ampla do espectro de fenômenos físicos presentes em seu cotidiano. Nessa perspectiva, não se justifica implementar o estudo de algum tópico com uma abordagem matemática que se sobreponha à interpretação do fenômeno e à significatividade do conceito, e também não se justifica destacar intervalos de tempo muito diferentes para a abordagem de um tema em detrimento do tempo diminuto que, por vezes, se destina a outro tema.

Julgamos que estas duas condições foram prioritárias na abordagem conceitual que promovemos nesta coleção: **destaque à significatividade conceitual e tratamento matemático com vistas, apenas, à estruturação que o conceito físico exige**. Vamos exemplificar essas premissas com trechos e abordagens presentes na coleção.

No volume do 1º ano, Unidade 2, apresentamos a composição vetorial de velocidades. Em determinado momento da evolução dos conteúdos, optamos por trabalhar o lançamento horizontal no vácuo, embora não tivéssemos ainda apresentado as leis de Newton. A simples apresentação das condições matemáticas do movimento composto pode, a nosso ver, mascarar a investigação do aluno para detectar as característi-

cas físicas do fenômeno, especialmente o fato de que o movimento é acelerado em uma direção e uniforme em outra. Em função disso, fizemos a opção de apresentar um modelo simples, de fácil construção pelo professor, para simular, em sala de aula, o movimento composto. Discutimos com profundidade o modelo na parte específica do *Suplemento* do volume do 1º ano; todavia, podemos agora analisá-lo sob o ponto de vista da construção conceitual com base nas premissas citadas anteriormente.

Uma tábua de madeira apoiada sobre um conjunto de livros, uma bolinha, uma folha de papel, uma folha de papel-carbono e um cronômetro; esse é o material necessário à construção do modelo. A análise do movimento de queda da bolinha, rolando sobre a rampa, permitirá constatar a possibilidade de decompor o movimento em duas direções perpendiculares: em uma delas o movimento é acelerado e na outra é uniforme.



A interpretação matemática do fenômeno, com a confecção de gráficos, a escrita de equações e a determinação dos valores de velocidade e aceleração, é feita apenas para dar a estrutura necessária à consolidação da investigação do fenômeno.

Os exercícios resolvidos e as questões propostas, que seguem o texto principal, têm o mesmo objetivo, ou seja, exigem que o aluno atribua significados físicos àquilo que observou ou sobre o qual refletiu, mobilizando, para tanto, a ferramenta matemática exigida, que compõe uma das séries de exercícios resolvidos.

Respeitando as premissas e considerando a carga horária semanal média destinada aos cursos de Física no Ensino Médio, optamos pela seleção e pelo aprofundamento dos conteúdos da maneira apresentada nos índices dos volumes e nos diversos capítulos que compõem a coleção. São vários os momentos em que é possível identificar abordagens conceituais que priorizam determinados conteúdos em detrimento de outros, caso dos Capítulos 7 e 8, do volume do 3º ano, em que preferimos enfatizar os significados das grandezas físicas das associações de elementos em circuitos elétricos simples, em detrimento da análise de circuitos constituídos de diversos ramos, com muitos elementos, o que exigiria a escrita e a resolução de diversas equações.

3.1.1 Distribuição dos conteúdos

Apresentamos a seguir a distribuição dos conteúdos pelos volumes, unidades e capítulos da coleção.

Volume do 1º ano

Unidade 1	Capítulo 1	Capítulo 2	Capítulo 3	
Movimentos	Conceitos de Cinemática e movimento uniforme (MU)	Movimento uniformemente variado (MUV)	Lançamento vertical no vácuo	
Unidade 2	Capítulo 4	Capítulo 5	Capítulo 6	
Cinemática vetorial	Grandezas vetoriais	Lançamentos no vácuo	Movimento circular uniforme (MCU)	
Unidade 3	Capítulo 7	Capítulo 8	Capítulo 9	Capítulo 10
Leis de Newton	1ª e 3ª leis de Newton	Forças de atrito	2ª lei de Newton: corpos acelerados	Aplicações das leis de Newton
	Capítulo 11	Capítulo 12	Capítulo 13	
	Dinâmica do movimento circular uniforme	Leis de Kepler	Gravitação universal	
Unidade 4	Capítulo 14	Capítulo 15	Capítulo 16	
Sólidos e fluidos em equilíbrio estático	Estática do ponto material e do corpo extenso	Hidrostática: pressão em fluidos	Hidrostática: princípio de Arquimedes	
Unidade 5	Capítulo 17	Capítulo 18	Capítulo 19	
Trabalho e energia mecânica	Trabalho, potência e energia cinética	Energia potencial	Transformações de energia mecânica	

Unidade 6	Capítulo 20	Capítulo 21		
Princípio da conservação da quantidade de movimento	Quantidade de movimento e impulso	Conservação da quantidade de movimento		

Volume do 2º ano

Unidade 1	Capítulo 1	Capítulo 2	Capítulo 3	Capítulo 4
Calor e temperatura	Temperatura, calor e sua propagação	Termômetros: grandezas e equações de conversão	Dilatação dos sólidos	Dilatação dos líquidos
	Capítulo 5			
	Calorimetria			
Unidade 2	Capítulo 6	Capítulo 7	Capítulo 8	
Gases e Termodinâmica	Estudo dos gases e a equação de um gás ideal	1ª lei da Termodinâmica	2ª lei da Termodinâmica	
Unidade 3	Capítulo 9	Capítulo 10	Capítulo 11	
Princípios da Óptica geométrica e reflexão da luz	Princípios da propagação da luz	Reflexão da luz	Espelhos esféricos	
Unidade 4	Capítulo 12	Capítulo 13	Capítulo 14	Capítulo 15
Refração da luz	Refração luminosa	Sistemas refratores; dispersão da luz	Lentes esféricas: formação de imagens	Lentes esféricas: estudo analítico
	Capítulo 16			
	Instrumentos ópticos e óptica de visão			
Unidade 5	Capítulo 17	Capítulo 18		
Oscilações e ondas	Fenômenos ondulatórios	Fenômenos sonoros: a música e o efeito Doppler		

Volume do 3º ano

Unidade 1	Capítulo 1	Capítulo 2	Capítulo 3	Capítulo 4	
Eletrização; força e campo elétrico; trabalho e potencial elétrico	Processos de eletrização	Forças entre cargas elétricas: lei de Coulomb	Campo elétrico	Potencial elétrico	
Unidade 2	Capítulo 5	Capítulo 6	Capítulo 7	Capítulo 8	Capítulo 9
Circuitos elétricos	Tensão, corrente e resistência elétrica: leis de Ohm	Potência elétrica	Associação de resistores	Geradores e receptores	Capacitores
Unidade 3	Capítulo 10	Capítulo 11	Capítulo 12	Capítulo 13	Capítulo 14
Magnetismo e ondas eletromagnéticas	Fenômenos magnéticos	Campo magnético gerado por corrente elétrica	Força magnética	Força eletromotriz induzida e energia mecânica	Ondas eletromagnéticas e seu espectro
Unidade 4	Capítulo 15	Capítulo 16	Capítulo 17		
Questões da Física do século XXI	A teoria da relatividade restrita	Elementos da Mecânica Quântica	Desafios da Física no século XXI		

3.2 Questões iniciais das unidades e capítulos

A primeira proposição importante que gostaríamos de destacar na coleção, referente à possibilidade de organização do professor de Física na condução de seu trabalho cotidiano, diz respeito às **questões iniciais das unidades e capítulos**.

O principal objetivo na proposição das questões que iniciam as unidades ou os capítulos é aproveitar os conhecimentos espontâneos que os estudantes trazem de sua vivência cotidiana e levam para a sala de aula. Julgamos imprescindível considerar, como afirmam os PCN do Ensino Médio: *o mundo vivencial dos alunos, sua realidade próxima ou distante, os objetos e os fenômenos com que efetivamente lidam, ou os problemas e indagações que movem sua curiosidade* (p. 230).

Acreditamos que as questões iniciais das unidades e dos capítulos podem ser um ponto de partida para investigações, abstrações e generalizações que o estudante venha a realizar durante o estudo dos conceitos da unidade ou do capítulo.

Obras de diversos estudiosos apontam para a importância da reflexão sobre o modo como os estudantes constroem conceitos científicos. Uma das correntes relevantes nesse estudo, apresentada originalmente por Vygotsky, indica que temos dois sistemas de formação conceitual, sendo um deles baseado em categorias probabilísticas e contextos particulares (espontâneo), e outro baseado em conceitos clássicos, logicamente definidos (científico). A interação entre esses dois sistemas é dinâmica, numa via de mão dupla, de modo que o grau de sua intensidade pode caracterizar o desenvolvimento pessoal da capacidade de construção do conhecimento. Conceitos espontâneos justificam fenômenos que não são explicados da mesma forma por conceitos científicos, e vice-versa. Nessa perspectiva, a formação de conceitos científicos não se dá de maneira pronta e rápida, mas, sim, por um processo composto por etapas de desenvolvimento relacionadas à capacidade geral do estudante.

Os importantes conceitos de voltagem, corrente e potência elétricas, próprios da Eletrodinâmica, por exemplo, estão presentes em inúmeras situações cotidianas conhecidas pelos alunos. Desse modo, podemos esperar que os alunos tragam consigo explicações para determinadas ocorrências que podemos classificar de conceitos espontâneos. Suas concepções explicam aspectos da ocorrência do fenômeno, mas não sua totalidade; em algum momento, as justificativas não se adéquam. Nós, professores, somos um dos agentes capazes de colocar os estudantes diante de contradições em suas concepções espontâneas. No caso dos conceitos de Eletrodinâmica, é comum que os alunos expliquem de modo equivocado, ou incompleto, por exemplo, a queda na luminosidade quando o chuveiro da residência é ligado simultaneamente às lâmpadas, ou por que o foco da economia de consumo de energia elétrica deve recair sobre o chuveiro elétrico em vez

de no equipamento de som. A experiência mostra que questioná-los sobre temas dessa natureza faz emergir conceitos de múltiplas características, e que podemos, nesses momentos, estimular a reflexão sobre os “furos” das explicações que apresentam. Nesse sentido, cabe pedir que alguns alunos leiam em voz alta as respostas que julgam prováveis para as questões. Sugerimos que o professor construa uma lista com algumas das respostas ou recolha várias delas para que, ao fim do capítulo, sejam analisadas, comparadas e discutidas. Acreditamos que agindo dessa maneira os alunos podem reconhecer mais claramente nos novos conhecimentos aprendidos os elementos essenciais para que respondam com mais propriedade à pergunta inicial. Esse tipo de ação, realizada de modo sistemático, pode contribuir para a formação de conceitos científicos.

Apesar de as questões iniciais das unidades e dos capítulos terem sido propostas com objetivos comuns, há significados diferentes que podemos atribuir a umas e a outras que, a nosso ver, merecem ser justificados.

3.2.1 Questões de abertura das unidades

Nas aberturas de unidades, apresentamos, sob o título “Para começo de conversa”, uma questão que, de alguma maneira, está relacionada ao texto que acompanha as imagens iniciais. As questões têm por objetivo estimular:

- o aluno a iniciar o estudo dos conceitos da unidade;
- a exposição das concepções espontâneas dos alunos acerca de fenômenos relacionados aos conceitos que estudarão na unidade.

Consideremos, por exemplo, a abertura da Unidade 6 do volume do 1º ano, “Princípio da conservação da quantidade de movimento”. Justaposta à imagem da página inicial, em alusão à legenda ali colocada, lançamos a questão:

O que aconteceria se os cerca de 7 bilhões de habitantes da Terra resolvessem andar para o mesmo lado ao mesmo tempo?

Não devemos esperar que os alunos respondam corretamente a questões dessa natureza, nem foi esse o objetivo na elaboração da questão. Ao contrário, é esperado que o professor incentive uma espécie de “tempestade cerebral” em cada aluno e recolha as diversas justificativas surgidas, a fim de compor um quadro de conceitos espontâneos a partir do qual poderá iniciar o estudo dos conceitos científicos.

Ainda sob a forma de questões, propomos que você apresente aos alunos os objetivos dos estudos que eles realizarão na unidade. Nesse caso, as questões foram elaboradas com o intuito de estimular os alunos a refletirem sobre seus conhecimentos prévios dos conteúdos da unidade. Veja na Parte específica.

Outro aspecto a ressaltar a respeito da questão proposta no início de cada unidade refere-se à possibilidade de o aluno autoavaliar o desenvolvimento cognitivo que adquiriu no percurso, comparando a resposta dada à questão no início do estudo com aquela que poderá elaborar ao final da unidade. Para destacar

nossa intenção de que o aluno desenvolva essa atitude reflexiva, sugerimos que o professor proponha sempre a seguinte conduta:

Refleta sobre respostas prováveis para essa questão e escreva em seu caderno o que você já sabe sobre isso. Ao final da unidade, escreva que novos conhecimentos você adquiriu depois de estudar esse assunto.

3.2.2 Questões de abertura dos capítulos

De início, vamos considerar uma questão exemplar para auxiliar a análise de nossos objetivos. No volume do 3º ano, Unidade 1, Capítulo 1, apresentamos a questão:

Por que quem leva choque elétrico é representado nos desenhos com os pelos eriçados?

No capítulo em questão, são abordados os processos de eletrização e as características dos corpos condutores e dos isolantes. Na etapa de escolaridade em que se encontram, é bastante provável que os alunos tenham tido contato com experimentos envolvendo eletrização, seja na escola, seja em feiras de ciências ou, ao menos, pela via virtual. Ao lançar a questão, queremos que eles, por um lado, busquem na memória situações vividas e mantenham relação de proximidade com o fenômeno descrito na questão, e, por outro, apresentem explicações para a ocorrência desse fenômeno. Com esse procedimento, esperamos que exponham suas concepções espontâneas acerca de como os corpos se eletrizam e sobre o comportamento da força entre corpos eletrizados.

Questões como essa, envolvendo o conceito de eletrização, podem, a nosso ver, estimular os estudantes naquela fase de construção conceitual que Vygotsky denominou “terceira fase”, segundo a qual o grau de abstração exigido deve ser capaz de, simultaneamente, mobilizar estratégias mentais de generalização e diferenciação. Diferenciar pode significar, nesse nosso exemplo, os modos pelos quais é possível eletrizar corpos inicialmente neutros, enquanto generalizar pode corresponder ao reconhecimento das propriedades comuns dos corpos eletrizados, de se atraírem ou se repelirem, acompanhado da incorporação do modelo atômico das substâncias. Trata-se, portanto, de proporcionar ao estudante uma oportunidade de expor suas definições, ainda cotidianas, espontâneas, preconceituais, para que possam ser refinadas e formalizadas a partir dos estudos dos conteúdos do capítulo. Nesse processo, o papel do professor é de fundamental importância, tanto no momento inicial, no levantamento das concepções cotidianas, quanto no momento final, quando se faz necessária a formalização do conceito.

As questões iniciais da unidade e dos capítulos são, portanto, elementos importantes a serem trabalhados pelo professor.

3.3 Critérios de elaboração do texto didático

Iniciamos todos os capítulos com uma questão, de acordo com as características comentadas an-

teriormente. Em seguida, apresentamos uma breve introdução sobre o tema a ser desenvolvido, tentando, principalmente, relacioná-lo a situações cotidianas, conhecidas dos estudantes, ou a aspectos que remetem à história da ciência. No volume do 2º ano, Capítulo 9 da Unidade 3, de Óptica, por exemplo, apresentamos o seguinte texto de introdução:

Quem já tentou se locomover de olhos vendados sabe quanto somos dependentes da visão. Associamos a ela nossa capacidade de observar a natureza, e especialmente a habilidade de construir diferentes representações do mundo. Como sabemos, para que seja possível enxergar, é necessário haver luz. A luz que nos permite ver provém de fontes como as lâmpadas ou o Sol.

A luz e seu comportamento são estudados há muito tempo. Uma das teorias aceitas na Grécia antiga (por volta do séc. V a.C.) descrevia a luz como uma formação de pequenas partículas emitidas pelo olho em direção ao objeto observado, que se iluminava ao ser atingido por elas. Posteriormente, o filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) propôs uma natureza ondulatória para a luz, considerando-a uma espécie de fluido imaterial que chegava aos nossos olhos, vindo dos objetos visíveis.

Sabemos hoje que muitos fenômenos que envolvem a luz também podem ser explicados por um modelo corpuscular da luz. Nesse modelo, a luz é considerada um feixe de partículas emitidas por uma fonte que atinge os olhos, estimulando a visão.

Nesse texto, convidamos os alunos a refletir sobre como explicar a maneira pela qual enxergamos. Para tanto, apresentamos inicialmente algumas antigas concepções a respeito dessa questão e, em seguida, citamos a explicação atual, acerca da luz como onda eletromagnética.

À introdução dos capítulos seguem-se os textos de apresentação dos conceitos. Na elaboração desses textos, priorizamos mais de um tipo de linguagem – escrita, gráficos, desenhos, tabelas –, de modo que o conceito pudesse ser apresentado com alguns de seus vários significados.

Julgamos importante ressaltar novamente que a necessária linguagem matemática é introduzida a fim de estruturar o conhecimento físico, sem todavia suplantá-lo. Nessa medida, queremos destacar que as expressões matemáticas são sempre acompanhadas de textos que as analisam em detalhe, destacando a natureza das relações de dependência entre as grandezas envolvidas, suas unidades, suas ordens de grandeza etc.

3.4 Sobre as questões propostas

Após a explanação de conteúdos, são apresentadas as “Questões resolvidas” e as “Questões propostas”, que envolvem os conteúdos expostos. As questões foram selecionadas com base nos seguintes critérios:

- Exigir do estudante a mobilização dos aspectos conceituais mais importantes de cada conteúdo.

- Demandar a aplicação de ferramental matemático suficiente para estruturar a significação conceitual, sem ir além disso.

São questões cuja resolução solicita que o aluno escreva suas argumentações teóricas ou apresente os cálculos que podem justificar as respostas obtidas. Vamos considerar, por exemplo, a seguinte questão:

Volume do 2º ano, Unidade 3, Capítulo 9

Um holofote emite um feixe de luz verde que é interceptado por um feixe de luz vermelha. Ao seguir sua trajetória, o feixe verde encontra uma porta onde está fixado um espelho no qual incide e, ao ser refletido, retorna pelo mesmo caminho. Cite os princípios de propagação que tornam possível a situação descrita e identifique em cada parte do trajeto sua aplicação.

No exemplo, temos uma questão sobre os princípios de propagação da luz, que, para ser resolvida, exige a interpretação do contexto expresso no enunciado e a correta argumentação com base nos princípios.

3.5 Sobre as seções que compõem o livro

As seções que elaboramos e que intercalam o texto dos capítulos, de forma geral, servem para dinamizar a leitura e orientar o tratamento conceitual. De forma específica, cada seção foi concebida com determinado objetivo, conforme descreveremos a seguir.

3.5.1 Seção “Para saber mais”

Essa seção propõe quatro enfoques diversos sobre a temática desenvolvida na unidade com o objetivo de ampliar o conhecimento adquirido pelo aluno. Além disso, visa auxiliar o educando a perceber a relevância do que estudou em relação ao seu crescimento pessoal e intelectual. Em cada uma das propostas, os alunos são convidados a identificar nos textos apresentados as referências que tornam possível o estabelecimento de relações entre suas experiências cotidianas e os saberes desenvolvidos na unidade. Há pelo menos uma inserção por unidade de:

- **SABER FÍSICO E TECNOLOGIA** – Os textos dessa seção relacionam o conhecimento físico ao desenvolvimento tecnológico, conforme pressuposto pedagógico destacado anteriormente.
- **DIÁLOGOS COM A FÍSICA MODERNA** – Os textos dessa seção esclarecem as ligações entre as concepções científicas baseadas na Física Clássica – desenvolvidas no decorrer da obra – e as eventuais modificações que surgiram com o advento das teorias da Nova Física.

Outros temas da Física Moderna são explorados no volume do 3º ano.

- **SEMPRE FOI ASSIM?** – Um rápido estudo voltado à história da ciência nos mostrará uma série de conceitos físicos que tiveram suas formulações refinadas a partir de novas descobertas e indagações. Alguns desses conceitos foram selecionados e contemplados nos textos dessa seção.
- **CONEXÕES COM O COTIDIANO** – Os textos dessa seção evidenciam a necessidade do conhecimento físico na interpretação de inúmeros fenômenos e/ou situações cotidianas.

Com o objetivo de incentivar a reflexão sobre os variados temas apresentados na seção “Para saber mais”, criamos o item “Ampliando sua leitura”. Nesse complemento, propomos questões que buscam, por um lado, verificar a compreensão do tema explorado na seção e, por outro, extrapolar algum dos conceitos abordados, por meio de uma situação-problema a ser resolvida.

3.5.2 Seção “Já sabe responder?”

Essa seção retoma a questão motivadora do início do capítulo. Inclui necessariamente uma figura, com o objetivo de fornecer elementos visuais para a elaboração da resposta à questão. Não há texto acompanhando a figura, mas pode haver uma pequena legenda. O estudo dos conceitos desenvolvidos no capítulo deve permitir ao aluno a elaboração de uma resposta significativa para a questão, completando, de certa forma, o ciclo que se iniciou com a provocação, continuou com a construção e se encerra, agora, com uma avaliação parcial dos conhecimentos adquiridos.

3.5.3 Seção “Trilhando o caminho das competências”

O grau de domínio dos conteúdos disciplinares, em qualquer área do conhecimento, precisa permitir ao estudante estabelecer relações de significado entre conceitos, interna ou externamente aos limites estabelecidos pelo escopo da disciplina. Assim, se é fundamental que o estudante compreenda, por exemplo, as leis de conservação a partir da resolução de problemas propostos nos livros didáticos, é também importante que ele as extrapole tanto para a análise de situações similares de outras áreas do conhecimento como para situações de seu cotidiano social.

A importância das disciplinas é indiscutível, pois são elas que destacam os objetos de estudo e os analisam, fornecendo os subsídios necessários para o desenvolvimento de competências pessoais. Além disso, entendemos que o terreno no qual os objetos de estudo são vistos em seus significados externos às fronteiras das disciplinas pode permitir fértil germinação das competências que se buscam desenvolver.

Concebemos a seção “Trilhando o caminho das competências” com o objetivo de colocar os estudantes em contato com situações que os estimulem a mobilizar competências pessoais, para vencer os

desafios que lhes são propostos na atividade. A vitória, nesses casos, estará sempre associada, por um lado, à mobilização dos conceitos que o estudante tiver construído durante sua vivência anterior no curso, e, por outro, à sua capacidade de selecionar, interpretar e organizar dados e informações apresentados por meio de textos, tabelas, gráficos, entre outros recursos.

Em síntese, com a criação dessa seção, visamos estimular o contato do estudante com situações que exigem as competências básicas necessárias para o enfrentamento de situações-problema mais complexas.

Ressaltamos que promover o estabelecimento de relações entre diferentes significados conceituais é um dos pilares sobre os quais se estruturam os princípios epistemológicos da coleção, e esse objetivo foi perseguido durante a confecção dos três volumes.

3.5.4 Seção “Investigar é preciso – atividade experimental”

Nessa seção, são propostos experimentos simples, para serem realizados pelos alunos, envolvendo os conceitos estudados na unidade. Na maioria dos casos, os alunos poderão realizá-los na própria sala de aula, com o auxílio do professor, ou como investigação pessoal, em casa, uma vez que os experimentos não exigem materiais ou procedimentos que possam comprometer a segurança dos alunos, tampouco necessitam de espaços físicos especiais para serem realizados.

Conforme já salientado, consideramos importante a prática frequente da dimensão empírica que acompanha a fenomenologia do saber físico. Entendemos, por isso, que experimentos produzidos e dirigidos pelos próprios estudantes, com materiais de fácil acesso, podem permitir, por um lado, a constatação de propriedades estudadas em sala de aula e, por outro, a investigação de fenômenos com o objetivo de lançar hipóteses e avaliar, em seguida, a possibilidade de comprová-las ou refutá-las. Enfatizamos a importância das questões propostas ao final do texto, elaboradas com o objetivo de estimular a reflexão dos alunos acerca das hipóteses que lançaram para a explicação do fenômeno observado. A condução da discussão pelo professor sobre acertos ou erros na elaboração das respostas poderá enriquecer a construção do conhecimento.

3.5.5 Seção “Para pesquisar em grupo – Será verdade mesmo que...”

A seção “Para pesquisar em grupo – Será verdade mesmo que...” convida os alunos a pensar sobre uma ideia ou um fato considerados verdadeiros, cuja proposição ou explicação se baseia no senso comum. São sugeridos caminhos para que grupos de trabalho elaborem pequenos projetos para verificar a pertinência da ideia ou revelar a explicação científica do fato.

A partir de uma questão inicial, os alunos são convidados e orientados a pesquisar a validade ou não do conteúdo exposto na questão. De modo geral, o

trabalho de pesquisa e de elaboração de respostas poderá ser realizado com a turma organizada em grupos, conforme sugerido nas orientações que constam da atividade. Após a realização da proposta de trabalho, é importante construir com os alunos uma formalização do conceito apresentado na seção.

3.5.6 Outras seções e boxes

São muitas as seções desta coleção que apresentam temas que extrapolam o campo teórico e experimental da Física, possibilitando uma abordagem integrada com outras áreas do conhecimento, por exemplo, “Para saber mais – Conexões com o cotidiano”, “Para saber mais – Saber físico e tecnologia” e “Trilhando o caminho das competências”, nas quais exploramos assuntos como o funcionamento de um *air bag*, a concentração de pessoas nas estações e vagões do metrô, entre outros. Essas seções incentivam os alunos a refletir sobre conceitos de outras disciplinas, permitindo sua ampliação em um trabalho interdisciplinar. A respeito dessa questão, convém retomar a análise realizada anteriormente sobre a importância dos contextos, pois eles ampliam o horizonte possibilitando relacionar diferentes assuntos.

Os contextos que podemos adotar para o tratamento dos conceitos são diversos e merecem ser contemplados, todos e a seu tempo, no trabalho pedagógico, especialmente aqueles que permitem realizar associações de significados entre conceitos de duas ou mais disciplinas, como propomos na seção “Explore em...”, apresentada ao longo dos volumes.

O tratamento de conceitos de modo interdisciplinar incentiva os alunos a estabelecer relações, ampliando seu universo de conhecimento e, nesse sentido, o papel do livro didático cresce em importância. As intervenções destacadas em alguns momentos do texto foram criadas com o objetivo de auxiliar o professor a buscar integrações entre o significado do conceito em sua disciplina e uma provável ampliação desse significado para outras disciplinas. Como exemplo, vamos analisar o “Explore em...” que está na Unidade 3, do volume do 1º ano, sobre as leis de Newton.



Explore em História

O lançamento do satélite russo Sputnik, em 1957, foi um dos marcos da chamada corrida espacial e da Guerra Fria, período marcado pela tensão político-militar entre a então URSS e os EUA. Outro fato marcante desse período foi o episódio conhecido como “crise dos mísseis”. O que foi essa crise?

Na unidade citada, são tratados os conceitos sobre gravitação universal. Um deles refere-se ao movimento de um satélite em órbita. Identificamos, assim, o tema e o momento pertinente para que o professor converse com os alunos sobre o período

histórico caracterizado como Guerra Fria, um dos mais marcantes de toda a convulsão política e social ocorrida no século XX. Para a abordagem do tema com a profundidade adequada, além do que é sugerido neste *Suplemento*, o professor de Física poderá atuar em conjunto com os professores de História, Filosofia, Arte e Sociologia, dada a riqueza das questões que podem ser extraídas da questão principal.

Os “Explore em...” oferecem, portanto, propostas de trabalho que relacionam conceitos da Física aos de outras áreas de conhecimento.

Assim como ocorre nas demais áreas do conhecimento, o trabalho com a oralidade, visando a defesa de ideias e de pontos de vista, baseados na argumentação e na linguagem adequada, deve fazer parte do processo de ensino e aprendizagem de Física desenvolvido em sala de aula. Para formalizar esse trabalho, oferecemos a seção “Socialize”, presente ao longo dos três volumes da coleção.

Em um dos “Socialize”, por exemplo, aproveitamos o assunto explorado na seção “Para pesquisar em grupo – Será verdade mesmo que... a Terra gira ao redor do Sol?”, para propor aos alunos um trabalho que envolve oralidade e argumentação. Vejamos:

Socialize

Proponha as duas questões anteriores para, pelo menos, uma pessoa da família. Compare as respostas obtidas com as suas. São respostas semelhantes ou totalmente diferentes? Se forem diferentes, em que diferem? Utilize a linguagem adequada e produza um texto na forma de reportagem de um jornal televisivo, expondo as opiniões colhidas e a do grupo. Argumente a favor e contra os modelos geocêntrico e heliocêntrico.

De acordo com a orientação do professor, leia a reportagem para seus colegas e ouça a avaliação que fizerem.

Partindo do tema da unidade, os alunos vão verificar o que algumas pessoas pensam sobre os sistemas geocêntrico e heliocêntrico. Talvez as respostas os surpreendam e eles possam utilizar seus conhecimentos de Física para expor o resultado da pesquisa. Nesse processo, as discussões em grupo, a construção de opiniões, a elaboração de argumentos baseados nos conhecimentos físicos e, por fim, os exercícios do debate e do convencimento tornam-se importantes instrumentos de aprendizagem.

A seguir, são listadas as seções e os boxes específicos inseridos na obra com o objetivo de complementar a apresentação dos conceitos e propor outras formas de abordagem.

- **Glossário:** definições de termos relacionados ao conhecimento presente no texto e que devem ser apresentados deslocados das explica-

ções. São significados importantes que não se encaixam no desenvolvimento da teoria.

- **Você se lembra:** conceitos, equações/fórmulas provenientes de outras disciplinas (Matemática, Química, Biologia) ou da própria Física (desenvolvidas nos demais volumes). Contém elementos fundamentais que garantem a continuidade da aprendizagem do conteúdo desenvolvido no capítulo e que foram aprendidos anteriormente.
- **Você precisa saber:** pequenos textos compostos por definições e/ou comentários importantes, que contenham ou não figuras, e que são essenciais para a compreensão de um conceito ou da teoria desenvolvida no capítulo, mas que devem ser deslocados do texto principal para evitar quebra de fluência textual.

4 Orientações sobre o uso deste material didático

O modo de utilização de qualquer material didático, com a aplicação das diversas atividades que o compõem, é prerrogativa única do professor, que organiza seu planejamento a partir das características de seus alunos e do curso que objetiva desenvolver.

Na escolha do material didático que adota, o professor revela sua concordância com a proposta pedagógica desenvolvida por seus autores. No sentido de fornecer ao professor o detalhamento natural da proposta, com sugestões de abordagens dos conteúdos e de aplicação das atividades, destacamos dois momentos neste *Suplemento*. Em um deles oferecemos, especialmente, sugestões para a condução dos trabalhos em cada capítulo de cada unidade. Nessa etapa, que consta da parte específica do *Suplemento*, propomos, por exemplo, o encaminhamento das discussões acerca das respostas às questões iniciais, modos de abordagem para os temas das diversas seções, aprofundamentos prováveis para os conceitos do capítulo, resolução das questões propostas etc.

Nesta parte do *Suplemento*, apresentamos sugestões gerais sobre como o professor poderá utilizar o livro em suas aulas, independentemente dos conteúdos deste ou daquele capítulo.

O primeiro passo que julgamos importante referir-se à organização dos conteúdos nos tempos de aula. Cabe ao professor considerar a adequação da sequência de tratamento dos conceitos, em cada capítulo, ao seu cronograma de aulas do período. Nessa escolha, será importante que o professor tenha em mente algumas observações anteriores deste *Suplemento* acerca da necessidade de:

- Tratar de modo equilibrado os conceitos de todos os grandes temas da Física.
- Selecionar a escala adequada para o desenvolvimento dos conceitos de cada tema, de modo

a poder apresentá-los aos alunos com a qualidade exigida, respeitada a disponibilidade da grade curricular.

- Considerar a abordagem matemática dos conceitos como elemento auxiliar na interpretação e na tradução dos fenômenos, minimizando a proposição de exercícios que exijam aplicação mecânica de fórmulas e procedimentos.

Abertura de unidades e capítulos

Conforme mencionamos anteriormente, julgamos importante que os alunos reflitam sobre as concepções espontâneas que possuem sobre os conceitos que serão abordados, e que lhes seja disponibilizada a possibilidade de revisão dessas concepções a fim de que possam construir seu conhecimento físico com as características desejadas.

O título de cada capítulo é acompanhado de uma questão, de acordo com os objetivos já destacados. Além dos aspectos comentados sobre a importância de tais questões em nossa proposta pedagógica, julgamos que elas podem ser o estopim para a introdução dos conceitos do capítulo, no sentido de que, de alguma forma, traduzem uma situação-problema na qual os alunos poderão se envolver buscando respostas. Dessa forma, considerando a importância de abordar as questões iniciais, propomos que o professor avalie a possibilidade de que seus alunos reflitam sobre elas em momentos anteriores às aulas, preparando, de certa forma, o ambiente para a introdução do conceito. Em outras palavras, refletir sobre respostas às questões iniciais dos capítulos poderá se transformar em **tarefa de casa** para os alunos.

Os textos de introdução de cada capítulo podem e devem ser lidos pelos alunos, independentemente da atuação do professor. Esses textos pretendem estimular a atenção dos alunos para os temas de estudo do capítulo e podem também ser analisados com antecedência, sob a forma de tarefas de casa.

Texto principal e desenvolvimento dos conteúdos

Todos os textos dos capítulos podem e devem ser lidos e interpretados pelos alunos, em situações de sala de aula ou em outros momentos (em casa, na biblioteca etc.). Cabe ao professor selecionar as condições que julgar mais adequadas para que seus alunos apreciem o texto principal de cada capítulo. De qualquer forma, é o texto que fornece mais claramente ao professor uma das possíveis maneiras de apresentar os conceitos, e, nessa medida, poderá ser utilizado antes ou após seu momento de aula.

Questões resolvidas

As questões resolvidas devem servir para que os alunos verifiquem sua compreensão dos conteúdos que estão sendo desenvolvidos, e, de preferência, devem ser discutidas em sala de aula, com o acom-

panhamento do professor. A resolução apresentada a cada exercício permitirá que apenas os alunos com maiores dificuldades, que não consigam obter os resultados corretos, solicitem a ajuda de colegas ou do professor. Para o enfrentamento das questões resolvidas, o professor poderá propor aos alunos que se organizem em duplas, e assim estimular a discussão e o intercâmbio de procedimentos de resolução.

Questões propostas

As questões propostas, que permeiam os itens dos capítulos, foram concebidas com o propósito de sedimentar a construção conceitual. Nessa medida, devem, sempre que possível, ser resolvidas em sala de aula, com o acompanhamento do professor. Todavia, a disposição das aulas de Física na grade curricular poderá exigir que os alunos resolvam parte das questões como tarefa de casa. Nesse caso, será importante que, em momento apropriado, o professor considere e discuta as dúvidas que eventualmente surgirem.

Destacamos que as questões propostas não têm por objetivo apenas a fixação dos conteúdos, mas também dar continuidade ao processo de construção conceitual iniciado nas investigações, nas exposições, nas leituras ou nos experimentos dos quais os alunos participam. Nesse contexto, torna-se importante que todas as questões de uma seção sejam resolvidas antes de ser iniciado o estudo dos conceitos de outra.

No final de cada unidade, apresentamos a seção "Questões de integração", que traz questões selecionadas de concursos, como Enem e vestibulares de várias instituições brasileiras de ensino superior. O objetivo é proporcionar uma revisão de alguns conteúdos dos capítulos da unidade e oferecer questões diferenciadas para o aluno acompanhar seu aprendizado.

Seções

As diversas seções que permeiam os textos das unidades foram concebidas a partir dos objetivos arrolados anteriormente, e entendemos que a qualidade da construção conceitual que os alunos venham a atingir está diretamente relacionada à vivência que possam ter com a realização das situações propostas nas seções. Dessa forma, recomendamos ao professor que avalie com cuidado a possibilidade de aplicar os temas de todas as seções, comentando-as em sala de aula ou pedindo que os alunos leiam e reflitam sobre os temas em casa e tragam dúvidas e comentários para a aula, para serem discutidos com os demais colegas.

Lembramos que algumas das seções foram criadas com o objetivo específico de estimular a realização de atividade em grupo. Julgamos importante que os alunos possam socializar suas dúvidas e conclusões a respeito de determinados conteúdos, e que momentos de atividades em grupo sejam previstos e cumpridos à medida que se desenvolvem os conteúdos programáticos.

5 Avaliação da aprendizagem

A avaliação da aprendizagem dos alunos do curso de Física tem características próximas da avaliação que se faz em outras disciplinas do Ensino Médio. Mas não podemos deixar de considerar as especificidades de uma disciplina que tem bases experimentais. Assim, pensar a avaliação da aprendizagem em Física implica considerar dois aspectos: um de cunho geral, fundamentado pelos recentes estudos didático-pedagógicos,⁵ e outro associado ao anterior, voltado às características próprias da relação ensino-aprendizagem do conhecimento físico.

Por que avaliar?

A avaliação da aprendizagem é um dos principais elementos de sustentação da atual lógica escolar, na medida em que procedimentos avaliativos são, de certa forma, responsáveis por legitimar a qualidade da evolução dos alunos na construção de seu conhecimento acadêmico. Se não há curso que não avalie, com todas as dificuldades que tal ato signifique, pensar a avaliação como processo global de identificação do desempenho estudantil, com sucessos e fracassos, é prioridade em todo e qualquer planejamento pedagógico.

Há casos em que avaliações são os únicos elementos motivadores das práticas de sala de aula, sendo vistas com temor pelos alunos e como reflexo de poder pelo professor. Felizmente, é cada vez menor o número de “educadores” a manter prática dessa natureza, expressa, normalmente, nos jargões diários como “é isto que vai cair na prova”, “a prova estará muito difícil; estudem!”, “quem não fizer todos estes exercícios vai se dar mal”. Avaliar, nesse contexto, traduz-se simplesmente em “aprovar” ou “reprovar”; avaliar é mais do que isso, muito mais.

Um processo avaliativo voltado para estudantes que passam boa parte de seu tempo diário na escola, em cursos regulares de formação básica, deve ter por objetivo a verificação do aprendizado efetivamente alcançado pelo estudante, mas, ao mesmo tempo, precisa contemplar a possibilidade real de fornecer elementos que subsidiem o trabalho docente. De certa forma, portanto, é a avaliação educacional o elemento que referenda a qualidade do trabalho pedagógico. Um antigo provérbio, aplicado ao contexto pedagógico, poderia ser assim escrito: “Dize-me como avalias e te direi o professor que és”.

Partindo do pressuposto de que a avaliação educacional é um dos pilares da estrutura pedagógica de um curso de formação, vale pensar que, ao avaliar nossos alunos, estamos agindo de acordo com nossa

concepção sobre a maneira pela qual eles constroem seu conhecimento. Sistemas formados por avaliações com uma única característica, notadamente as objetivas, registradas no tempo e espaço, são signatários da concepção de que o conhecimento humano se constrói cartesianamente, pouco a pouco, como elos de uma corrente que o estudante vai construindo à medida que é aprovado de uma etapa a outra de sua escolaridade. Todavia, os atuais estudos sobre a natureza epistemológica do conhecimento⁶ apontam para a ideia de que aprendemos determinado conceito quando compreendemos seu significado, ato que é realizado apenas quando percebemos esse significado associado a outros e mais outros, que de alguma forma lhes são próximos. Compreender, portanto, é construir significados sobre os objetos de conhecimento. Desse modo, o ato de compreender determinado conceito está mais relacionado com a metáfora de uma teia que se constrói com múltiplos nós e caminhos do que com a ideia cartesiana da corrente de elos.

A concepção segundo a qual construímos nosso conhecimento à medida que elaboramos uma espécie de rede formada por nós/significados, entrelaçados nos mais variados caminhos, exige pensar em processos avaliativos que cumpram a dupla função citada anteriormente: acompanhar a evolução do estudante e subsidiar a prática pedagógica do professor.

Assim, respondida a questão inicial sobre “por que avaliar”, o passo seguinte nos leva a buscar resposta a outra indagação: “O que avaliar?”.

O que avaliar?

Boa parte da avaliação que preparamos busca verificar se nossos alunos adquiriram ou não conteúdos específicos. De fato, se, por um lado, não há como analisar a evolução dos alunos nem recolher elementos para o prosseguimento do trabalho pedagógico se não aplicarmos avaliações de conteúdo, precisamos, por outro, ampliar o foco de nosso olhar para aspectos mais gerais e formativos, que caminham para além da importância dos conteúdos; precisamos focar **competências**.

O princípio de um ensino voltado para o desenvolvimento de competências serviu de base para a criação dos PCN, em 1999. Desde então, educadores têm se mobilizado na busca por compreender quanto seus projetos educativos se adéquam a essa nova orientação. Em linhas gerais, a organização curricular, de acordo com a proposta de um ensino para o desenvolvimento de competências pessoais, deve considerar:⁷

- a visão orgânica do conhecimento.

⁵ Ver bibliografia apresentada para complementação da formação docente.

⁶ Na bibliografia indicada para o professor, encontram-se referências sobre o trabalho de Nilson José Machado acerca do conhecimento que se constrói com base na metáfora da rede de significados.

⁷ Adaptado dos PCN Ensino Médio, p. 87.

- as múltiplas interações entre as disciplinas do currículo.
- as relações entre o aprendido e o observado, entre a teoria e as aplicações práticas.
- as linguagens como formas de constituição dos conhecimentos.
- que o conhecimento é construção coletiva.
- que a aprendizagem mobiliza afetos, emoções e relações com seus pares.

Não entraremos na questão da pertinência dos currículos ao desenvolvimento de competências, detendo-nos apenas em comentários sobre como podemos detectar em nossos alunos, em momentos de avaliação, a mobilização de determinadas competências.

Demonstra competência em determinada situação o sujeito que mobiliza capacidades gerais cognitivas para o enfrentamento de alguma dificuldade que lhe é apresentada. Parece, portanto, que um ser competente é aquele capaz de resolver problemas, das mais variadas naturezas. Se isso é fato, precisamos pensar nossos cursos, e também nossas avaliações, com o foco na metodologia da resolução de problemas.

Avaliar as competências de nossos alunos pode significar propor a eles que resolvam situações inéditas, para as quais necessitem mobilizar uma série de habilidades cognitivas e elaborar estratégias de enfrentamento do problema. Nessa perspectiva, precisamos relativizar a apresentação aos nossos alunos de exercícios emoldurados com os tradicionais comandos “Calcule... Resolva... Determine...” e priorizar propostas de situações-problema contextualizadas, envoltas por narrativas mais elaboradas, que exijam definição de estratégias e seleção de procedimentos e argumentações.

Retomando a questão inicial sobre “O que avaliar?”, os PCN explicitam a necessidade de estimular o desenvolvimento de competências pessoais e pedem que nossos procedimentos avaliativos sejam concebidos com esse mesmo foco. Para tanto, compreendemos ser necessário colocar o foco não apenas sobre instrumentos de resultados imediatos, mas também considerar aspectos mais gerais da formação do estudante, como aqueles citados há pouco (o conhecimento é construção coletiva; a aprendizagem mobiliza afetos, emoções; as linguagens como formas de constituição dos conhecimentos etc.). Não imaginamos a possibilidade de desenvolvimento de cursos e a aplicação de avaliações sem a construção conceitual, ou, em outros termos, sem que os alunos dominem os conceitos disciplinares (da Física, da História, da Gramática etc.). Podemos, sim, esperar de nossos alunos mais do que a simples reprodução de situações discutidas anteriormente, ou a simples aplicação de rotinas de resolução exercitadas há pouco, à exaustão; podemos esperar, e avaliar, que:

- leiam e interpretem os textos narrativos dos enunciados de situações-problema;
- sejam capazes de identificar e relacionar as variáveis importantes;

- identifiquem os procedimentos de resolução mais adequados para o momento;
- pesquisem as informações que eventualmente não possuam e que sejam importantes para o caso que analisam;
- socializem com seus pares as possibilidades que imaginam para a superação do desafio que lhes foi imposto;
- organizem as resoluções que elaboram;
- apresentem os resultados de modo que possam ser compreendidos por todos.

Como avaliar?

Avaliar é um processo dinâmico, de diagnóstico contínuo da evolução dos estudantes, que permite repensar e reformular, se for o caso, os procedimentos e os instrumentos utilizados, a fim de que seu objetivo maior seja atingido, isto é, que os alunos realmente aprendam.

O dinamismo implícito no processo avaliativo exige pensá-lo como algo contínuo, para o qual a atenção do professor deve sempre estar voltada. Dessa forma, momentos de avaliação são praticamente todos os momentos de aula, e não apenas formados por avaliações objetivas, com datas prefixadas. O sentido maior da avaliação, de diagnosticar a evolução dos estudantes, exige a análise dos resultados parciais, a identificação das causas de resultados não desejados e, ainda, correções instantâneas de possíveis distorções. De fato, não há possibilidade de um sistema avaliativo eficiente, cumpridor das tarefas listadas, sem que seja concebido com o propósito da continuidade.

Se a avaliação é um processo contínuo e formativo, podemos inferir sobre a necessidade de diversificar, ao máximo, os instrumentos que utilizamos nessa tarefa. Assim, além da observação contínua, é importante considerar os momentos de provas, os trabalhos realizados individualmente ou em grupos, as avaliações em que permitimos consultas a livros e/ou cadernos, as pequenas tarefas que solicitamos de uma aula para outra, a criação de situações-problema com base nos contextos discutidos em sala de aula etc. Será a ampliação do espectro de instrumentos que permitirá ao professor analisar, revisar, ponderar e concluir seu veredito acerca da evolução de cada aluno.

Sintetizando as rápidas respostas às três questões (“Por que avaliar?”, “O que avaliar?” e “Como avaliar?”), citamos o texto de Machado,⁸ que resume a importância do professor na elaboração do processo de avaliação de seus alunos:

[...] a complexidade da tarefa do professor ao avaliar envolve o reconhecimento e a sementeira de valores fundamentais, que às vezes aparentemente se entrecrocavam, como razão, emoção, criatividade, disciplina, imaginação, concentração, solidariedade, desempenho, honra, honestidade, vontade, entre outros. Mas envolve também a competência e o discernimento de um magistrado, sabendo situar-se acima de filigranas técnicas, quando o que está em cena é o pleno desenvolvimento do ser humano. (p. 279)

⁸ MACHADO, Nilson José. *Epistemologia e didática*. São Paulo: Cortez, 2002.

5.1 Avaliação da aprendizagem em Física

As características próprias do conhecimento físico exigem, como os demais, um processo de avaliação contínuo e diversificado que considere a aprendizagem de conteúdos específicos e, além disso, o desenvolvimento de competências pessoais. Partindo dessa premissa, vamos considerar, em concordância com os pressupostos pedagógicos que sustentam nossa proposta, sugestões de quando e como podemos conceber momentos de avaliação.

Avaliações objetivas

Consideramos avaliações objetivas aquelas em que o aluno registra o conhecimento específico sobre algum tópico de conteúdo. Não questionamos, portanto, a validade desse tipo de instrumento, desde que não se constitua em instrumento único, ou que supere o valor que se possa atribuir a todos os demais.

Para avaliar, por exemplo, o conhecimento dos alunos acerca do conceito de conservação de energia mecânica, podemos pedir que resolvam situações-problema clássicas, como aquelas contextualizadas sobre o movimento de um carrinho de brinquedo de parque de diversões. Mas, além disso, devemos apresentar a eles outros contextos e situações, para que percebam a dimensão real do conceito, e o percebam em seus diversos significados. De qualquer maneira, avaliações objetivas não precisam sempre exigir conteúdos memorizados pelos alunos, podendo permitir que eles consultem seus apontamentos ou o livro didático. O conjunto de problemas das seções “Questões propostas” do livro pode servir de modelo tanto para o professor, na busca e seleção que fizer de questões para a composição formal da avaliação, como para os alunos, que, ao se envolverem com a resolução dos problemas, tomarão contato com os conceitos aplicados em diferentes situações, com diferentes significados.

Avaliações em grupos

A resolução de problemas em Física deve se constituir no principal eixo metodológico para o trabalho em sala de aula, e isso deve ocorrer com a avaliação. Resolver problemas é ato contínuo, que demanda tempo e que se desenvolve como resultado de um ensino prolongado e planejado. Ao oferecer a oportunidade de, cotidianamente, enfrentarem situações-problema de vários tipos, nos quais os conceitos transpareçam relacionados intra e interdisciplinarmente, o professor estará estimulando nos alunos a capacidade de mobilizar estratégias de raciocínio cada vez mais eficazes para funções cada vez mais complexas.

Uma avaliação elaborada com o objetivo de ponderar a capacidade dos estudantes na resolução de problemas precisa considerar problemas não padronizados, que não tenham características semelhantes àqueles com os quais eles se envolveram anteriormente. Nesses casos, avaliações pensadas para serem cumpridas por duplas de alunos é uma estratégia recomendável, na medida em que estimulam a socia-

lização, favorecendo comportamentos importantes, como responsabilidade e organização.

Vários textos apresentados nas seções “Para saber mais” poderão ser utilizados pelo professor para compor situações de avaliação em grupo. Nesses casos, sugerimos que os alunos se organizem e leiam o texto sem a interferência do professor, fazendo registros de suas interpretações a respeito da leitura e respondendo às questões propostas.

Trabalhos extraclasse e de pesquisa

O conhecimento físico extrapola aquele que podemos apresentar aos nossos alunos em sala de aula, por mais tempo e dedicação que nós e eles tenhamos. Dentro da perspectiva relatada anteriormente, a respeito da escolha de uma escala apropriada para a apresentação dos conceitos, está implícita a ideia de que o tempo de estudo dos alunos pode ser expandido para além daquele destinado ao contato direto com o professor dentro da escola. No entanto, para que esse tempo seja, de fato, utilizado para auxiliar a formação conceitual e a mobilização de comportamentos desejáveis, não podemos solicitar que ele seja despendido apenas na fixação da teoria discutida em classe. A resolução de exercícios de fixação é apenas um dos componentes do rol de atividades que podemos propor aos nossos alunos.

Diariamente são divulgados na mídia acontecimentos envolvendo conceitos científicos, e o professor poderá solicitar que os alunos acompanhem as comunicações orais e/ou escritas para delas recolher elementos que permitam a identificação dos conteúdos estudados.

As tarefas que os alunos devem cumprir fora do ambiente da sala de aula, seja na biblioteca da escola, seja no laboratório de informática ou em casa, precisam ser avaliadas com critérios muito bem definidos. Uma das possibilidades, nesse caso, consiste em lhes oferecer fichas de avaliação, para que eles registrem todos os resultados parciais do trabalho que realizam.

Retomando os aspectos elencados anteriormente, a respeito da avaliação da aprendizagem dos alunos, destacamos a importância de:

- avaliar os conceitos físicos que os alunos dominam e como expressam seus conhecimentos sobre eles;
- analisar os processos e a clareza, objetividade e coerência com que os alunos expõem suas conclusões e opiniões;
- compor um processo contínuo de avaliação, formado por diferentes instrumentos;
- propor situações-problema em que os conceitos físicos possam ser vistos em seus diferentes significados e envoltos por diferentes contextos;
- proporcionar momentos de autoavaliação;
- destacar a evolução dos alunos de modo constante, com vistas a reformulações e/ou manutenções de propostas e objetivos;
- estimular o uso de materiais didáticos de todo tipo, começando pelo livro didático e chegando a publicações especializadas do contexto científico.

Bibliografia sugerida

Documentos oficiais

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, Diretrizes para o Ensino Médio*. Brasília: MEC; SEB, 1999.

BRASIL. *PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*, Lei nº 9.394. Brasília: Casa Civil, 1996.

Pedagogia

ALMEIDA, Maria José P. M. *Linguagens comum e matemática em funcionamento no ensino de Física*. II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 1999.

ARENDT, Hannah. *Responsabilidade e julgamento*. São Paulo: Companhia das Letras, 2004.

ASTOLFI, Jean-Pierre; DEVELAY, Michel. *A didática das ciências*. Campinas: Papirus, 1994.

BACHELARD, Gaston. *Formação do espírito científico*. Rio de Janeiro: Contraponto, 2002.

BODEN, Margaret A. *Dimensões da criatividade*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

BRONOWSKY, J. *Ciências e valores humanos*. São Paulo: Edusp, 1979.

BRUNER, Jerome. *A cultura da educação*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

_____. *Atos de significação*. Porto Alegre: Artmed, 1997.

_____. *Uma nova teoria da aprendizagem*. Rio de Janeiro: Bloch, 1976.

DELIZOICOV, Demétrio et al. *Ensino de ciências: fundamentos e métodos*. São Paulo: Cortez, 2003.

EGAN, Kieran. *A mente educada*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2002.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

GILBERT, John K.; BOULTER, Carolyn J. Aprendendo ciências através de modelos e modelagem. In: *Modelos e educação em ciências*. Rio de Janeiro: Ravil, 1998.

GUSDORF, Georges. *Professores para quê?* São Paulo: Martins Fontes, 2003.

HADJI, Charles. *Avaliação desmistificada*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

KUHN, T. S. *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo: Perspectiva, 1978.

MACHADO, Nilson José. *Educação: competência e qualidade*. São Paulo: Escrituras, 2009.

_____. *Epistemologia e didática*. São Paulo: Cortez, 1995.

MARINA, José Antonio. *Teoria da inteligência criadora*. Lisboa: Caminho da Ciência, 1995.

MOLES, Abraham A. *A criação científica*. São Paulo: Perspectiva, 2007.

MOREIRA, Marco Antonio. Modelos mentais. In: MORTIMER, Eduardo; SMOLKA, Ana Luiza. *Linguagem, cultura e cognição*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

MORTIMER, E. F. *Linguagem e formação de conceitos no ensino de ciências*. Belo Horizonte: UFMG, 2000.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

_____. *Escola e cidadania*. Porto Alegre: Artmed, 2005.

PIETROCOLA, Maurício. A Matemática como estruturante do conhecimento físico. In: *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. Florianópolis: UFSC, 2002.

POPPER, Karl R. *Conhecimento objetivo*. São Paulo: Edusp, 1975.

POZO, Juan Ignacio. *A solução de problemas*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ROBILOTTA, M. R. *Construção e realidade no ensino de Física*. São Paulo: IFUSP, 1985.

Ensino de Física

ABDALLA, M. *Bohr: o arquiteto do átomo*. São Paulo: Odysseus, 2003.

BARHAM, P. *A ciência da culinária*. São Paulo: Roca, 2002.

BASSALO, J. M. et al. *Aspectos contemporâneos da Física*. Belém: UFPA, 2000.

BATHERN, R. *A luz*. São Paulo: Livraria da Física, 2005.

BERKES, I. *A Física no cotidiano*. Lisboa: Gradiva, 1992.

BOUVET, J. F. *Tem mesmo ferro no espinafre? E outras ideias feitas testadas e aprovadas*. São Paulo: Ática, 1998.

BRAGA, M.; GUERRA, A.; FREITAS, J.; REIS, J. C. *Newton e o triunfo do mecanicismo*. São Paulo: Atual, 1999.

BRENNAN, R. P. *Gigantes da Física*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.

BRODY, E. B. et al. *As sete maiores descobertas científicas da história*. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.

CANIATO, R. *As linguagens da Física mecânica*. São Paulo: Ática, 1990.

CARVALHO, A. M. P. *Física: proposta para um ensino construtivista*. São Paulo: Pedagógica e Universitária, 1989.

CAVALCANTE, M. A. et al. *Física moderna experimental*. São Paulo: Manole, 2007.

CHAVEZ, A. et al. *Aplicações da Física quântica: do transistor à nanotecnologia*. São Paulo: Livraria da Física, 2005.

CHESMAN, C. et al. *Física moderna experimental e aplicada*. São Paulo: Livraria da Física, 2004.

DAOUL, L.; CARUSO, F. *Tirinhas de Física*. Rio de Janeiro: Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 2001.

EINSTEIN, A.; INFELD, L. *A evolução da Física*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2008.

- FEYNMAN, R. P. *Está a brincar, Sr. Feynman!* Lisboa: Gradiva, 1988.
- _____. *Física em 12 lições*. Rio de Janeiro: Ediouro, 2006.
- _____. *Física em seis lições*. Rio de Janeiro: Ediouro, 1995.
- _____. *Lições de Física de Feynman*. Porto Alegre: Artmed, 2008.
- _____. *Sobre as leis da Física*. Rio de Janeiro: Contraponto, 2012.
- FIGUEIREDO, A.; PIETROCOLA, M. *Calor e temperatura*. São Paulo: FTD, 2000.
- _____. *Física, um outro lado – Faces da energia*. São Paulo: FTD, 2000.
- _____. *Física, um outro lado – Luz e cores*. São Paulo: FTD, 2000.
- FIOLHAIS, C. *Física divertida*. Lisboa: Gradiva, 1991.
- FISCHER, L. *A ciência no cotidiano: como aproveitar a ciência nas atividades do dia a dia*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2004.
- GAMOW, G. *Einstein e o universo relativístico*. São Paulo: Atual, 2000.
- _____. *O incrível mundo da Física Moderna*. São Paulo: Ibrasa, 1980.
- GAZZINELLI, R. *Teoria da relatividade especial*. Rio de Janeiro: Edgard Blücher, 2009.
- GLEISER, M. *A dança do Universo*. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.
- _____. *A harmonia do mundo*. São Paulo: Companhia das Letras, 2006.
- _____. *O fim da terra e do céu*. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.
- GREENE, B. *O Universo elegante*. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.
- GREF. *Grupo de Reelaboração do Ensino de Física*. São Paulo: Edusp, 1990.
- GRIBBIN, J. *À procura do gato de Schrödinger*. Lisboa: Presença, 1988.
- _____. *Fique por dentro da Física Moderna*. São Paulo: Cosac Naify, 2001.
- GUERRA, A.; BRAGA, M.; REIS, J. C. *Bohr e a interpretação quântica da natureza*. São Paulo: Atual, 2005.
- HEWITT, P. G. *Física conceitual*. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- KRAUSS, L. M. *Sem medo da Física*. Rio de Janeiro: Campus, 1995.
- MENEZES, L. C. *Vale a pena ser físico?* São Paulo: Moderna, 1988.
- MONTANARI, V. *Nas ondas da luz*. São Paulo: Moderna, 1995.
- OLIVEIRA, I. *Física moderna para iniciados, interessados e aficionados*. São Paulo: Livraria da Física, 2005. 2 v.
- PERELMAN, I. *Física recreativa*. Moscou: Mir, 1980.
- PESSOA Jr., O. *Conceitos de Física quântica*. São Paulo: Livraria da Física, 2006. v. 1.
- PIRES, A. *Evolução das ideias da Física*. São Paulo: Livraria da Física, 2008.
- ROCHA, J. F. *Origem e evolução das ideias da Física*. Bahia: EDUFBA, 2002.
- SAGAN, C. *Bilhões e bilhões*. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.
- _____. *O mundo assombrado pelos demônios*. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.
- SPEYER, E. *Seis caminhos a partir de Newton*. Rio de Janeiro: Campus, 1995.
- STRATHERN, P. *Oppenheimer e a bomba atômica em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.
- WALKER, J. *O grande circo da Física*. Lisboa: Gradiva, 1990.
- WOLKE, R. L. *O que Einstein disse a seu cozinheiro*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.
- _____. *O que Einstein disse a seu cozinheiro 2*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.



1 Apresentação

De acordo com as concepções gerais para o ensino de Física, destacadas na parte geral deste Suplemento, consideramos importante que você tenha a seu dispor todo um arsenal de informações e orientações que possa complementar seu trabalho, da forma que julgar apropriada. Para tanto, abordaremos os seguintes aspectos nesta parte específica:

- apresentação das habilidades gerais, objetivos e conteúdos de cada capítulo.
- orientações de tratamento metodológico e sugestões de complementação para desenvolvimento dos conteúdos apresentados em cada unidade e em cada capítulo.
- resolução de todos os exercícios propostos.
- sugestões de atividades complementares.
- indicações bibliográficas para aprofundamento da formação pedagógica e especializada do professor.
- indicações bibliográficas para o aluno, visando a complementação da construção conceitual realizada em sala de aula.

Convidamos você a analisar com atenção todos os aspectos que lhe serão apresentados, convictos de que o professor é o personagem fundamental na condução do processo de ensino-aprendizagem, a quem caberá julgar, selecionar e colocar em prática as sugestões que, em seu entender, possam contribuir positivamente para seu trabalho e para uma aprendizagem efetiva dos alunos.

2 Orientações para a utilização da obra e instrumentos de complementação didático-pedagógica

Sobre o texto de apresentação

Sugerimos que o texto de apresentação do livro do aluno seja lido com a turma. Ao escrevê-lo, tivemos o propósito de caracterizá-lo como um convite aos estudantes para perceberem de que maneira a Física pode mudar sua maneira de enxergar e compreender o mundo físico que os cerca. Esperamos que o aluno pressinta que sua jornada de conhecimento ao longo do Ensino Médio poderá levá-lo a se tornar um leitor mais consciente dos fenômenos que ocorrem no seu entorno, sentindo-se muito mais motivado a aprender.

Relembre com seus alunos quais temas da Física já foram tratados no Ensino Fundamental. “De que modo eles se relacionaram com esse conhecimento?” “A análise foi fenomenológica ou também algébrica?” Pensamos que é de grande importância que você conheça pelo menos parte daquilo que os alunos pensam ou sabem sobre os conteúdos que verão em seguida. Essa perspectiva de abordagem pode ajudá-lo a estruturar seu curso com mais propriedade. Além disso, valoriza-se o que o aluno sabe e, ao que ele já conhece, propõem-se novas questões estimulando sua disposição em aprender.

Peça aos estudantes que citem situações ou fenômenos vinculados ao cotidiano, que, segundo eles, poderiam ser estudados pela Física ao longo do Ensino Médio. Faça, se possível, uma lista na lousa e, no final, sinalize quais daqueles tópicos serão objeto de estudo no 1º, 2º e 3º anos.

Comentários sobre o Capítulo 0

Sugerimos a leitura compartilhada do Capítulo 0, com a participação de todos os alunos. A associação que fazemos entre a Física e o deslumbramento da descoberta de um novo mundo pelo personagem Miguilim, parece-nos estimulante para apresentar aos jovens os conhecimentos físicos que serão abordados.

Após a leitura do capítulo, proponha à turma a discussão das seguintes questões:

- O que vocês desconheciam e passaram a conhecer depois de ler esse capítulo?
- Vocês sabiam que a Física poderia abranger desde aspectos da vida prática até pesquisas espaciais?

Terminada a discussão, solicite aos alunos que escrevam um texto sobre suas expectativas com relação ao estudo de Física.

Movimentos



Abertura da unidade



A seguir, apresentamos o que se espera dos alunos ao final desta unidade e uma proposta para introdução dos conteúdos.

Objetivos:

Ao final desta unidade, o aluno deverá ser capaz de:

- Analisar os movimentos segundo suas características principais: referencial, trajetória, distância percorrida, deslocamento, velocidade e aceleração.
- Reconhecer as características básicas do movimento retilíneo uniforme (MRU) e aplicá-las na resolução de situações-problema.
- Conhecer o conceito de aceleração escalar e as ideias relacionadas ao movimento uniformemente variado (MUV).
- Conhecer a descrição matemática da posição (espaço) e da velocidade no movimento retilíneo uniformemente variado.
- Identificar movimentos acelerados e retardados, associando corretamente os sinais da velocidade e da aceleração.
- Reconhecer o tipo de movimento com base nos gráficos da posição e da velocidade em função do tempo.
- Relacionar os movimentos de queda livre e os lançamentos verticais com o movimento uniformemente variado (MUV).

Para começo de conversa: *Como alguém posicionado na Lua enxergaria os movimentos executados pela Terra?*

Conforme expusemos na parte geral deste *Suplemento*, acreditamos que a questão proposta na abertura é importante, pois permite verificar conhecimentos espontâneos que os alunos trazem acerca dos conceitos que serão abordados na unidade, possibilitando que você trace um fio condutor para transformar esses conceitos espontâneos em conhecimentos científicos apropriados ao longo dos capítulos. Nesse sentido, cabe pedir a alguns alunos que leiam em voz alta as respostas que julgam prováveis para a questão. Sugerimos que você organize uma lista com algumas das respostas

ou recolha várias delas para serem analisadas, comparadas e discutidas ao fim da unidade. Acreditamos que, dessa maneira, seja dada aos alunos a possibilidade de reconhecer mais claramente, nos novos conhecimentos aprendidos, os elementos essenciais para que respondam com mais propriedade à pergunta inicial.

Sugerimos que esse procedimento seja adotado em todas as unidades da obra, conforme explicitado na parte geral deste *Suplemento*. Para evitar a repetição dessas instruções, ela será inserida apenas na primeira unidade de cada um dos volumes.

Ao abordar a questão introdutória da unidade, é adequado comentar que Terra e Lua realizam alguns movimentos que podem, também, ser enxergados de diferentes pontos de vista. Com o referencial na Terra, percebemos a Lua girando ao nosso redor, mostrando-nos sempre a mesma “face” e escondendo a outra. Boa parte dos alunos de 1º ano do Ensino Médio desconhece os principais fatos acerca do satélite natural da Terra, e julgamos que esse pode ser um bom momento para comentá-los. Nesse sentido, além de comunicar o fato de que a Lua orbita a Terra em um período aproximado de 28 dias, você pode questionar os alunos sobre como é possível que a Lua tenha sempre a mesma face voltada para a Terra.¹

Espera-se que os alunos consigam concluir que isso só é possível se a Lua girar em torno de seu eixo com a mesma velocidade com que gira em torno da Terra, isto é, completando uma rotação em 28 dias, aproximadamente.

Retomando a questão inicial, é esperado que os alunos consigam imaginar que, se estivessem em um ponto da face da Lua voltado para a Terra, enxergariam o planeta girando em torno deles, semelhante ao modo como enxergamos o Sol em seu movimento diário. Apenas o período seria diferente, equivalente a 29 dias terrestres.

Por fim, caso fosse possível observar a Terra a partir

¹ O período da Lua é de 29,5 dias, se considerarmos o intervalo de tempo médio entre duas das suas fases iguais e consecutivas. Esse período é chamado de mês sinódico ou luação. Se considerarmos o tempo necessário para a Lua completar uma volta em torno da Terra, esse período é de, aproximadamente, 28 dias e é chamado de período sideral da Lua, ou mês sideral, valor que adotaremos para o período da Lua.

do Sol, o movimento descrito por nosso planeta seria semelhante ao que descreveria se observado a partir da Lua; os períodos de rotação, no entanto, seriam diferentes.

Esgotada a discussão, até o ponto que você julgar conveniente, sugerimos solicitar aos alunos que representem a situação por meio de desenhos.

Convite à reflexão

Um dos objetivos desta unidade é discutir a relatividade das percepções de movimento e repouso a partir de situações relacionadas ao mundo vivencial do aluno. Tendo em vista essa opção de abordagem, sugerimos que sejam apresentadas aos alunos, e com eles discutidas, as seguintes questões:

- Neste momento, você está em repouso ou em movimento?
- Você já percorreu mais de 1.000 km em apenas uma hora?
- Afinal, é a Terra que se move ao redor do Sol ou o contrário?
- O que cai mais rápido: uma folha de papel aberta ou uma moeda? E se amassarmos a folha de papel, transformando-a em uma bolinha, o tempo de queda se altera? Por quê?

Dessa maneira, dá-se oportunidade ao estudante para que note que a primeira pergunta carece de precisão, fazendo-se necessário o complemento: “em relação a...”. Espera-se que o jovem compreenda que está em repouso em relação à sala, ao prédio da escola, à lousa, ainda que esteja em movimento junto com a Terra em relação ao Sol.

A segunda questão pretende investigar as ideias dos alunos sobre magnitudes de velocidades. Será que viajando em um avião é possível percorrer a distância de 1.000 km em 1 hora? E em um carro?

Você pode questionar os alunos sobre o maior valor de velocidade com que já se moveram. As respostas poderão variar, porém é provável que nenhum dos valores citados supere 160 km/h, ou cerca de 45 m/s, no caso dos veículos, ou 300 km/h, se algum deles já viajou em um trem-bala ou de 800 km/h a 1.300 km/h, em aviões de carreira. Ao tomarem contato com as velocidades de rotação e de translação da Terra, os alunos costumam inquietar-se, especialmente porque ainda não dominam perfeitamente o conceito de inércia. Todavia, a desestabilização pode ser fator contributivo para a superação e para a construção conceitual.

Para o cálculo das velocidades de rotação da Terra em torno de seu eixo e de translação em torno do Sol, você poderá pedir que os alunos, munidos de uma calculadora, reúnam-se em duplas para encontrar os resultados esperados. Para tanto, será preciso informar a eles o período de rotação da Terra, 24 horas, o raio do

círculo máximo da Terra, 6.400 km, e a distância média da Terra ao Sol, cerca de 150 milhões de quilômetros. O resultado para a velocidade média orbital da Terra é de, aproximadamente, 30 km/s.

A discussão da magnitude da velocidade orbital da Terra ao redor do Sol, neste momento, nos parece relevante. Tente fazer uma experiência mental com os alunos. Peça a eles que digam o nome de uma cidade que fique a aproximadamente 150 km de onde eles estão e conte com eles 5 segundos. Poucos alunos têm a percepção de quão veloz é a Terra. Reitere a ideia de que, no momento da discussão, eles, você, a escola, a cidade e o planeta estão se movendo com essa velocidade. Compare-a com outras velocidades consideradas altas e que são adquiridas por outros móveis na Terra (nave espacial, como a Soyuz: 28.000 km/h; carro mais veloz fabricado no mundo: 430 km/h; Maglev japonês, trem mais rápido: 530 km/h; aeronave estadunidense considerada o avião mais rápido em atividade: 7.273 km/h).

Outro aspecto que pode ser abordado refere-se ao fato de que a velocidade de rotação de um ponto sobre a superfície da Terra depende do raio da circunferência que esse ponto desenha em uma revolução. Para problematizar a questão, você pode afirmar aos alunos:

– *Vocês sabiam que uma pessoa no Rio Grande do Sul se move mais lentamente do que uma no Ceará?*

Na discussão, você poderá orientar os alunos acerca do fato de que o Rio Grande do Sul está a uma latitude maior do que o Ceará e que, portanto, um ponto da superfície do estado nordestino percorre distância maior do que um ponto do estado gaúcho.

A quarta questão pretende estimular uma discussão sobre o papel da aceleração nos movimentos variados.

CAPÍTULO 1

Conceitos de Cinemática e movimento uniforme (MU)

ou: É possível subir caindo?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Identificar a posição de um corpo em uma trajetória orientada.
- Reconhecer a importância da definição de um referencial para a determinação da posição de um corpo.
- Calcular a distância percorrida e o deslocamento de um corpo que se movimenta em trajetória retilínea.
- Calcular a velocidade escalar média de um móvel.

- Reconhecer as características de um movimento retilíneo e uniforme.
- Escrever a função horária da posição, ou do espaço, de um corpo em MRU.
- Associar a função horária da posição, ou do espaço, de um corpo ao gráfico cartesiano.

2 Sobre a questão introdutória



Jovens na faixa etária dos alunos de 1º ano de Ensino Médio possuem, normalmente, conhecimentos prévios sobre os assuntos abordados no capítulo. O conceito de referencial, por exemplo, costuma ser apresentado no Ensino Fundamental, bem como o conceito de velocidade média. Com base nessa suposição, podemos imaginar que o desenvolvimento conceitual seja facilitado. Todavia, nem sempre isso ocorre, o que nos leva a refletir sobre os motivos pelos quais isso acontece. Talvez o principal motivo seja a pouca habilidade com a ferramenta matemática. Nesse sentido, é comum os alunos terem dificuldade para identificar corretamente a proporcionalidade entre duas grandezas, para resolver equações de 1º ou de 2º grau, para construir um gráfico cartesiano a partir de valores tabelados e, por fim, em representar a regularidade observada no gráfico por meio de uma equação matemática.

Caso isso aconteça, cabe a você, que conhece seu planejamento e as características de sua turma, avaliar a necessidade de se alongar um pouco nas questões da matemática e tentar resgatar as experiências de senso comum dos alunos.

Foi pensando nessas questões, que priorizamos a escrita e a interpretação de funções horárias, antes de discutir mais profundamente os conceitos de velocidade e aceleração. Seu julgamento, portanto, com base nas características de sua turma, determinará o aprofundamento com que o capítulo será tratado.

A questão inicial do capítulo – “É possível subir caindo?” – sugere uma série de questões de mesma natureza e, também, algumas diferentes respostas. Você poderá desafiar seus alunos a pensar como a proposição poderá se aplicar, por exemplo, a pessoas que transitam por escadas rolantes paralelas, uma subindo e outra descendo. Poderá também questioná-los se é possível alguém se deslocar para a direita enquanto caminha para a esquerda. A resposta que apresentamos à questão remete ao movimento vertical de paraquedistas, antes e depois de o paraquedas ser acionado, que julgamos ser a imagem que melhor se aplica à situação, embora os alunos possam encontrar outros contextos também pertinentes.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



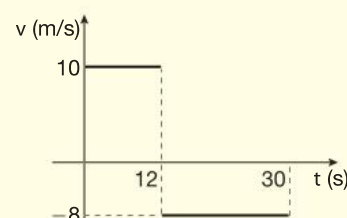
A prática de sala de aula tem mostrado que os alunos apresentam certa dificuldade em diferenciar os conceitos de distância percorrida e de deslocamento escalar, o que é perfeitamente compreensível. Entendemos que tal dificuldade ocorra por dois motivos principais:

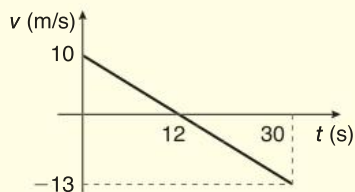
- 1) A maior parte dos exemplos e problemas abordam situações em que o movimento ocorre em apenas uma direção e sentido, não havendo, nesses casos, necessidade de distinguir os dois conceitos.
- 2) No cotidiano, o conceito de deslocamento raramente é necessário, uma vez que os alunos não realizam descrição matemática do movimento do automóvel da família, do táxi, do ônibus etc. No dia a dia, a distância percorrida é o conceito utilizado.

Dessa forma, para os exemplos nos quais o deslocamento escalar é nulo, embora a distância percorrida não o seja, não são de estranhar a surpresa e a dificuldade de compreensão dos alunos. Julgamos que cabe a você enfrentar o problema sem, todavia, enfatizá-lo além do necessário.

Para isso, propomos que você:

- destaque os motivos pelos quais é necessário diferenciar a distância percorrida do deslocamento escalar, salientando, especialmente, os movimentos simultâneos de dois móveis em sentidos opostos de uma trajetória e o movimento de um único móvel em dois sentidos de uma mesma direção;
- permita que os alunos continuem utilizando a distância percorrida para o cálculo da velocidade escalar média de um móvel que inverte seu sentido de movimento, destacando que, nesse caso, é conveniente calcular a velocidade escalar média da “ida” e a velocidade escalar média da “volta” de modo independente;
- não priorize a resolução de situações-problema em que é exigido o cálculo da velocidade escalar média de móveis que invertem seu sentido de movimento;
- em situações como as representadas nos gráficos seguintes, em que o móvel inverte seu sentido de movimento, acreditamos ser mais interessante questionar os alunos sobre a posição final do móvel, em vez de pedir que determinem a velocidade escalar média de todo o percurso.





Para discutir o movimento uniforme, é importante lembrar que esse movimento praticamente não é observado no cotidiano e precisa ser considerado na construção do planejamento pedagógico. Se os conceitos importantes foram todos discutidos anteriormente e se há movimentos com maior quantidade de significados associados do que o MRU, propomos que isso seja levado em conta ao planejar o tempo destinado ao estudo do capítulo, questionando quais aspectos relevantes merecem maior atenção. A função horária da posição, ou do espaço, no MRU é, certamente, um desses aspectos.

O tratamento matemático dado às equações representativas das dependências entre duas grandezas desemboca na formalização da função horária da posição de um corpo em movimento uniforme. Seguindo essa premissa, a função horária precisa ser apresentada naturalmente aos alunos, salientando o fato de que eles não precisam decorar mais uma fórmula; a proporcionalidade será o elemento principal a ser detectado e observado na elaboração da função que relaciona a posição do móvel ao instante de tempo.

CAPÍTULO 2

Movimento uniformemente variado (MUV)

ou: É possível acelerar diminuindo a velocidade?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Reconhecer a característica da grandeza “aceleração escalar média” enquanto taxa de variação do módulo da velocidade de um corpo.
- Calcular o valor da aceleração escalar média de um corpo.
- Classificar um movimento em acelerado ou retardado e em progressivo ou retrógrado.
- Analisar o sinal de uma aceleração, relacionando-o às condições de um movimento e à orientação adotada da trajetória.

- Identificar a característica do movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).
- Representar graficamente a velocidade de um corpo em MRUV em função do tempo, bem como extrair informações de gráficos para a resolução de situações-problema.
- Aplicar a função horária da velocidade de um corpo em MRUV na resolução de situação-problema, relacionando-a à forma linear do gráfico $v \times t$.
- Calcular o deslocamento de um móvel a partir da área compreendida entre o gráfico $v \times t$ e o eixo horizontal.
- Calcular o deslocamento de um corpo em MRUV a partir da velocidade média desenvolvida pelo corpo entre dois instantes de tempo.
- Aplicar a função horária da posição, ou do espaço, no MRUV na resolução de situações-problema.
- Recolher informações sobre o movimento de um corpo a partir do gráfico cartesiano $s \times t$.
- Representar em um gráfico cartesiano a variação da posição em função do tempo de um corpo em MRUV.
- Associar a função horária da posição, ou do espaço, de um corpo em MRUV ao gráfico cartesiano que representa o movimento.

2 Sobre a questão introdutória



Obter o valor da aceleração escalar média não constitui grande problema para os alunos, e será preciso estar atento para avaliar se, além do cálculo, eles conseguem dimensionar o valor obtido, analisando também o sinal da aceleração.

Um valor de velocidade, quando expresso em quilômetros por hora, é facilmente classificado pelos alunos em alto, baixo ou razoável, visto trazerem referências do cotidiano. Todavia, o mesmo não ocorre com o valor de uma aceleração, e julgamos interessante que você converse inicialmente com eles sobre a questão, perguntando-lhes se é possível a um automóvel comum, equipado com motor 1.0, acelerar a 6 m/s^2 .

Resolvendo situações-problema, muitas vezes erros de cálculo conduzem os alunos a resultados de acelerações sem o menor sentido físico para as condições dadas. No mundo macroscópico, acelerações acima de 6 m/s^2 são pouco prováveis, e você poderá destacar esse fato apresentando cálculos de acelerações de móveis que, na opinião deles, desenvolvem velocidades muito altas.

Deve-se dar a devida importância à classificação de um movimento em retrógrado ou progressivo e em acelerado ou retardado; no entanto, essa nomen-

clatura não deve se sobrepor à interpretação de um resultado. Sabemos que a representação matemática dos movimentos é muito importante para estruturar a conceituação de fenômenos físicos. Todavia, em qualquer instância da construção do conhecimento físico, a Matemática não pode auxiliar na estrutura de algo que ainda não germinou, ou seja, não pode se sobrepor à compreensão conceitual. Por isso, sugerimos que você valorize a representação explícita da situação-problema, com desenhos e ilustrações, e reserve para um segundo plano a discussão acerca da nomenclatura envolvida na classificação dos movimentos.

Os comentários do parágrafo anterior referendam a discussão que poderá ser feita a partir da questão introdutória do capítulo. Diminuir a velocidade, na linguagem popular, aplica-se apenas ao movimento em que o automóvel é freado. Não há por que destruir tal concepção que os alunos em geral trazem para a aula de Física. Podemos, isso sim, justificar para eles a necessidade de escolha de referenciais e de orientações para a análise de situações-problema, especialmente aquelas envolvendo simultaneamente movimentos de mais de um corpo. Compreendendo a necessidade de tais exigências, os alunos poderão utilizá-las ou não, dependendo da situação que têm de resolver. O que não se recomenda é a aplicação cega de regras matemáticas com o objetivo único de resolver séries de problemas-padrão.

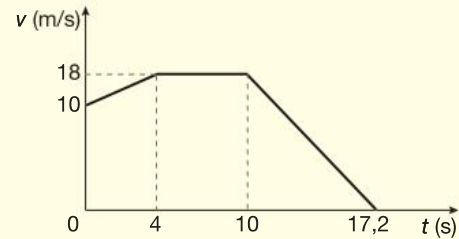
3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



A estratégia de calcular o valor de uma grandeza física a partir da área compreendida entre a curva e o eixo horizontal é comum em várias unidades de estudo. No estudo do movimento uniformemente variado (MUV), o gráfico $v \times t$ pode ser utilizado para calcular o deslocamento do móvel entre dois instantes determinados. Vale observar que o gráfico pode refletir mais de uma etapa sucessiva de movimento, sendo, por exemplo, uma delas desenvolvida com aceleração nula, outra com aceleração constante e positiva e, ainda, uma terceira com aceleração constante e negativa. Num caso como esse, sugerimos ao professor que descreva as condições para seus alunos, a fim de que eles produzam o gráfico $v \times t$ e determinem, na sequência, o deslocamento total. Nesse sentido, apresentamos o seguinte exemplo.

Um móvel, inicialmente a 10 m/s, acelera à razão constante de 2 m/s² durante 4 segundos. Em seguida, mantém constante a velocidade final atingida por mais 6 segundos, quando então passa a desacelerar à razão de 2,5 m/s² até atingir o repouso.

O gráfico $v \times t$ representativo da situação tem o seguinte formato:



LUÍZ RUIBO

A transposição da linguagem materna para a linguagem visual, expressa pelo gráfico, exige dos alunos, além do domínio dos conceitos físicos, a mobilização de habilidades do eixo compreensão-expressão, fundamentais para o desenvolvimento de competências pessoais.

Adiante no estudo, após a apresentação da função horária da posição no movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), convém que o professor retome o cálculo do deslocamento por meio do gráfico $v \times t$, para que os alunos possam municiar-se de vários procedimentos para o enfrentamento de situações-problema.

CAPÍTULO 3

Lançamento vertical no vácuo

ou: É possível uma moeda acelerar mais do que um automóvel esportivo?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Caracterizar o movimento de queda livre de um corpo a partir do valor de sua aceleração, determinando velocidades e deslocamentos em um instante qualquer.
- Reconhecer e aplicar em situações-problema a proporcionalidade direta com o quadrado entre as grandezas deslocamento e tempo para um corpo em queda livre.
- Comparar o valor da aceleração da gravidade terrestre com valores da aceleração de móveis em situações cotidianas (automóveis, atletas, aviões etc.).
- Determinar valores de posição e velocidade de corpos lançados verticalmente para cima em situações em que é desprezada a resistência do ar.

2 Sobre a questão introdutória



A aceleração da gravidade é o conceito fundamental do capítulo. Nossa experiência em sala de aula mostra que muitos alunos trazem concepções equivocadas sobre a natureza da aceleração da gravidade. Estabelecer uma experiência de pensamento e imaginar o vácuo

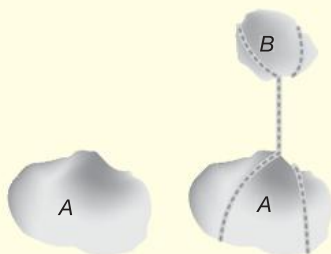
nem sempre é simples. Filmes produzidos para fins didáticos podem ajudar a vencer tais dificuldades. Em um desses filmes, um astronauta estadunidense é visto soltando uma pena e um martelo de uma altura próxima à superfície da Lua e, devido à ausência de atmosfera, ambos atingem o solo ao mesmo tempo. Experimentos simples, como soltar inicialmente uma folha de papel aberta e, em seguida, a mesma folha amassada, podem ajudar os alunos nessa reflexão. Nesse sentido, vale comentar também o raciocínio atribuído a Galileu sobre a queda de corpos de massas diferentes, descrito, simplificada, a seguir.

Vamos imaginar a queda de dois corpos *A* e *B*, soltos da mesma altura. A massa do corpo *A* é maior do que a massa do corpo *B*. Segundo o senso comum, o corpo *A* chegará primeiro ao chão por ter maior massa.



LUÍZ RÚBIO

Vamos supor que isso seja verdade, isto é, que o corpo *A*, por ter maior massa, chegue antes que *B* ao solo. Como podemos, então, comparar a queda de *A* com outro corpo, formado por *A* e *B*?



LUÍZ RÚBIO

Segundo a lógica anterior, o corpo formado por *A* e *B* deveria chegar primeiro ao solo, pois tem maior massa que o outro corpo. No entanto, segundo a mesma lógica, o corpo *B* cai menos rapidamente do que *A*, quando soltos isoladamente, o que pode levar à conclusão de que, no corpo composto, *B* tentará “segurar” a queda de *A*, fazendo com que o corpo composto acelere menos do que o corpo *A* isoladamente. Temos, portanto, uma contradição que só pode ser resolvida se imaginarmos que os dois corpos *A* e *B*, quando soltos da mesma altura, atingem o solo em tempos iguais, ou seja, estão sujeitos à mesma aceleração.

A questão introdutória retoma um aspecto já comentado neste *Suplemento*, a capacidade de o estudante estimar valores de acelerações. Pelo senso comum, automóveis esportivos desenvolvem acelerações altíssimas, limitadas apenas pelas condições das pistas em que se movem. Devemos conversar com nossos alunos sobre o fato de que acelerações são altas ou baixas dentro de determinado contexto, ou

seja, o que é alto para um automóvel pode ser baixo para outro tipo de móvel e vice-versa; e destacar também o fato de que um automóvel qualquer, esportivo ou não, provavelmente acelerará sempre com um valor inferior ao da gravidade.

Outro aspecto interessante, que normalmente não é de conhecimento dos alunos, refere-se a valores de desaceleração. Para estimular a discussão sobre o tema, você pode propor a seus alunos que reflitam sobre a seguinte questão:

“Um automóvel consegue frear e desacelerar tão rapidamente quanto uma pedra lançada verticalmente para cima?”

Para que os alunos tenham elementos numéricos de comparação, você pode fornecer dados de testes automobilísticos, como os seguintes:

Um automóvel modelo *X* do fabricante *Y* desacelera de 120 km/h a 0 km/h, percorrendo, nesse estágio, 62,8 m. Caso desenvolva 80 km/h, a distância que percorre até parar é de 27,2 m. Quais são os valores de desaceleração desse automóvel nos dois casos?

Os dados expostos no enunciado anterior são reais, referentes a um automóvel de passeio, e podem ser obtidos em páginas da internet especializadas em testes automobilísticos. Com uma calculadora, os alunos poderão determinar os valores das desacelerações e perceberão, com a sua ajuda, dois aspectos importantes:

- O módulo da máxima desaceleração de um automóvel qualquer é, normalmente, maior do que o módulo da máxima aceleração que ele consegue desenvolver.
- Os valores de desaceleração máxima de um automóvel são próximos do valor da aceleração da gravidade.

Em resposta à questão anterior, espera-se que os alunos, ao compararem valores de acelerações, consigam obter parâmetros de estimativas para situações do cotidiano, de modo que possam, por exemplo, afirmar que é pouco provável encontrar um automóvel que parta do repouso e acelere tanto quanto uma pedra que cai, mas que não é improvável que um automóvel breque e desacelere a valores da ordem de 9 m/s^2 .

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Após ler o texto a seguir, você pode aproveitar as ideias principais em suas aulas ou utilizar o livro *Galileu Galilei: o primeiro físico*, de James MacLachlan, como um parâmetro ou, ainda, indicá-lo para alunos mais interessados em história da Ciência.

Galileu Galilei formulou leis a respeito do movimento, do pêndulo, da queda dos corpos, descobriu as luas de Júpiter, decifrou a estrutura do Sistema Solar... Da série organizada pela editora da Universidade de Oxford, da Inglaterra, essa biografia escrita por MacLachlan vem acrescida de documentos, gráficos, indicações bibliográficas e explica alguns dos fundamentos da Física de forma agradável e clara.

Velocidade e distância na queda

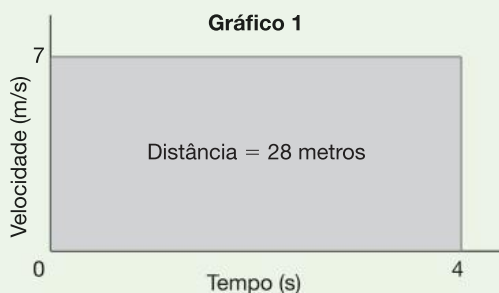
Galileu constatou, com medições e cálculos, que a distância percorrida por um objeto em queda a partir do repouso aumenta segundo o quadrado do tempo decorrido. Mas ele queria descrever como a velocidade aumenta durante uma queda. Como não podia medir a velocidade, ele tentou elaborar uma teoria para o aumento da velocidade. No entanto, por algum tempo, ele não soube dizer se a velocidade aumentava uniformemente com a distância ou com o tempo.

O problema de Galileu era descobrir uma regra para o modo como a velocidade de um objeto aumentava conforme ele caía. Não podendo medir as velocidades diretamente, ele teve de chegar às medições por dedução matemática. Galileu começou supondo uma regra para as velocidades e, em seguida, calculou que distâncias sua regra produziria. Poderia, então, comparar as distâncias calculadas com base em sua hipótese com as distâncias medidas experimentalmente. Por algum tempo, Galileu parece ter pensado que o aumento de velocidade era proporcional à distância percorrida na queda. Isso não é correto. Posteriormente, ele tentou uma nova regra, segundo a qual a velocidade aumentava em proporção ao tempo decorrido. Se isso fosse correto, como ele poderia descobrir as distâncias que a regra produzia?

Consideremos o gráfico 1 a seguir. Ele representa um objeto que se desloca a uma velocidade constante de 7 metros por segundo durante 4 segundos. A distância percorrida é:

$$7 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} = 28 \text{ m}$$

Obtemos a distância multiplicando os valores de velocidade e tempo. Quando esses valores são representados pela altura e largura de um retângulo, seu produto fornece a área do retângulo. Podemos dizer que a área em um gráfico de velocidade \times tempo representa a distância.



O gráfico 2 representa um objeto cuja velocidade aumenta uniformemente de 0 a 7 metros por segundo em 4 segundos. Se a área sombreada representa a distância percorrida, ela é 14 metros – exatamente a metade da distância do gráfico anterior.



Recorrendo à álgebra, podemos representar a velocidade por v , o tempo por t e a distância por D ou d , e teremos:

$$(1) v = kt \quad (2) D = \frac{1}{2} vt \quad (3) D = \frac{1}{2} kt^2$$

em que k é o valor pelo qual temos de multiplicar o tempo para obter a velocidade. Em nosso exemplo, esse número seria $7/4 \text{ m/s}^2$. Para quedas próximas à superfície da Terra, k é a aceleração da gravidade, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

O resultado das equações (1) e (2) combinadas, isto é, a equação (3), mostra que a distância aumenta em proporção ao quadrado do tempo.

E esse é o resultado que Galileu encontrara em suas medições experimentais. Os gráficos 1 e 2 aqui mostrados baseiam-se na descrição do movimento acelerado que Galileu fornece em seu livro *Dois novos ciências* (1638).

Fonte: MACLACHLAN, James. *Galileu Galilei – o primeiro físico*. São Paulo: Companhia das Letras, 2008. p. 40-41.



O Renascimento é um tema estudado em História, geralmente, no 1º ano do Ensino Médio. Discutir o desenvolvimento do método característico das Ciências da Natureza, a partir do contexto histórico, pode ajudar o aluno a entender melhor as mudanças de paradigmas científicos durante o percurso da história da ciência. Nesse período, há um cenário propício ao surgimento de novas ideias, já que o Universo não era mais aceito como obra sobrenatural. Discutir como o Renascimento retirou da igreja Católica o monopólio da explicação das coisas do mundo é relevante para entender por que as teorias de Newton e Descartes puderam ser mais bem recebidas na época, ao contrário das ideias de Galileu. Mais informações podem ser encontradas nos sites:

<<http://efisica.if.usp.br/mecanica/curioso/historia/renascimento/>>; <http://www.funag.gov.br/biblioteca/dmdocuments/Historia_da_ciencia_vol_1.pdf>; acessos em: 6 nov. 2015.



A atividade oferece uma boa oportunidade para o aluno perceber que o que caracteriza o movimento retilíneo uniformemente variado é o fato de o objeto percorrer distâncias cada vez maiores em tempos iguais, o que significa que sua velocidade se altera durante o trajeto por causa da aceleração do movimento.

O experimento pode ser desenvolvido com a disciplina de Matemática, uma vez que a função que relaciona o deslocamento da bolinha e o tempo é quadrática, permitindo explorar as propriedades das funções de 2º grau. Um dos objetivos da atividade é mostrar ao aluno que os pontos do gráfico de posição \times tempo permitem calcular a aceleração da bola.

Essa atividade experimental pode gerar algumas discussões interessantes sobre, por exemplo, o fato de os pontos não estarem exatamente dispostos de maneira a formar uma parábola, decorrendo daí erros na tomada dos dados ou da pouca precisão dos instrumentos e dos materiais utilizados. A atividade permite explorar um conceito importante para a análise de dados experimentais: o conceito de curva média. Aproveite para discutir com os alunos os tipos de erros que podem ter interferido no experimento e os procedimentos que podem ser feitos para melhorar a precisão dos resultados.



A seção “Para pesquisar em grupo” procura resgatar conhecimentos cotidianos que podem ser revistos ou fundamentados à luz dos conceitos físicos. As questões apresentadas nessas seções possuem características que podem estimular, a nosso ver, discussão em grupo, pesquisa e elaboração de relatório. No caso específico

da questão proposta – “A Terra gira ao redor do Sol?” –, os alunos trazem, sem dúvida, o conhecimento do sistema heliocêntrico, uma vez que isso faz parte do programa de Ciências de Ensino Fundamental. Todavia, nem sempre conseguem argumentos para justificar cientificamente a veracidade de tal modelo. Afinal, o que veem aqui da Terra, semelhante ao que viam os povos antigos, é o Sol nascendo e se pondo diariamente, girando em torno do nosso planeta. Como é possível, portanto, construir uma argumentação sem mudar o referencial de observação?

Conseguir se transportar, imaginariamente, para outro planeta e descrever como o movimento da Terra, ou do Sol, seria observado é o desafio da atividade. Você poderá ajudar seus alunos mostrando a eles que, se forem considerados apenas dois corpos, Sol e Terra, por exemplo, não será possível afirmar qual gira em torno de qual, o que poderá ser feito usando os próprios alunos como modelos: um parado e o outro girando e vice-versa. A inclusão dos demais planetas no sistema, é, portanto, fundamental para a correta compreensão do modelo.

A questão proposta na seção “Socialize” incentiva o desenvolvimento da habilidade de comunicação, tanto oral como escrita, além da capacidade de argumentação, que é fundamental. É por meio dela, principalmente, que desenvolvemos o senso crítico de nossos alunos, tornando-os capazes de avaliar, por exemplo, os benefícios e as limitações que uma nova tecnologia pode trazer à nossa sociedade.

A elaboração do texto da reportagem pode ser proposta como atividade interdisciplinar com Língua Portuguesa. O uso da linguagem adequada às diferentes situações, formais e informais, com que nos deparamos é essencial para o mundo do trabalho e a continuação dos estudos.

UNIDADE 2

Cinemática vetorial



Abertura da unidade



A seguir, apresentamos o que se espera dos alunos ao final desta unidade e uma proposta para introdução dos conteúdos.

Objetivos:

Ao final desta unidade, o aluno deverá ser capaz de:

- Identificar grandezas vetoriais e diferenciá-las das grandezas escalares.

- Utilizar a notação indicada para representar grandezas vetoriais e efetuar operações com essa classe de grandezas.
- Determinar o vetor resultante da adição de um ou mais vetores e representá-lo geometricamente.
- Descrever um movimento por meio da decomposição em dois outros, independentes e em direções perpendiculares.
- Identificar, caracterizar e manipular algebricamente as grandezas físicas presentes em um movimento circular, como a velocidade angular.

Para começo de conversa: *Quando o vento sopra de norte para sul, e a correnteza do mar flui de leste para oeste, como orientar um veleiro para que ele navegue no sentido de norte para sul sem utilizar os instrumentos atuais?*

A questão apresentada na abertura desta unidade faz referência à composição de velocidades do vento e da correnteza, buscando determinada velocidade resultante para o barco. É bastante provável que os alunos tragam conhecimentos que lhes permitam a elaboração de uma resposta parcialmente correta. Todavia, propomos que a discussão, nesse momento, seja realizada com base em simplificações necessárias para a compreensão dos conceitos abordados na unidade, não entrando na análise das características reais do movimento de um veleiro, cujo refinamento exigiria discutir as forças atuantes sobre o barco, o que poderá ser feito apenas em unidade posterior. Propomos, portanto, que a ação do vento sobre o barco seja apenas “de popa para proa”, nesse caso, de norte para sul, enquanto a ação da correnteza se dá de leste para oeste. Assim, para que o barco se desloque, de fato, para o sul, será necessário que se oriente para o sudeste, sob determinado ângulo cuja medida dependerá dos módulos das velocidades envolvidas.

Convite à reflexão

Nesta unidade, os alunos estudarão movimentos em trajetórias não retilíneas. Para isso, abordaremos grandezas vetoriais, cujo estudo exige que se conheça sua direção e seu sentido, além de sua magnitude e unidade. Antes de abordar esses conceitos, sugerimos que você discuta com os alunos as seguintes questões:

- Você se recorda de outras grandezas, além da velocidade e da aceleração, que podem ser consideradas vetoriais, ou seja, grandezas para as quais a informação sobre sua direção e seu sentido é essencial para que sejam corretamente caracterizadas?
- No futebol, cobrar uma falta encobrendo a barreira requer habilidade e técnica do jogador. Imagine uma falta ocorrida nos limites da grande área. Nesse caso, qual deve ser a trajetória descrita pela bola para que a cobrança seja bem-sucedida, isto é, cubra a barreira e resulte em gol?
- Em que direção um atleta deve nadar para ir de uma margem a outra de um rio cuja correnteza atua perpendicularmente à direção do movimento do nadador?

A existência de grandezas vetoriais costuma ser entendida sem muita dificuldade pelos alunos. Assim, a intenção da primeira questão é obter uma lista que contenha grande parte das grandezas físicas,

vetoriais ou escalares que eles já conhecem ou já ouviram falar. Você pode completar a lista com algumas que ainda serão estudadas, como as escalares: corrente elétrica e energia; e as vetoriais: força e campo gravitacional.

A composição de movimentos é uma das aplicações mais importantes das operações com vetores. Por isso, julgamos essencial que o aluno, antes de aprender a operar com vetores, seja capaz de perceber que esses entes matemáticos são fundamentais para representar o vetor velocidade, sobretudo em lançamentos horizontais e oblíquos e em movimentos compostos. Dessa maneira, sugerimos que você estimule seus alunos a pensarem sobre a trajetória da bola de futebol por ocasião do chute que encobre a barreira e resulta em gol. Peça que desenhem o percurso da bola e proponham uma explicação sobre o fato de o traçado ter o formato de uma parábola. O mesmo procedimento pode ser adotado para o atleta que deve nadar de uma margem a outra, sendo levado, ao mesmo tempo, rio abaixo pela correnteza. Avaliamos que, ao exercitarem suas capacidades explicativas, os alunos percebem com mais clareza a necessidade de acrescentar novos saberes aos que já possuem.

CAPÍTULO 4

Grandezas vetoriais

ou: A soma de duas grandezas pode ser menor do que cada uma delas?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Reconhecer a necessidade de caracterizar a velocidade de um corpo por meio de sua direção, de seu sentido e de seu módulo.
- Diferenciar grandezas escalares de grandezas vetoriais.
- Utilizar a notação de vetores para representar a situação em que um corpo está sob a ação de vetores de uma ou mais direções.
- Calcular a resultante de uma adição vetorial.
- Decompor em duas direções perpendiculares a velocidade de um movimento realizado em determinada direção, calculando os módulos das componentes.

2 Sobre a questão introdutória



Reforçamos a importância do domínio correto da linguagem matemática para a interpretação e representação

dos fenômenos físicos, sobretudo aqueles envolvendo grandezas vetoriais. A fim de atribuir a devida importância à representação geométrica dos vetores, sugerimos que você proponha aos alunos situações que exijam representações corretamente construídas, de preferência sobre malhas quadriculadas, conforme destacaremos adiante.

A questão inicial deste capítulo, quando proposta aos alunos antes do estudo dos vetores, costuma causar alguma inquietação, especialmente se, paralelamente, forem apresentadas situações envolvendo grandezas que podem assumir valores negativos ou positivos, mas que não são vetoriais. Nesse sentido, por exemplo, podem ser citados a temperatura, o fuso horário e o saldo bancário. É importante que os alunos percebam que uma grandeza vetorial não é aquela que vem acompanhada de um valor e de um sinal positivo ou negativo. O sinal negativo de uma velocidade, sabemos, está relacionado ao sentido do movimento e à orientação atribuída à trajetória, mas não é raro confundirem as características desse sinal com o sinal negativo de, por exemplo, um saldo devedor ou uma temperatura abaixo de zero grau.

Outra dificuldade que costuma acompanhar a apresentação dos vetores refere-se à falta de exemplos de grandezas que os alunos já conheçam e manipulem, com exceção da velocidade, do deslocamento e da aceleração. Força, nessas situações, sempre é citada, e você precisa estar atento para discutir, se for o caso, eventuais confusões conceituais entre força e velocidade. Convém observar que a ilustração que apresentamos no “Já sabe responder?” e que remete à resposta para a questão proposta simula um barco sendo puxado por dois homens; ou seja, é força a grandeza física presente no caso.

Para introduzir a adição vetorial, utilizamos, como exemplo, deslocamentos sucessivos de um móvel, por julgarmos, por um lado, que tal grandeza é de mais fácil compreensão e, por outro, que pode ser prematuro utilizar adição vetorial de velocidades sem discutir a composição e a decomposição de movimentos.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



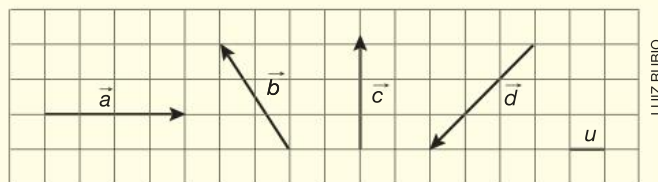
Neste capítulo, demos destaque à soma de dois vetores, deixando, propositadamente para depois, a subtração de dois vetores.

Citamos anteriormente a importância da linguagem matemática na correta interpretação e representação do fenômeno físico. Os vetores são, nesse sentido, praticamente um paradigma na construção conceitual do corpo de conhecimentos da Física do Ensino Médio. Sem dominar as operações vetoriais

com desenvoltura, alguns tópicos de estudo futuro do aluno poderão ficar prejudicados. São os casos, por exemplo, das leis de Newton, da conservação da quantidade de movimento e da gravitação, dentre outros objetos de estudo da Mecânica. Julgamos importante que os alunos representem vetores em escala, utilizando régua e transferidor, e que determinem geometricamente e algebricamente o vetor resultante de uma adição. Apresentamos, a seguir, uma atividade complementar envolvendo adições vetoriais com o uso de malha quadriculada.

Observe os vetores \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} e \vec{d} representados na malha quadriculada. Desenhe a malha em seu caderno e escreva, na unidade u , o módulo dos vetores resultantes das seguintes operações:

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| a) $\vec{b} + \vec{c}$ | d) $\vec{a} - \vec{c}$ |
| b) $\vec{a} + \vec{d}$ | e) $2\vec{c} - 2\vec{b}$ |
| c) $-\vec{d} + \vec{c}$ | f) $0,5\vec{a} - \vec{d}$ |



CAPÍTULO 5

Lançamentos no vácuo

ou: Por que os atletas que lançam dardos o fazem sempre pelo mesmo ângulo?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

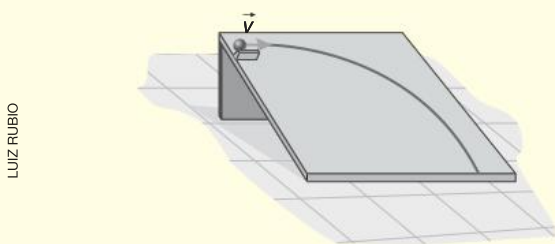
- Calcular a velocidade e a posição de um corpo lançado horizontalmente no vácuo, em qualquer momento de seu movimento.
- Analisar o movimento de um corpo lançado no vácuo obliquamente, sob certo ângulo, de acordo com suas projeções vertical e horizontal.
- Determinar, em qualquer instante de tempo, posição e velocidade de um corpo desenvolvendo movimento oblíquo sob a ação da gravidade.

2 Sobre a questão introdutória



Começamos o tratamento dos conceitos do capítulo pela decomposição em duas direções perpendiculares de um movimento retilíneo uniforme. Em seguida, preparando o estudo do lançamento horizontal no vácuo, discuti-

mos o movimento de uma bolinha que desce um plano inclinado após ser lançada horizontalmente sobre ele.



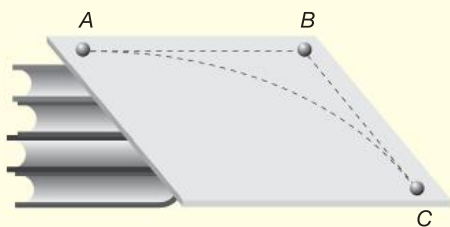
Nessa abordagem, estamos assumindo que o deslocamento horizontal é constante a cada intervalo de tempo, enquanto o deslocamento vertical aumenta a cada intervalo devido à componente da aceleração da gravidade que atua plano abaixo. É, de fato, o que ocorre com um movimento desse tipo, se pudermos desprezar o atrito. É possível demonstrar em sala de aula um movimento como esse, conforme descrevemos a seguir.

Materiais

Placa de madeira; papel sulfite; papel-carbono; bolinha de gude, de aço ou de argila bem seca; cronômetro; régua ou fita métrica.

Procedimento

- Incline a placa de madeira apoiando-a sobre alguns livros, conforme representado na figura a seguir.
- Cubra a placa de madeira com a folha de carbono e, em seguida, com a folha de papel sulfite. Talvez seja necessário mais de uma folha de carbono e também de sulfite para que toda a placa fique coberta.



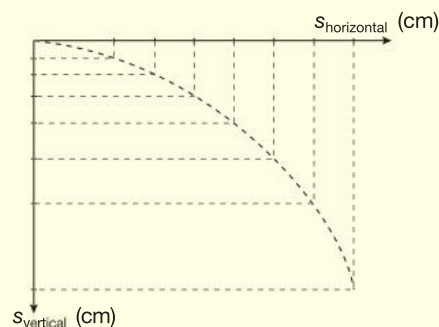
- Lance a bolinha do ponto A em direção ao ponto B (a velocidade ideal a ser imposta à bolinha é aquela que a fará atingir o ponto C, na parte direita baixa da placa). Meça o tempo de percurso de A até C.

Análise

Ao descer a placa, a bolinha fará marcas no papel por causa da pressão que exerce no papel-carbono. Essas marcas formarão sua trajetória, que será semelhante a uma parábola. Admitindo que o movimento possa ser decomposto em duas direções, podemos utilizar a

trajetória desenhada para obter a velocidade horizontal de lançamento e a aceleração da bolinha na descida da placa com os seguintes procedimentos:

- Desenhar dois eixos perpendiculares com origem no ponto em que a bolinha foi lançada.
- Dividir o eixo horizontal em partes iguais.
- Dividir o eixo vertical em partes correspondentes às aquelas marcadas no eixo horizontal, conforme representado na figura a seguir.

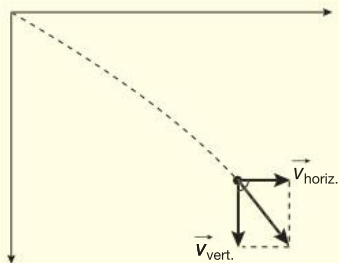


- Completar a tabela com dados de tempo de percurso e deslocamentos horizontais e verticais. Supondo que a curva traçada pela bolinha foi dividida em oito partes, teremos a seguinte tabela:

Tempo (s)	$\Delta s_{\text{horiz.}}$ (cm)	$\Delta s_{\text{vert.}}$ (cm)
$t/8$		
$2t/8$		
$3t/8$		
$4t/8$		
$5t/8$		
$6t/8$		
$7t/8$		
t		

Nessa tabela, t é o tempo que a bolinha demorou para descer a placa, $\Delta s_{\text{horiz.}}$ corresponde aos deslocamentos horizontais e $\Delta s_{\text{vert.}}$ corresponde aos deslocamentos verticais.

- O cálculo da aceleração de descida da bolinha pode ser feito a partir das equações do MUV, assumindo a independência dos movimentos horizontal e vertical. Nos exercícios resolvidos do capítulo, discutimos uma situação semelhante a essa, calculando, inclusive, a aceleração.
- Pode-se também pedir aos alunos que calculem a velocidade da bolinha em alguns instantes durante a descida ou, pelo menos, no momento em que acaba a descida. Para tanto, eles precisarão compor novamente o movimento, calculando o módulo da velocidade vertical ($v_{\text{vert.}}$) e a resultante entre ela e o módulo da velocidade horizontal ($v_{\text{horiz.}}$), constante em todo o movimento.



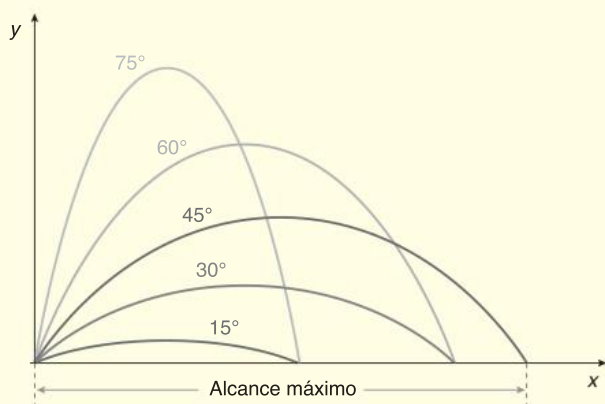
3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



A realização do experimento que acabamos de descrever introduz, de certa forma, o lançamento horizontal. Será preciso, todavia, verificar que a aceleração da gravidade terrestre é a única a atuar em um corpo lançado sob tais condições.

A questão proposta no início do capítulo aborda um aspecto importante do lançamento oblíquo: obter o alcance máximo em um evento desse tipo. Sabemos que dois objetos lançados obliquamente com mesmo valor de velocidade podem atingir diferentes distâncias horizontais (alcances), dependendo do ângulo sob o qual foram lançados.

Garantindo o valor único para a velocidade, o alcance do lançamento sob o ângulo de 15° , por exemplo, será o mesmo do lançamento sob o ângulo de 75° . Da mesma forma, os alcances serão iguais se um objeto for lançado a 30° e o outro, a 60° . Enfim, ângulos complementares permitem, para velocidade única, mesmo alcance, sendo o alcance máximo atingido para um ângulo de lançamento de 45° , conforme representado no esquema.



Comente esses fatos com os estudantes, que poderão aceitá-los sem demonstração matemática. Todavia, se julgar conveniente, de acordo com as características de sua turma, você poderá fazer alguma das demonstrações, como a apresentada a seguir.

Para determinado módulo de velocidade, obtém-se o maior alcance (A) quando o lançamento é realizado sob um ângulo de 45° com a horizontal.

A verificação matemática desse fato pode ser demonstrada como indicado a seguir.

A decomposição da velocidade inicial nos eixos x e y é dada por:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

Assim, o tempo de subida t_s pode ser obtido pela função horária da velocidade no eixo y :

$$0 = v_{0y} - gt_s \Rightarrow 0 = v_0 \sin \alpha - gt_s \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

Portanto, o tempo total T (subida e descida) será:

$$T = 2 t_s \Rightarrow T = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Logo, o alcance pode ser obtido com a equação horária do espaço no eixo x :

$$A = v_{0x} T \Rightarrow A = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

Lembrando que $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, temos:

$$A = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

O maior valor do seno é obtido para um ângulo de 90° . Portanto: $2\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

CAPÍTULO 6

Movimento circular uniforme (MCU)

ou: Por que os habitantes de Manaus movem-se mais rapidamente que os habitantes de Porto Alegre?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Identificar as grandezas associadas ao movimento circular uniforme desenvolvido por um corpo, calculando-as e interpretando-as.
- Analisar as condições de movimento transmitidas por meio de polias acopladas.

2 Sobre a questão introdutória



O movimentar de uma bicicleta implica giros de três elementos – coroa, catraca e roda – e é bastante próximo da realidade de alunos de Ensino Médio. Utilizar esse modelo para introduzir os conceitos associados ao MCU pode ser bastante proveitoso. Com essa premissa, apresentamos os conceitos de frequência, período, velocidade escalar e velocidade angular a partir da

análise de pontos girando na periferia de uma roda, de uma coroa ou de uma catraca da bicicleta. A escolha desse modelo, além de permitir a introdução dos conceitos, tem relevância para o estudo da transmissão de movimentos em câmbios, sejam eles de bicicletas ou de automóveis, conforme comentaremos adiante. Por fim, sob o ponto de vista da estruturação matemática do fenômeno físico, a transmissão de movimentos utiliza uma das ideias mais importantes da Matemática, que é a proporcionalidade.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



As prefeituras de algumas capitais brasileiras têm investido na implantação de ciclovias. A pressão dos usuários de bicicleta se justifica pelo grande aumento do número de automóveis em circulação e o consequente agravamento dos congestionamentos e da quantidade de poluentes emitidos. Uma análise dos dados a respeito da quantidade de quilômetros de ciclovia instalados em algumas grandes cidades europeias, em confronto com valores semelhantes de nossa realidade, demonstra a importância do uso desse meio de transporte não poluente. Nesse sentido, se você considerar procedente, ao discutir as relações de dependência entre as grandezas físicas envolvidas no movimento de uma bicicleta, apresente os valores de quilômetros de ciclovia instalados em algumas cidades, segundo dados de 2015: Amsterdã, 500 km; Nova York, 400 km; Paris, 700 km; Brasília, 400 km; Aracaju, 62 km; Porto Alegre, 28 km; Recife, 36 km; Rio de Janeiro, 360 km; São Paulo, 300 km. Para mais informações sobre ciclovias, consulte: <<http://www.mobilize.org.br/estatisticas/28/estrutura-ciclovitaria-em-cidades-do-brasil-km.html>>; <<http://noctulachannel.com/eurovelo-ciclovias-europeia-ciclismo/>>; acesso em: 12 fev. 2016.



Podemos estabelecer uma associação simplificada entre o sistema de transmissão de uma bicicleta e o sistema de transmissão de movimentos em um automóvel. Afinal, faz parte do senso comum dos alunos, mesmo que ainda não sejam motoristas, a troca de marchas e sua relação com a velocidade e a rotação do motor do automóvel. Eles poderão ser orientados para uma pesquisa sobre o assunto, com o objetivo de relacionar o sistema catraca-coroa da bicicleta com as engrenagens do câmbio do automóvel.

Neste site, podem ser obtidas mais informações sobre o funcionamento do câmbio de um automóvel: <<http://carros.hsw.uol.com.br/transmissoes-manuais.htm>>; acesso em: 11 nov. 2015. Essas informações podem ser compartilhadas com os alunos e utilizadas na realização de atividades complementares às apresentadas no livro do aluno.



Embora a atividade seja simples, aborda um conhecimento prévio muito comum aos alunos que, habitualmente, pensam que o objeto lançado horizontalmente leva mais tempo para voltar ao solo do que um objeto abandonado verticalmente de uma mesma altura. Essa concepção espontânea incorreta vem do fato (correto!) de que a distância total percorrida pelo objeto lançado horizontalmente é maior do que a distância percorrida pelo objeto abandonado verticalmente. É importante chamar a atenção dos alunos para o fato de que o resultado do experimento é a comprovação do princípio de independência dos movimentos simultâneos de Galileu, tratado nesta unidade. A segunda questão tem o objetivo de retomar outra concepção prévia bastante frequente: a de que objetos mais pesados chegam mais rápido ao solo. Ainda que essa temática tenha sido discutida no capítulo sobre queda livre, é importante retomá-la e verificar se os alunos se apropriaram daquilo que é aceito como correto pelo saber físico. Caso considere necessário, discuta-a novamente com a turma.

UNIDADE 3

Leis de Newton



Abertura da unidade



A seguir, apresentamos o que se espera dos alunos ao final desta unidade e uma proposta para introdução dos conteúdos.

Objetivos:

- Ao final desta unidade, o aluno deverá ser capaz de:
- Reconhecer o caráter vetorial da grandeza força.
 - Compreender a inércia como uma tendência natural de permanecer em um mesmo estado.

- Diferenciar a grandeza massa da grandeza peso.
- Entender o princípio da ação e reação.
- Identificar algumas forças, como normal, tração e força elástica.

Esta unidade tem o propósito de aproximar os estudantes dos fenômenos nos quais as leis de Newton figuram como essenciais.

Nossa opção no desenvolvimento dos conhecimentos abordados na unidade é que o façamos da maneira mais conceitual e fenomenológica possível. Por isso, optamos por apresentar as leis de Newton em uma sequência diversa da usual. Serão desenvolvidas a 1ª, a 3ª e a 2ª leis, nessa ordem. A lei da inércia abre a unidade e fundamenta a importância da massa como medida da inércia de um corpo. É importante que o aluno se aproprie das explicações que envolvem a 1ª lei aplicando-a na explicação de fenômenos do cotidiano nos quais a ideia de inércia como tendência natural seja evidente. Os exemplos descritos no texto podem incentivar os alunos a pensarem em outros. É importante salientar o significado de tendência natural e por que ele se aplica tão bem ao caso da inércia, trazendo exemplos de situações nas quais tentamos vencer essa tendência e não conseguimos (um carro que tenta inutilmente fazer a curva em uma pista encharcada de água e, não obtendo sucesso, acaba seguindo em linha reta).

Julgamos que o enunciado da 3ª lei só deve ser explicitado após uma exaustiva discussão sobre as forças na natureza e seus pares. A compreensão da lei da ação e reação requer do aluno uma abstração significativa, pois separa ação de efeito, exigindo dele a percepção de que mesmo intensidades iguais de forças podem provocar efeitos diferentes. Isso que pode parecer tão óbvio é confrontado frequentemente com o senso comum, que induz à ideia de que uma ação pode ser maior do que a reação. Pensamos que a compreensão realmente significativa da 3ª lei associada à lei da inércia garante aos alunos os elementos fundamentais para que deem continuidade à aprendizagem dos conteúdos da unidade, e é por isso que o trio de forças – normal, tração e força elástica – é apresentado no Capítulo 7. Trata-se de introduzir aos alunos a representação vetorial das forças em sistemas de corpos que, todavia, guardam sua condição de equilíbrio. Julgamos que os alunos interagem melhor com as situações em que têm de identificar os pares ação-reação em sistemas de corpos se, em um primeiro momento, puderem fazê-lo em situações de resultante nula. A assimilação desses conceitos e o reconhecimento das condições que caracterizam o sistema em repouso ou em MRU serão essenciais para que os alunos estabeleçam as condições nas quais o equilíbrio deixa de existir.

Coerentes com essa estratégia de aprendizagem, apresentamos, no Capítulo 8, a força de atrito, cuja ênfase se dará no aspecto fenomenológico, ressaltando seu papel de agente responsável pelo equilíbrio.

Novamente, os problemas e as questões propostas estarão restritos a situações de resultante igual a zero.

A 2ª lei deve surgir da necessidade de romper o equilíbrio. Depois de trabalhar e pensar em um número significativo de situações nas quais a resultante é nula, os alunos estarão prontos para perceber em que ocasiões o equilíbrio não se apresenta. Pensamos que você, ao mostrar que na natureza o equilíbrio nem sempre é possível e que o repouso e o MRU são estados específicos de alguns fenômenos, estará promovendo nos alunos a curiosidade pela ampliação de seu universo de conhecimento. Estará, também, contextualizando a aprendizagem da 2ª lei, permitindo aos alunos entender com qualidade e descrever adequadamente uma quantidade maior de movimentos.

Nesta unidade, apresentamos também uma das mais importantes aplicações das leis de Newton: as máquinas simples.

É provável que muitos alunos associem a palavra “máquina” a “motores”, o que justifica a pergunta problematizadora do início da unidade. A associação de roldanas ou polias e os planos inclinados são intensamente utilizados, sobretudo na construção civil e na atividade portuária.

Além disso, descrevemos os movimentos levando em consideração a resistência do ar, fenômeno de fácil contextualização e cujas concepções alternativas trazidas pelos alunos não constituem obstáculos pedagógicos. Julgamos que esse assunto põe os estudantes em contato com situações reais, nas quais a existência do ar dificulta o deslocamento ou o ajuda.

O Capítulo 11 apresenta a dinâmica do movimento circular uniforme, cuja compreensão é essencial para o estudo dos movimentos orbitais descritos nos dois capítulos seguintes. Além disso, procura-se mostrar aos alunos como é possível a execução de uma trajetória curva, embora a tendência natural à linha reta se mantenha. Apresentamos, nos exemplos, situações familiares do dia a dia, nas quais é possível perceber que, sem a existência de uma força apontando para o centro da trajetória, o movimento não se realizaria. Optamos por evitar uma abordagem envolvendo um grande número de forças, em situações físicas pouco prováveis. A resultante centrípeta, obtida por meio de uma soma vetorial de forças que é diferente para cada situação, contribui para que os alunos não obtenham sucesso, se apenas memorizarem um processo de resolução de problemas.

Sedimentamos o estudo das leis de Newton, com o tópico sobre a gravitação newtoniana, apresentado em dois capítulos. O Capítulo 12 é dedicado a descrever os modelos de concepção de Universo ao longo de nossa história até Kepler, cujas leis reconhecemos essenciais para a compreensão da gravitação universal. Esse capítulo trata da lei da gravitação universal e de forças geradas por campos gravitacionais. Insistimos na importância desses dois capítulos finais, a nosso ver valiosos para os alunos adquirirem uma

compreensão mais ampla dos processos de produção científica ao longo da história. A percepção de que a lei da gravitação universal é a síntese newtoniana e de sua importância como elemento medidor e unificador entre os movimentos que ocorrem na Terra e no espaço “vazio” pode ser facilitada utilizando elementos da relação do homem com o espaço cósmico. Desse modo, sugerimos que recursos como os textos e as imagens da unidade sejam amplamente discutidos e utilizados em sala de aula. Para ajudá-lo nessa tarefa, procuramos apresentar, neste *Suplemento*, algumas atividades que podem complementar seu trabalho.

Sabemos que hoje, principalmente nas grandes cidades, pouco se olha para o céu, embora tenhamos amplo contato com o espaço através de imagens em fotos, vídeos, documentários, filmes. A relação dos alunos com esses elementos fartamente presentes na mídia jornalística e televisiva pode despertar o interesse e a motivação para as aulas, criando um ambiente que propicie a participação e o envolvimento deles. Além disso, optamos por uma abordagem que trabalhe aspectos históricos do processo de produção do conhecimento científico e, desse modo, possibilite aos alunos uma oportunidade de ampliação em sua formação cultural. Sugerimos que seja criado um ambiente estimulante para a leitura de maneira a contribuir para a formação do sujeito-leitor em ciência. Com esse intuito, propomos que seja criada uma atmosfera que relacione os assuntos trabalhados em sala de aula com aqueles divulgados pela mídia. Para isso, peça aos alunos que relatem as notícias recentes veiculadas pela tevê, rádio, jornais ou revistas sobre satélites, meteoros, estação orbital, lançamento de foguetes etc. Proponha que cada aluno colete pelo menos uma reportagem de jornal ou revista sobre esse tema antes de iniciar os estudos sobre as leis de Kepler. Divida-os em grupos e peça que troquem as notícias entre si. Cada grupo deve construir um painel com as notícias. O trabalho ficará exposto até o final do estudo dos temas elaborados no Capítulo 13. Essa atividade tem dois objetivos: incentivar os alunos a se comunicarem oralmente em uma situação específica e a pesquisar e selecionar notícias para a elaboração de um texto escrito. Destacamos a importância desse trabalho para os alunos do Ensino Médio.

Enfatizamos a necessidade de o aluno transpor seu conhecimento do fenômeno para a linguagem própria da Física, dominando o uso consciente das equações pertinentes à unidade.

Para começo de conversa: *Por que é possível desligar os motores de uma nave espacial e, mesmo assim, ela prosseguir em movimento?*

A pergunta tem a intenção de iniciar a discussão sobre a ideia de que é possível haver movimento sem que necessariamente haja força aplicada. A imagem de que somente um corpo sob a ação de forças é capaz

de deslocar-se é uma das concepções prévias mais consolidadas pelos estudantes (porque se baseia no que vivenciam diariamente). Com a pergunta, espera-se que os alunos comecem a perceber que a ausência de ar implica falta de força contrária ao movimento, e que esse fato sugere uma das causas para uma nave espacial continuar com velocidade, apesar de desligar seus motores. Acreditamos que, por se tratar de uma questão com muitas possibilidades de respostas (por exemplo, “uma possível ausência de gravidade em órbita ‘poderia’ justificar o desligamento dos motores”), a discussão tenderia a tornar-se mais interessante se fosse feita em pequenos grupos e com duração de no máximo 15 minutos, após os quais cada um dos grupos apresentaria suas respostas para a pergunta.

Convite à reflexão

Para iniciar a abordagem dos conteúdos da unidade, sugerimos discutir com a turma as seguintes questões:

- Há diferença entre massa e peso?
- É possível eliminar totalmente o atrito?
- Será que a baixa gravidade emagrece?
- É possível haver máquinas que funcionem sem motores?
- Por que, apesar da inércia, um veículo consegue fazer curvas?
- Qual é a forma da trajetória dos planetas ao redor do Sol?
- Este livro é capaz de criar um campo gravitacional ao redor de si?

Um dos objetivos desta unidade é deixar claro que há diferença entre massa e peso. A massa é, dentro dos limites da Mecânica Clássica, invariável, ou seja, não se altera quando mudamos de planeta, isto é, quando o campo gravitacional deixa de ser o da Terra. É esperado que o aluno, nesse momento do curso, ainda não tenha clareza da diferença entre massa e peso, ou mesmo que tenha se dado conta do que a grandeza massa mede. Sugerimos que você apresente duas situações para exemplificar: a) as embalagens dos produtos usualmente consumidos trazem indicações sobre o peso líquido relacionando-o à unidade kg ou g; b) as imagens de astronautas pousando na Lua mostram essas pessoas quase flutuando, com uma facilidade maior para andar.

Outro objetivo desta unidade está relacionado aos dois tipos de atrito: o de arrastamento e o de rolamento. Nesse caso, é essencial que o aluno comece a pensar nas causas da existência do atrito, dos seus efeitos e em modos de eliminá-lo (ou atenuá-lo). Você pode perguntar quais seriam os métodos que escolheriam para reduzir o atrito, por exemplo, entre o armário da sala de aula (ou a mesa, ou a carteira) e o piso, caso desejássemos arrastar esses móveis.

A terceira questão tem como objetivo desestabilizar o conhecimento prévio dos estudantes. Você pode perguntar se eles já viram imagens dos astronautas em solo lunar e o que perceberam a respeito do modo como se movimentam. Aqueles que viram imagens desse tipo provavelmente relatarão que os astronautas parecem flutuar e que tudo parece ser menos pesado. Sugerimos que pergunte a eles se os astronautas quando retornam à Terra estão mais magros. Seria possível? A questão pretende desconstruir a ideia de que massa e peso são grandezas de mesma natureza, deixando evidente que a massa do sujeito só variará se ele perder alguma quantidade de matéria, por exemplo, fazendo exercícios físicos ou se submetendo a uma dieta. A baixa gravidade não o tornará mais magro, apenas mudará seu peso, ou seja, a força com que é atraído pelo corpo gerador do campo gravitacional, no caso a Lua.

Outro objetivo desta unidade é deixar claro para os alunos que existem máquinas que funcionam sem motores e, apesar disso, são extremamente úteis e muito utilizadas em nosso cotidiano. É provável que eles não associem roldanas ou planos inclinados a máquinas. Pergunte sobre máquinas de escrever, de costurar ou de tecer, que eventualmente podem ou não fazer parte do mundo vivencial de seus alunos. Tente fazer com que eles se lembrem de um pintor de paredes de prédios que consegue suspender-se sozinho a uma grande altura ou dos trabalhadores em construções que levantam pesadas vigas de metal, ou mesmo dos guindastes que conseguem erguer grandes quantidades de massa. Peça que sugiram de que maneira se pode usar menos força para levantar um objeto em relação àquela aplicada quando se pretende elevá-los diretamente. Ou, ainda, que instrumentos imaginam que sejam utilizados por um alpinista ao escalar uma montanha?

Caso eles não se lembrem de citar o plano inclinado, pergunte se haveria diferença na quantidade de força empregada para elevar uma tora de madeira, por exemplo, diretamente na vertical e para fazê-la subir rolando por uma rampa inclinada.

Para a quinta questão, os alunos provavelmente terão uma resposta bem mais próxima do esperado, visto que acabaram de aprender sobre inércia. As respostas a essa questão servem, também, para você perceber se os estudantes acreditam que deve existir uma força para o centro que compense a existência de uma força centrífuga que puxe o carro para fora da curva. Caso esse equívoco surja, discuta com eles qual seria o agente dessa força (demonstre que não há), para desfazer, aos poucos, essa incorreção.

A sexta questão parte de um conhecimento estabelecido pelos alunos. Para eles, o traçado das órbitas é quase sempre circular. A pergunta coloca em dúvida algo que é quase uma certeza para os estudantes. Nesse sentido, o objetivo é que percebam que as informações que possuem sobre o assunto não são mais

suficientes. Assim, terão oportunidade de incorporar novos conhecimentos sobre o tema aprendendo sobre as leis de Kepler.

A última pergunta tem como objetivo esclarecer a que fatores os alunos associam o conceito de campo gravitacional. É muito importante que você, posteriormente, discuta e desestabilize a ideia de que só grandes massas são capazes de gerar campo gravitacional.

CAPÍTULO 7

1ª e 3ª leis de Newton

ou: Por que algumas vezes a inércia é associada à preguiça?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Reconhecer o caráter vetorial da grandeza força.
- Compreender a inércia como uma tendência natural de permanecer em um mesmo estado.
- Diferenciar a grandeza massa da grandeza peso.
- Entender o princípio da ação e reação.
- Identificar algumas forças: normal, tração e força elástica.

2 Sobre a questão introdutória



Sabemos da importância do estabelecimento das leis de Newton para o desenvolvimento científico, sobretudo para a Física. A Mecânica Clássica é objeto de estudo de todo este primeiro volume, e julgamos que seu saber é tanto mais significativo quanto maior for o número de fenômenos associados a ele. Desse modo, julgamos que o conjunto composto pela lei da inércia e pela lei da ação e reação estimula nos alunos a curiosidade e a vontade de identificar em seu mundo vivencial os elementos estabelecidos por elas. Optamos, nesse primeiro momento, por um tratamento fenomenológico que garanta a compreensão dessas leis estruturantes do pensamento físico. É por isso que sugerimos diversas atividades, textos e investigações que se encontram descritas neste *Suplemento*.

Salientamos a importância da compreensão de que o equilíbrio, ao contrário do senso comum, não pode ser associado somente às situações nas quais há repouso.

A pergunta inicial tem por objetivo problematizar o assunto do capítulo relacionando o conhecimento prévio do aluno com os conceitos e temas que serão desenvolvidos. Nesse sentido, cabe pedir que eles respondam por escrito à questão e que alguns leiam em

voz alta as respostas que julgam prováveis. Sugerimos que você monte uma lista com algumas das respostas ou recolha várias para serem analisadas, comparadas e discutidas ao fim do capítulo. Acreditamos que, agindo dessa maneira, os alunos reconheçam mais claramente, nos novos conhecimentos aprendidos, os elementos essenciais para responderem com mais propriedade à pergunta inicial.

Espera-se, nesse caso, que o aluno associe inércia a um “não fazer nada”, “ficar sempre no mesmo lugar”, “não se mexer” etc.

Os alunos devem voltar a responder, de preferência por escrito, à questão problematizadora do início da unidade. Sugerimos que, em grupo, comparem as respostas dadas nas duas ocasiões. Você pode pedir que produzam uma resposta final única, construída a partir da troca de ideias entre os integrantes do grupo.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Sugerimos uma discussão sobre o item 3: “Massa e peso”.

Uma dificuldade bastante frequente dos alunos está relacionada à distinção entre massa e peso. É comum que usem a unidade quilograma para se referirem ao peso dos corpos. Achamos que seja adequado gradativamente exigir que essa diferença seja percebida, não só quando essas grandezas aparecerem nos problemas ou questões, mas também quando os alunos se expressarem oralmente.

Você pode solicitar a massa de um dos alunos e lhe propor uma viagem à Lua, onde será 6 vezes menos atraído, e outra para Júpiter, onde a atração é 2,5 vezes maior. Com a ajuda da turma, complete a tabela relativa aos pesos e às massas do aluno durante a viagem.

Sugerimos que o preenchimento se dê na horizontal (primeiro, os resultados para a Terra e, por último, os de Júpiter).

	m_{aluno} (kg)	P_{aluno} (kgf)	P_{aluno} (N)
Terra			
Lua			
Júpiter			



É muito importante que os alunos reconheçam a 3ª lei de Newton como essencial ao desenvolvimento do estudo da Dinâmica. Assim, recomendamos que previamente sejam convidados a refletir sobre uma situação relacionada a ação-reação a partir da seguinte questão:

Por que ao andar empurramos o chão para trás quando se trata de ir para a frente? Por que não empurramos o chão para a frente?

Peça aos alunos que observem alguém andando. Eles perceberão que os pés da pessoa empurram continuamente o chão para trás. Como o piso não se move, a pessoa recebe, ao caminhar, uma força que a impulsiona para a frente. Pode-se perguntar qual é a diferença entre andar na sala de aula, em uma esteira ergométrica ou usar patins para se deslocar.

Os alunos devem perceber que a força que impulsiona a pessoa para a frente provém do chão, e não dela. O agente da força, isto é, a pessoa, empurra o piso, que, como reação, empurra a pessoa. Em uma esteira, o piso se move e, por isso, a pessoa não consegue alterar sua posição, permanecendo sempre no mesmo lugar. No caso dos patins, um principiante escorrega no chão liso, pois, ao empurrar o chão para trás, quase não há atrito entre as rodas dos patins e o chão. Andar de patins requer uma movimentação lateral, distinta da que fazemos ao andar normalmente.



Sugerimos ressaltar os seguintes aspectos com os alunos:

- Ação e reação são forças que jamais se anulam porque estão aplicadas em corpos diferentes.
- Apesar de terem mesma intensidade, podem provocar efeitos completamente diferentes por serem aplicadas em corpos diferentes.

Um exemplo interessante é o par ação-reação entre Lua e Terra. Sabemos que a Terra atrai a Lua e a Lua atrai a Terra. Pode-se começar perguntando aos alunos qual das forças é maior. Muitos deles, nessa etapa da aprendizagem, ainda responderão que a força da Terra sobre a Lua é maior. Voltar ao enunciado da 3ª lei de Newton pode ser uma alternativa para eles assimilarem que, apesar de se tratar de forças iguais, como estão aplicadas em corpos distintos, elas produzem efeitos diferentes. A ação, quando aplicada na Terra, é responsável pelo fenômeno das marés, e a reação, quando aplicada na Lua, a mantém em órbita circular, impedindo que saia vagando pelo espaço por causa da inércia.



A ideia de que força peso e força normal constituem um par ação-reação deve ser reformulada e pode ser abandonada mais facilmente se pudermos apresentar algumas situações de equilíbrio nas quais a intensidade do peso e da força normal não são iguais.

Sugerimos que o exemplo da bolsa explicado no texto desse item seja feito concretamente, e que os alunos sejam convidados a responder sobre as intensidades da força normal em cada um dos casos. Outro exemplo pode ser a balança de farmácia, na qual a medida da massa da pessoa é dada a partir da força exercida sobre o piso da balança. Assim, a

balança não marca o peso ou a massa da pessoa, mas a compressão que ela faz sobre o piso. Sobre uma pessoa em cima da balança atuará, portanto, a força peso, para baixo, e a força normal – reação do piso da balança a essa interação – vertical para cima. Se a pessoa estiver sobre a balança carregando uma sacola ou uma criança, a medida da interação passará a ser maior do que seu peso. Logo, a balança marcará um valor diferente, e deixará de ter mesma intensidade da normal.

CAPÍTULO 8

Forças de atrito

ou: Por que o piso das pistas de atletismo é feito de material emborrachado?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Perceber a força de atrito como uma força resistente ao movimento e diferenciar atrito estático de atrito dinâmico.
- Reconhecer a força de atrito como um dos agentes responsáveis pelo equilíbrio.
- Resolver problemas que contenham corpos em situações de equilíbrio estático e dinâmico.

2 Sobre a questão introdutória



Neste capítulo, damos continuidade à nossa proposta de ênfase fenomenológica para o desenvolvimento das leis de Newton. Por esse motivo, a força de atrito é apresentada para justificar o equilíbrio evidenciado nas situações estudadas no capítulo sobre a 1ª e a 3ª leis de Newton. A questão que introduz o assunto prioriza a elaboração mental do fenômeno e deve ser completada com outras questões trazidas pelos alunos sobre o mesmo tema.

A proposta é pensar nas diferenças entre os solos das quadras de basquete, futebol de campo, futsal, tênis (saibro e grama), ginástica olímpica de solo, futebol de areia etc. e tentar justificar a adequação de cada um deles à prática do esporte a ele associado.

No caso das pistas de atletismo, o piso de borracha permite maior aderência aos tênis dos atletas do que pisos de outro material, o que aumenta o impulso e diminui a possibilidade de escorregamento. O coeficiente de atrito entre os dois materiais (borracha e solado do tênis) é alto.

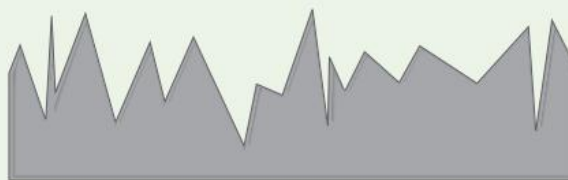
3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



É possível que seus alunos queiram saber mais sobre a natureza do atrito ou mesmo sobre as causas da diferença entre os valores da força de atrito estático e cinético. Acreditamos que os textos a seguir fornecem subsídios para uma discussão.

Natureza do atrito

A origem da força de atrito é de natureza eletromagnética e deve-se à interação entre as nuvens eletrônicas dos átomos localizados nas zonas de contato entre os corpos. As “superfícies” aparentemente planas de materiais não o são de fato: estão cheias de irregularidades, com “picos” que podem atingir vários milhares de raios atômicos.



Representação esquemática da superfície microscópica de um objeto polido.

Quando duas “superfícies” de dois sólidos são postas em contato, há de fato apenas uma pequena superfície de contato entre eles. Nessas pequenas regiões de contato, os materiais ficam como se estivessem “soldados”: os picos aderem uns aos outros em virtude das forças de coesão intermoleculares. Mas, quando os materiais são empurrados um em relação ao outro, esses inúmeros, porém minúsculos, “pontos de soldagem” se rompem, dando lugar a outros à medida que novos contatos acontecem.

Disponível em: <http://profs.ccems.pt/PauloPortugal/CFQ/Atrito_historia_cincia/Atrito_hist_cincia.html>. Acesso em: 12 nov. 2015.

Glossário

Raio atômico. É a distância média do elétron mais externo ao centro do seu núcleo. Essa definição está de acordo com o modelo proposto por Niels Bohr.

Experimento: coeficientes de atrito estático e cinético

Esta figura representa o gráfico, em tempo real, da variação da força de atrito em função do tempo, para o par de superfícies **lâmina de madeira-bloco com base de carpete**. Nele, podemos observar inicialmente uma reta cuja equação tem coeficiente angular positivo (função crescente).



Gráfico da força de atrito em função do tempo, obtido para o par lâmina de madeira-bloco carpete.

Nota-se que a função cresce até um valor máximo, correspondente ao valor máximo da força de atrito estático ($F_{at.(e)} = 4,75 \text{ N}$). Nessa etapa, não houve movimento relativo entre as superfícies, e a força de atrito foi igual à força aplicada. Após esse pico, a força aplicada é menor, mas suficiente para que a velocidade seja mantida constante. Experimentalmente, a força de atrito tende a se estabilizar em torno de um valor médio: a força de atrito cinético ($F_{at.(c)} = 4,0 \text{ N}$).

Nas figuras seguintes, são apresentados dois gráficos. Neles podemos perceber a dependência diretamente proporcional entre a força de atrito, estático ou cinético, e a força normal. O valor do coeficiente de atrito, em cada caso, pode ser obtido, numa boa aproximação, a partir da inclinação da reta, encontrando-se para o par de materiais analisado (lâmina de madeira-bloco com base de borracha):

$$\mu_e = 0,84 \text{ e } \mu_c = 0,66$$

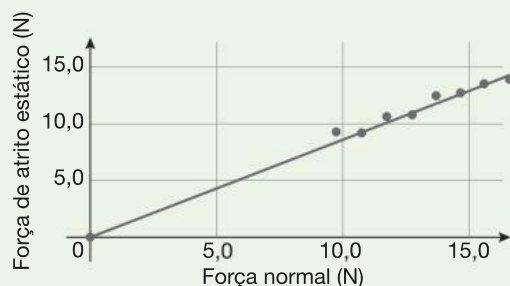


Gráfico da força de atrito estático em função da força normal (lâmina de madeira-bloco com base de borracha).

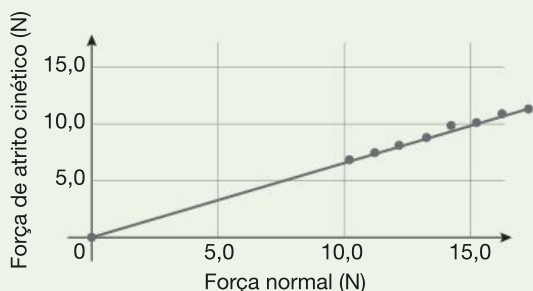


Gráfico da força de atrito cinético em função da força normal (lâmina de madeira-bloco com base de borracha).

MOSSMANN, Vera Lúcia da Fonseca; CATELLI, Kelen Berra de Mello Francisco; LIBARDI, Helena; DAMO, Igino Santo. In: *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, v. 24, n. 2, jun. 2002. (Texto adaptado para fins didáticos.)

Se sua opção foi pela leitura deste último texto, proponha à turma as seguintes questões:

- De acordo com as informações do texto, qual é o valor da força de atrito estático máxima que atua sobre um bloco de madeira de 10 kg apoiado sobre uma lâmina horizontal de borracha? Resposta: 84 N
- Percentualmente, quanto essa força é maior do que a força de atrito cinético que atuaria sobre o corpo no caso de ele estar em movimento? Resposta: 27,3%

Sabemos que durante o estudo de Mecânica serão raríssimas as ocasiões nas quais o atrito não será considerado uma força que dificulta o movimento. Sabemos que, para a Dinâmica, o atrito é uma força resistiva cuja natureza impossibilita sua total eliminação, e que, em nosso estudo, a ênfase será sobre seu caráter de grande dissipadora de energia mecânica, ou seja, a força que torna impossível a perpetuação do movimento.



S9

Peça aos alunos que pesquisem outros meios possíveis de reduzir o atrito entre superfícies. Pesquisadores da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) realizaram testes com a substância denominada “carbono diamante, DLC”, que apresentou coeficiente de atrito menor que 0,001. Para mais informações, leia “Sem atrito”, em <<http://revistapesquisa.fapesp.br/2009/03/01/sem-atrito/>>; acesso em: 5 jan. 2016.

CAPÍTULO 9

2ª lei de Newton: corpos acelerados

ou: Que vantagem a redução da massa dos carros, ao longo do tempo, trouxe para seu desempenho?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Estabelecer o princípio fundamental da Dinâmica a partir da compreensão da 2ª lei de Newton.
- Reconhecer as situações em que a força resultante provoca aceleração.
- Perceber que o peso de um corpo depende da aceleração gravitacional do lugar onde ele está.
- Estabelecer as condições de resolução de problemas que apresentem situações nas quais os corpos estão acelerados.

2 Sobre a questão introdutória



S10

Neste capítulo, damos início ao estudo das situações em que não há mais equilíbrio. Optamos por fazê-lo de maneira análoga ao que foi feito nos capítulos anteriores.

Assim, situações semelhantes às aquelas apresentadas nos capítulos 7 e 8 serão estudadas, apresentando força resultante não nula. Trata-se de considerar que o aluno pode estabelecer relações mais facilmente quando percebe que os conceitos aprendidos não satisfazem mais todas as suas questões. No caso, há necessidade de mais conhecimento para que situações de aceleração e retardamento possam ser explicadas.

A questão que abre o capítulo trata justamente de condições de aceleração.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



S11

O texto a seguir foi retirado de um clássico da ficção científica, o livro *2001: uma odisseia espacial*. Optamos por um trecho no qual a discussão sobre massa e peso é tratada no contexto da história. Julgamos que essa leitura pode dar ênfase às diferenças entre os dois conceitos.

Massa e peso

[...]

Um dos atrativos da vida na Base (e na Lua em geral) era, sem dúvida alguma, a baixa gravidade, produzindo uma sensação de bem-estar generalizado. Contudo, isso apresentava seus perigos e era preciso que decorressem algumas semanas até que um recém-chegado procedente da Terra conseguisse adaptar-se. Uma vez na Lua, o corpo humano via-se impelido a adquirir toda uma nova série de reflexos. E, pela primeira vez, era obrigado a distinguir massa de peso.

Um homem que pesasse na Terra noventa quilos [90 kgf] poderia descobrir, para grande satisfação sua, que na Lua o seu peso era de apenas quinze quilos [15 kgf]. Enquanto se deslocasse em linha reta e em velocidade uniforme, sentiria uma sensação maravilhosa, como se flutuasse. Mas, assim que resolvesse alterar seu curso, virar esquinas ou deter-se subitamente, então perceberia que todos aqueles seus noventa quilos de massa, ou inércia, continuavam presentes. Pois isso é fixo e inalterável, tanto na Terra como na Lua, no Sol ou no espaço vazio. Portanto, antes que uma pessoa conseguisse adaptar-se ao regime selenita, era necessário aprender que todos os objetos são pelo menos seis vezes mais inertes do que o seu peso levaria a crer à primeira vista. Tal fato, de um modo geral, somente era compreendido após algumas colisões e apertos de mão demasiado violentos. Os antigos habitantes da Lua procuravam manter distância dos recém-chegados até que esses estivessem perfeitamente aclimatados.

[...]

CLARKE, A. C. 2001: *uma odisseia espacial*. 4. ed. Rio de Janeiro: Expressão e Cultura, 1970.

Sugerimos que, após a leitura do texto, os alunos, em grupo, respondam às questões a seguir. Os professores de História e Geografia podem contribuir, e a atividade passa a ter caráter interdisciplinar.

Explore em História e Geografia

1. O livro *2001: uma odisseia espacial* foi transformado em filme em 1968 e é considerado um clássico do gênero literário de ficção científica. Depois de ler o trecho reproduzido, justifique por que o livro apresenta características de ficção científica ainda hoje.
2. O ano de 1968 caracterizou-se por conflitos políticos e sociais em vários países. Faça uma pesquisa sobre os acontecimentos que geraram esses conflitos.

Sugestão de respostas

1. O trecho narrado no capítulo é baseado em conhecimentos científicos atuais aplicados a uma situação irreal, daí a classificação da obra em “ficção científica”. Apesar de possível, a situação narrada ainda não se concretizou.
2. O ano de 1968 caracterizou-se pela irrupção de vários movimentos sociais em muitos países. Na Europa, seus objetivos eram combater o racismo, exigir direitos iguais para as mulheres, lutar pela liberdade política, pressionar os governos para promover eleições gerais onde não havia renovação política, entre outras reivindicações. Nos Estados Unidos, a população se reunia para exigir que o país saísse da guerra do Vietnã. Aqui no Brasil, os protestos visavam o fim da ditadura militar. Por causa desse panorama, o ano de 1968 foi chamado de “ano inesquecível”. Foram muitas as mudanças provocadas por esses movimentos; daí sua importância.

CAPÍTULO 10

Aplicações das leis de Newton

ou: Como suspender um piano utilizando apenas uma das mãos?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Identificar as máquinas simples e reconhecê-las como aplicações das leis da Dinâmica.
- Resolver problemas que envolvam vantagem em relação ao uso de uma associação de roldanas móveis.
- Explicar de que maneira atua a força de resistência do ar nos sistemas em movimento.
- Identificar a resultante de forças em situações nas quais a resistência do ar não pode ser desprezada.

- Reconhecer uma situação na qual foi atingido o limite de velocidade.
- Resolver problemas nos quais a resistência do ar deve ser considerada para o cálculo da resultante.

2 Sobre a questão introdutória



Nossa opção de abordagem das aplicações das leis de Newton reflete a importância que deve ser atribuída às máquinas simples. Embora não seja usual identificar polias e planos inclinados dessa maneira, consideramos que, assim, esses dispositivos podem ser mais facilmente atrelados a situações de contexto.

Sugerimos que os alunos leiam a introdução do capítulo e que se abra a discussão sobre a ideia de máquina. Como já dissemos, não é comum os alunos associarem esse dispositivo a um plano inclinado e tampouco a um conjunto de roldanas. Chamamos de máquina simples um mecanismo capaz de realizar trabalho mecânico, podendo realizá-lo de três maneiras: mudando a direção da força, como no caso da roldana fixa; multiplicando a força, como nas roldanas móveis; ou, finalmente, mudando as distâncias ao longo das quais as forças atuam, como nos planos inclinados.

Quanto à influência da resistência do ar nos movimentos de queda dos corpos, temos percebido que o tema interessa muito aos alunos, principalmente quando as referências são os automóveis. Os estudantes têm concepções prévias interessantes sobre o assunto. Discuta com eles o formato de um utilitário ou de um caminhão, ou mesmo de um ônibus, que apresentam frente reta, sem cantos, quase um quadrado que “tromba” com o ar. Na tabela, da página 133 do livro do aluno, essa forma equivale a uma placa quadrada cujo c_x é bastante elevado. Você pode também perguntar se eles notam semelhanças entre os formatos atuais dos carros.

Recomendamos que a questão introdutória do capítulo, “Como suspender um piano utilizando apenas uma das mãos?”, seja aproveitada para atingir os objetivos almejados na sua proposição, que foram apresentados na parte geral deste *Suplemento*.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Para demonstrar que o ângulo entre o vetor força peso (\vec{P}) e a componente y (\vec{P}_y) desse vetor é congruente ao ângulo do plano inclinado, considere o triângulo ABC (fig. 1), que é retângulo no vértice B . Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , o ângulo do vértice D do triângulo CBD é reto. Portanto, o ângulo do vértice B do triângulo menor é α .

Considere agora as duas retas tracejadas e paralelas ao plano inclinado. Elas são cortadas por uma reta transversal que contém o vetor força peso. Portanto, o ângulo do vértice B do triângulo menor e o ângulo entre \vec{P} e \vec{P}_y são alternos internos e congruentes ao ângulo do plano inclinado α (fig. 2).

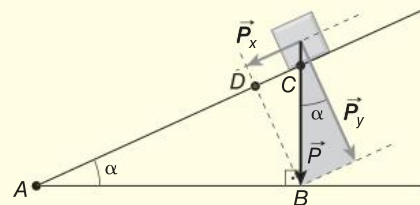


Figura 1

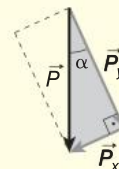


Figura 2



Uma balança sobre um piso inclinado marca valores diferentes do peso dos objetos colocados sobre ela.



Você pode pedir que os alunos reflitam sobre a seguinte questão:

Balanças devem ser niveladas, isto é, a superfície sobre a qual se coloca a massa a ser medida tem de estar paralela ao plano horizontal no qual a balança é apoiada.

Por que as balanças devem estar horizontalmente niveladas a fim de registrarem corretamente o peso de um corpo?

Resposta: A balança registra a força com que o corpo comprime seu apoio, que é igual à força normal. A força normal tem módulo igual ao do peso apenas quando a balança está em posição horizontal e nenhuma outra força atua sobre o corpo.



Sugerimos a leitura do texto “A aerodinâmica da bola de futebol”, de C. E. Aguiar e G. Rubini, disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v26n4/a03v26n4.pdf>>; acesso em: 7 mar. 2016, que trata de

um gol muito famoso que Pelé não fez, explicando o fato por meio de conceitos bastante importantes e que raramente são apresentados aos alunos do Ensino Médio: a crise do arrasto e a força de Magnus. Recomendamos a leitura e discussão do texto em sala de aula e, se houver possibilidade, propomos que os alunos assistam às imagens desse momento do jogo. Para isso, acesse: <<https://www.youtube.com/watch?v=XuI9YKLLyT4>>; acesso em: 5 jan. 2016, ou, na ferramenta de busca, digite: “o gol que Pelé não fez”.



A seção “Para saber mais – Saber físico e tecnologia” traz informações de interesse dos alunos porque trata da aerodinâmica de automóveis. Sabemos que a atenção dos jovens para os inúmeros modelos de automóveis disponíveis no mercado é disputada intensamente pelas mídias em geral. Ainda que reconheçamos o objetivo meramente comercial dessa publicidade, não podemos ignorar que a discussão sobre as performances dos veículos faz parte do mundo vivencial dos alunos. Assim, julgamos que uma abordagem que ajude nosso jovem a se tornar um consumidor mais atento e, por isso, menos suscetível aos apelos meramente fascinantes de um produto, contribuirá para que sua escolha se torne mais consciente.

CAPÍTULO 11

Dinâmica do movimento circular uniforme

ou: O que garante que a Lua permanecerá naturalmente em sua órbita?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Reconhecer a resultante centrípeta como responsável pela alteração do vetor velocidade nos movimentos circulares.
- Identificar a resultante centrípeta nas situações em que o movimento é circular ou semicircular.
- Resolver problemas que contenham corpos em movimento circular sob a ação de um conjunto de forças.

2 Sobre a questão introdutória



Propomos que você comece o capítulo pedindo aos alunos exemplos de movimentos circulares do cotidiano deles. Trata-se de revisar as situações já estudadas em outros capítulos deste volume. Será muito importante que os alunos percebam que há um salto no tratamento

da questão. A abordagem anterior, presente na Cinemática, descreve sem, no entanto, apresentar a causa do movimento circular.

É fundamental os alunos perceberem que estão ampliando uma base conceitual que já possuem. Certamente eles associam a origem do movimento a uma força, embora provavelmente ainda não tenham se dado conta de sua direção e sentido e tampouco do caráter “forçado” que esse tipo de movimento apresenta. Aconselhamos que você os auxilie a estabelecer essas relações. É bastante comum os estudantes associarem a tendência de sair pela tangente a uma força de inércia. Recomendamos que você retome o conceito de inércia, caso isso venha a ocorrer.

Salientamos a necessidade de que a questão introdutória do capítulo seja aproveitada com a intenção de atingir os objetivos almejados na sua proposição, que foram apresentados na parte geral deste *Suplemento*.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Para o caso do automóvel de massa m executando uma curva de raio R num plano horizontal, sabemos que a resultante centrípeta é a força de atrito de escorregamento lateral exercida pela pista. Assim, temos $R_{cp} = F_{at}$. Logo, à medida que a velocidade v aumenta, a força de atrito de escorregamento lateral deverá aumentar para possibilitar a curva. A velocidade atingirá valor máximo, sem derrapagem, quando a intensidade da força de atrito lateral atingir o valor máximo, ou seja, $F_{at} = \mu \cdot N$. Teremos, assim:

$$R_{cp} = F_{at} \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = \mu \cdot N \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow$$

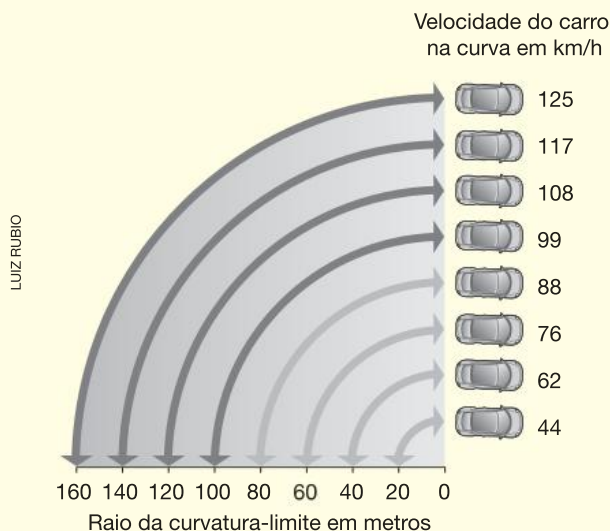
$$\Rightarrow \mu = \frac{v^2}{gR} \quad \text{ou} \quad \Rightarrow v = \sqrt{m \cdot g \cdot R}$$

Logo, quanto maior a velocidade, maior deve ser o valor do coeficiente de atrito entre os pneus e a pista.

O gráfico a seguir pode ser útil na discussão dos valores de velocidade. Você pode pedir aos alunos que calculem os valores do coeficiente de atrito de escorregamento lateral (suposto constante) entre os pneus e a pista, suposta horizontal e seca, quando um carro de massa 1.000 kg percorre a curva com velocidades constantes de 108 km/h e de 88 km/h. Peça aos alunos que calculem também a razão entre os valores encontrados e os interpretem.

Quem dirige um carro deve saber que as curvas não podem ser feitas a qualquer velocidade. Mas isso não porque arriscamos “levar uma multa”, mas porque o veículo não tem condições de continuar “colado” na pista e pode sair pela tangente. No gráfico, podemos ver os

raios de curvatura-limite para o asfalto seco e em boas condições, em função da velocidade. Se o motorista diminui o raio da curva quando está na trajetória-limite, o carro perde aderência e...



Dados obtidos em pista seca, de inclinação nula em relação à horizontal.

Adaptado de: *Moto perpétua – A segurança através da Ciência e da Educação*. MEC & FIAT para a Escola.



Para enriquecer sua aula, sugerimos a leitura do texto “Avaliação da carga mental de trabalho em pilotos da aviação militar”, de M. H. BAUMER, disponível em: <www.tede.ufsc.br/teses/PEPS2731.pdf>; acesso em: 18 nov. 2015. O texto aborda a “força G” e a aceleração da gravidade.

CAPÍTULO 12

Leis de Kepler

ou: O que é preciso para um astro ser considerado um planeta do Sistema Solar?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Descrever o movimento dos corpos celestes com base nas três leis de Kepler.
- Aplicar as leis de Kepler em situações-problema identificando as bases fenomenológicas que as sustentam.
- Perceber que os movimentos de corpos orbitando ao redor da Terra são regidos pelas mesmas leis vigentes no Sistema Solar.
- Estabelecer as relações entre as concepções de Universo ao longo da história e identificar o contexto em que estão inseridas.

2 Sobre a questão introdutória



A pergunta que abre este capítulo é bastante relevante. Após o “rebaixamento” de Plutão, que deixou sua condição de planeta do Sistema Solar, e com a mídia constantemente noticiando a descoberta de um novo corpo a orbitar o Sol, a questão tem a intenção de despertar no estudante a curiosidade sobre as condições que devem ser satisfeitas para que um astro seja considerado planeta de nosso sistema. Além disso, quer-se saber quais são as concepções alternativas em relação a esse conhecimento, de maneira que possamos definir com considerável rigor as estratégias que mais se adequarão a esse caso, para estabelecer a mudança conceitual, se necessário.

Recomendamos especial atenção ao enfoque histórico dado ao capítulo. As concepções geocêntricas e heliocêntricas do Universo não devem estar dissociadas do contexto da época, e não podemos dar a entender que os cientistas de um período passado foram menos favorecidos de inteligência do que os de hoje. Pelo contrário, sem telescópio ou luneta, para Aristóteles e Ptolomeu, era o Sol que se movia ao redor da Terra, pois, em relação a um referencial na Terra, é o que de fato ocorre. É tarefa do professor mostrar aos alunos que uma teoria científica é uma construção, resultado da superação de obstáculos de que a anterior não deu conta. Desse modo, a ciência não é vista como domínio de gênios, que, em uma tarde inspiradora, propõem uma teoria que revoluciona a humanidade, mas como fruto de muitas idas e vindas, alguns acertos e muitos erros e, principalmente, muito trabalho. O contato com a história de como as leis de Kepler foram concebidas surpreende os alunos, principalmente por este fator: a persistência e o trabalho. A obsessão de Kepler em fazer com que as observações que herdara de Tycho Brahe se encaixassem em expressões e leis matemáticas acabou por derrubar quase todos os dogmas legados pelos gregos. O Universo não era esférico. Muitos anos se passaram antes de Kepler se render ao fato de que as órbitas são elípticas.

A tabela da página 151 do livro do aluno, que relaciona períodos e distâncias dos planetas ao redor do Sol, deve ser amplamente discutida. Recomendamos que você estabeleça uma forma de trabalhar as escalas astronômicas de distância. Sugerimos que em uma tira de papel de 6 m de comprimento sejam desenhados pontos que representem os oito planetas do Sistema Solar (lembramos que Plutão não é mais planeta, no entanto propomos que seja representado), cujas distâncias estejam numa escala de 10 milhões de km para cada 1 cm de papel. Com

esse recurso pode-se tornar “visível” a diferença significativa entre as distâncias dos planetas em relação ao Sol.

A importância de Galileu no estabelecimento daquilo que se convencionou denominar método científico é imensa. Coube a ele a autoria do primeiro projeto que reconhecemos como verdadeiramente científico. Sua procura pelas provas que refutaram para sempre o modelo geocêntrico é um marco no desenvolvimento da Física e no modo de pensar da ciência moderna. “Fui capaz de ver mais longe apenas porque estava **apoiado sobre ombros de gigantes**”, disse Newton referindo-se a Kepler e a Galileu. Essa reconhecida importância justifica nossa opção por escolher como complemento ao estudo do capítulo o texto de Marcelo Gleiser sobre a trajetória desse cientista, que pode ser encontrado no seguinte endereço eletrônico: <<https://goo.gl/TZHGfC>>; acesso em: 18 nov. 2015. Recomendamos ler com os alunos ou fazer uma apresentação das ideias principais.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Na página da internet <<http://www.sbfisica.org.br/fne/>>; acesso em: 18 nov. 2015, clicando em v. 4, n. 2, out. 2003, você poderá encontrar o trabalho “O problema do ensino da órbita da Terra”, de autoria de João Batista Garcia Canalle. Esse trabalho é uma excelente fonte de atualização para o professor, pois propicia o pensar a respeito de sua própria atuação e a revisão de suas concepções sobre o tema.

CAPÍTULO 13

Gravitação universal

ou: *Gravidade zero – isso existe mesmo?*

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Entender os parâmetros que compõem a lei da gravitação universal e percebê-la como uma força fraca.
- Relacionar a lei da gravitação universal a situações envolvendo corpos em órbita e campos gravitacionais.
- Compreender as condições para que um corpo entre em órbita e saber calcular a velocidade orbital.
- Identificar as condições de imponderabilidade no espaço.

2 Sobre a questão introdutória



A questão que abre o capítulo é tema frequente nas aulas de Física. Astronautas e suas aventuras fascinam nossos estudantes.

Para muitos deles, flutuar em uma situação que simula a gravidade zero é experiência que gostariam de viver. Ser astronauta por algumas horas é o programa que algumas empresas autodenominadas especializadas em “turismo espacial” oferecem aos passageiros que se aventuram em um avião que realiza manobras parabólicas no ar, subindo e descendo, provocando a sensação de inexistência de gravidade.

São raros os alunos que sabem que, mesmo em órbita, uma nave não estaria a uma distância suficiente da Terra para que o campo gravitacional terrestre fosse praticamente nulo. As imagens costumeiramente veiculadas pela tevê mostram astronautas, comida e ferramentas flutuando naquilo que a maioria dos locutores chama de “gravidade zero”. Sugerimos que você ouça as ideias expostas pela classe sobre esse assunto e recolha as impressões dos alunos registradas por escrito.

O conteúdo deste capítulo deve propiciar o uso significativo de recursos didáticos tais como textos e imagens. Os assuntos relacionados ao espaço são amplamente divulgados pela mídia jornalística e televisiva. Apesar de toda notícia ser marcada pelo tempo presente, julgamos ser importante ensinar nossos alunos a reconhecerem marcas de temporalidade que revelam quando o artigo ou a notícia foram escritos.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Sugerimos que, antes de introduzir o conceito de campo gravitacional, você discuta com os estudantes as ideias deles sobre o tema a partir das questões a seguir.

Divida a classe em grupos e peça que relatem suas conclusões para o restante da turma.

1º *O que aconteceria com a Terra se a Lua, um dia, sumisse no espaço ou fosse destruída?*

Resposta (fornecida por Roberto Bosczo, astrônomo do Instituto de Astronomia e Geofísica da USP): Na hipótese de a Lua ser destruída, à parte os prejuízos dos poetas e dos namorados, o planeta Terra sofreria várias alterações. Algumas delas seriam fáceis de perceber, outras não. As marés altas, por exemplo, perderiam cerca de 70% da intensidade atual.

A periodicidade principal das marés passaria das 12 h 25 min para 12 h. Essa variação afetaria determinadas formas de vida que se desenvolvem associadas às marés. Em outra escala, que não afetaria as pessoas de forma tão sensível, haveria modificações nos movimentos de rotação e de translação da Terra, já que certas perturbações gravitacionais atribuídas à Lua deixariam de existir. O único satélite natural do planeta também provoca, na Terra, as chamadas marés terrestres. Elas fazem com que as imensas placas da crosta terrestre subam e desçam, boiando sobre o magma – matéria pastosa do interior da Terra. Esse fenômeno é semelhante ao que ocorre com os navios que boiam sobre as águas dos mares, subindo e descendo ao sabor das variações das marés. Esses movimentos de deformação da matéria provocam atritos que ajudam a manter aquecido o interior do planeta. Se a Lua sumisse no espaço, essas deformações diminuiriam bastante, acelerando o processo de resfriamento do interior da Terra.

2º É possível existir gravidade sem ar? Por quê?

3º Até onde vai a gravidade da Terra? Por quê?

Muitos alunos parecem associar a existência da gravidade ao ar. Uma imagem muito comum, a dos astronautas caminhando em solo lunar, parece confirmar isso. De fato, os homens caminham com dificuldade, embora bem presos ao chão. Discuta isso com os alunos.

Caso haja uma sala de computadores em sua escola e seja possível a conexão com a internet, proponha aos alunos que, em duplas, naveguem no site do Inpe (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais). Eles conhecerão os satélites brasileiros em órbita e obterão informações técnicas sobre órbitas, altitude, velocidade etc.

No contexto científico-tecnológico atual, é importante que os alunos reconheçam os diversos desdobramentos tecnológicos associados diretamente à lei da gravitação universal e à dinâmica newtoniana. A construção de satélites e a tecnologia necessária para colocá-los em órbita, incluindo os elementos que deles decorrem, tais como sinais de tevê, celulares, rastreamento terrestre, localização (GPS), não poderiam existir sem o conhecimento que advém das teorias de Newton. Além disso, é importante que você estimule o debate sobre aspectos não só científicos presentes na ocupação de espaço, mas também sobre os interesses políticos, econômicos e comerciais que a tecnologia e a exploração do Cosmo despertam nas pessoas.



A evolução tecnológica observada no período da Guerra Fria, décadas de 1960, 1970 e 1980, foi intensa e esteve diretamente relacionada à corrida espacial entre russos e estadunidenses. O lançamento dos primeiros satélites e as viagens à Lua foram utilizados para

apregoar o poder militar e tecnológico de cada regime, democrático, por um lado, e comunista, por outro. A abordagem dos conceitos físicos relacionados aos movimentos dos satélites e foguetes pode ser contextualizada com base nos aspectos marcantes da Guerra Fria. Se você julgar procedente, poderá, em conjunto com professores de outras disciplinas, apresentar aos alunos textos e filmes que abordam esse período. Sites que podem ser consultados: <<http://goo.gl/bDMz12>>; <<https://goo.gl/a6WPRm>>; acessos em: 7 mar. 2016.



O lixo espacial se transformou em uma preocupação permanente de cientistas e governos. Choques entre corpos que orbitam e outros que vagam sem rumo pelo espaço vêm se tornando comuns. Várias reportagens têm tratado do assunto, algumas estão disponíveis nos endereços a seguir: <<http://goo.gl/H6aGve>>; <<http://goo.gl/v83eX>>; acessos em: 7 mar. 2016.

Propomos que esse assunto seja discutido em sala de aula como finalização da unidade.



A atividade proposta é uma boa oportunidade para explorar um dos fatores que determinam a força de atrito: o coeficiente de atrito. Esse fator pode ser obtido experimentalmente. Além disso, pode-se orientar os alunos para que verifiquem quais variáveis são importantes para determinar a relação entre os dois coeficientes de atrito. Os alunos devem perceber que entre as duas situações, para a cartolina e a lixa, algumas grandezas permanecem constantes, como a constante elástica e a força normal, permitindo a determinação da relação entre os coeficientes de atrito estático máximos. Inúmeros tipos de superfícies podem ser testados para a obtenção de resultados comparativos, com ou sem a presença de camadas fluidas. Textos para consulta e simulações podem ser encontrados na internet: <<http://goo.gl/Aixv5Q>>; acesso em: 7 mar. 2016.



Embora a atividade seja bastante simples e de rápida execução, ela torna claro o conceito de força resultante mostrando ao aluno que, por menor que ela seja, faz entrar em movimento o sistema de corpos sobre o qual atua. Essa atividade experimental pode ser feita em sala de aula, na quadra de esportes da escola, preferencialmente em trios. Após a realização, chame a atenção dos alunos para o fato de que qualquer corda presa em dois pontos fixos, por mais esticada que esteja, sofre uma deformação se um corpo for pendurado nela, mesmo que a massa desse corpo seja muito pequena. Por essa razão, os amigos se movimentam na segunda situação proposta na atividade.

Dois contra um

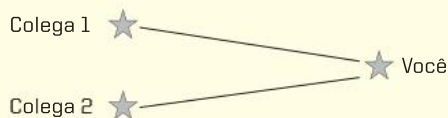
Objetivo: mostrar que, por menor que seja a força resultante aplicada sobre um sistema de corpos, este não consegue permanecer em repouso.

Material

- Uma corda de aproximadamente 2 metros.

Procedimento

1. Peça a seus colegas que se posicionem lado a lado, cada um segurando firmemente uma extremidade da corda. Segure a corda, aproximadamente na metade de seu comprimento, e tente puxar seus colegas em sua direção, conforme indicado na figura a seguir.

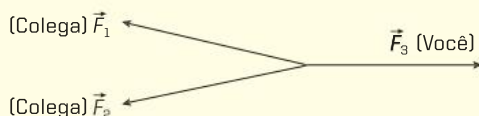


É provável que você não consiga puxá-los, porque são dois contra um. Mas, de qualquer maneira, é importante que você tente. Utilize um diagrama das forças que atuam na corda para justificar por que você não conseguiu ou teve dificuldade para mover os colegas.

2. Agora, peça a seus colegas que se posicionem um em frente ao outro. Cada um deve puxar a corda e tentar mover o outro ao seu encontro, de maneira que cada um fique parado, como em uma disputa de cabo de guerra equilibrada. Segure novamente a corda e tente puxá-la, exercendo uma força menor do que aquela aplicada na primeira situação. Seus colegas permanecem parados? Justifique o resultado em um diagrama das forças que atuam sobre a corda.

Respostas

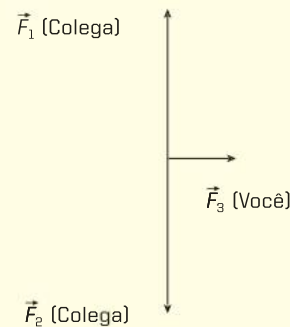
1. Por mais forte que você seja, é provável que não tenha conseguido puxar seus colegas, pois a configuração das forças do sistema é desfavorável a você. Veja o diagrama de forças:



Observe que as forças que seus colegas aplicam à corda se somam, de maneira que a força resultante entre essas duas forças é a maior possível e, portanto, você deve aplicar uma força considerável à corda para mover os colegas.

2. Nessa situação, se você considerar cada um dos colegas que puxa uma extremidade da corda e aplica a mesma força, o sistema deve permanecer em equilíbrio, o que significa que a resultante de forças

é nula. No momento em que você puxa a corda, por menor que seja a força aplicada, a resultante de forças deixa de ser nula e o sistema entra em movimento na direção e no sentido da força que você põe na corda. Veja o diagrama:



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

É claro que, quando seus colegas começam a se movimentar, o sistema (você, seus colegas e a corda) tende à configuração da situação inicial e aí você deve aumentar cada vez mais a força aplicada para que o movimento continue.



Sugerimos iniciar a discussão da atividade dividindo a classe em grupos e perguntando aos alunos o que sabem sobre buracos negros e por que têm esse nome. Solicite que anatem as opiniões dos grupos para comparação após a realização da atividade.

Muitos já têm um conhecimento prévio sobre o assunto, pois há filmes que utilizam os buracos negros para justificar viagens no tempo ou a velocidades próximas à da luz, ou ainda como passagem para outras dimensões e universos.

No final da atividade, peça aos grupos que comparem as opiniões anteriores com as conclusões obtidas após as pesquisas. Há sites que abordam os temas propostos e podem ser indicados como fonte de consulta para a realização da atividade. Exemplos:

<<http://www.observatorio.ufmg.br/Pas96.htm>>

<<http://ciencia.hsw.uol.com.br/buracos-negros2.htm>>

<<http://goo.gl/Tukkd5>>

Acessos em: 7 mar. 2016.

Para finalizar, sugerimos que você e sua turma assistam ao filme *Interestelar* (produção: EUA; direção: Christopher Nolan; 2014; 2h49min). A história gira em torno de uma missão espacial que tem o objetivo de procurar um planeta que pudesse ser habitado pela humanidade, pois a Terra estava se deteriorando rapidamente. Nessa viagem, um astronauta atravessa um buraco negro. Há várias reportagens que analisam o filme do ponto de vista da Física. Consulte: <<http://goo.gl/TMQhzR>>; <<http://goo.gl/p31tE9>>; <<http://goo.gl/hM2bsU>>; <<http://goo.gl/SK3UgW>>; acessos em: 19 fev. 2016.

Sólidos e fluidos em equilíbrio estático



Abertura da unidade



A seguir, apresentamos o que se espera dos alunos ao final desta unidade e uma proposta para introdução dos conteúdos.

Objetivos:

Ao final desta unidade, o aluno deverá ser capaz de:

- Identificar as condições de equilíbrio de um ponto material.
- Definir o momento de uma força.
- Identificar as condições de equilíbrio de um corpo extenso.
- Definir o conceito de pressão.
- Descrever a pressão em um líquido.
- Identificar as forças presentes em um corpo imerso em um líquido.
- Identificar as condições de equilíbrio de um corpo imerso em um líquido.

Para começo de conversa: *Por que o Mar Morto, no Oriente Médio, é conhecido como o mar onde ninguém afunda?*

A questão apresentada na abertura desta unidade faz referência às ideias de flutuação. Para a discussão sobre o tema, proponha aos alunos que relatem suas experiências, se já as tiveram, de flutuar na água salgada ou doce. Peça que descrevam a posição em que devem tentar manter o corpo na água para não afundarem. Espera-se que das respostas ao questionamento surja a possibilidade de discutir o conceito de densidade e também de comparação entre as densidades do líquido e do corpo que flutua nele.

O Mar Morto, também conhecido como lago Asfaltite, é alimentado pelo rio Jordão e se situa no Oriente Médio, no interior da Palestina, banhando Jordânia, Israel e Cisjordânia. Do ponto de vista climático e geográfico, a região é praticamente desértica, com verões de altas temperaturas.

A característica marcante desse lago é a alta concentração de sal, que impossibilita o desenvolvimento de qualquer forma de vida, sendo por isso chamado de Mar Morto. Os peixes, por exemplo, que chegam pelo rio Jordão, morrem instantaneamente ao entrarem nele.

Nosso corpo é constituído, em grande parte, de líquidos de densidade próxima à da água, sem contar a dos tecidos, músculos e ossos. Assim, a densidade média de nosso corpo é um pouco maior do que a da água e, por isso, tendemos a afundar quando mergulhamos, e precisamos saber nadar para ficar bem em profundidades maiores do que nossa altura. Entretanto, há uma parte do nosso corpo que tem densidade média menor do que a da água: os pulmões.

O ar contido neles faz com que a densidade média de nosso dorso seja menor do que a da água, assim, tendemos a alinhar nosso corpo com a superfície da água quando queremos boiar. Mas, mesmo nessa condição, nossos pés tendem a afundar, e é preciso mexê-los de vez em quando.

No caso dos peixes, as bexigas natatórias fazem o mesmo papel que nossos pulmões. Para subir à superfície, um peixe deve reduzir sua densidade total expandindo seu volume sem aumentar significativamente sua massa. Para reduzir sua densidade total, um peixe enche sua bexiga com o oxigênio coletado da água circundante através das guelras. Quando a bexiga é preenchida com oxigênio, o peixe apresenta um volume maior, mas seu peso não aumenta quase nada. Assim, expandida, ela desloca mais água e o peixe fica sujeito a maior empuxo. Ao se tornar maior do que o peso, o empuxo leva o peixe para cima. Quando a bexiga é completamente esvaziada, o peixe apresenta o volume mínimo e afunda em direção ao fundo do oceano. Para permanecer em um mesmo nível, o peixe infla sua bexiga deslocando um volume de água correspondente ao seu próprio peso. Nesse caso, as forças de empuxo e peso se equilibram e o peixe permanece na profundidade desejada.

A maioria dos peixes sobe e afunda regulando sua bexiga natatória. Algumas espécies não precisam de uma bexiga natatória porque vivem no fundo do mar. Outros peixes, como as arraias e os tubarões, sobem e afundam impulsionando-se para a frente.

Toda essa discussão, complementando os comentários dos alunos, poderá servir para introduzir ideias que serão desenvolvidas na unidade, como o significado da densidade de um corpo e a comparação entre densidades, a existência da força de empuxo, o equilíbrio de forças quando um corpo flutua em líquido etc.

Convite à reflexão

Nesta unidade, trataremos de algumas grandezas que asseguram o equilíbrio estático para corpos dispostos, por exemplo, em um móvel. Também será discutido como se comportam os objetos quando envoltos em líquidos ou gases que estão em repouso em relação a eles. Para iniciar o estudo da unidade, proponha à turma a discussão das questões a seguir.

- Por que nas competições de ginástica olímpica as posições nas quais os atletas permanecem em equilíbrio estático por alguns segundos são tão valorizadas?
- Uma bola de ferro pode boiar na água?
- Por que a torre de Pisa, na Itália, apesar de inclinada, não cai?
- Conta a lenda que o grego Arquimedes (século III a.C.) teria dito o seguinte: “Deem-me uma alavanca e um ponto de apoio e moverei a Terra”. Caso fosse possível ter seu pedido atendido, Arquimedes poderia realmente mover o planeta?

As questões devem ser respondidas pelos alunos com base em suas ideias sobre o assunto, sem o temor de exporem uma resposta errada. Estimule-os a pensar sobre os assuntos ligados ao saber físico. Preferencialmente recolha o que escreveram, mas não corrija. Após o término de estudo da unidade, solicite que respondam às mesmas questões e comparem suas respostas com aquelas que foram recolhidas no início.

CAPÍTULO 14

Estática do ponto material e do corpo extenso

ou: É possível ficar em repouso fazendo muita força?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Identificar as condições de equilíbrio de um ponto material e de um corpo extenso.
- Efetuar a decomposição de vetores em duas direções perpendiculares a fim de verificar a condição de equilíbrio.
- Aplicar as condições de equilíbrio de um corpo, pontual ou extenso, na resolução de situações-problema.

2 Sobre a questão introdutória



Corpos em equilíbrio estático são observados em inúmeras situações, e os alunos sabem disso. O que talvez eles

não saibam é que o equilíbrio não significa **ausência de forças**, mas sim **ausência de resultante de forças**; e a questão que propomos para a abertura do capítulo leva isso em conta.

O exemplo utilizado para a apresentação da decomposição das forças em duas direções é o do atleta olímpico executando exercícios nas argolas. Você também poderá explorar o exemplo a seguir, pedindo aos alunos que considerem a possibilidade de serem suspensos, por sua própria força, segurando em uma barra fixa.



Questionando-os sobre em qual situação é maior a força necessária em cada braço, a fim de manter o equilíbrio, será possível introduzir a possibilidade de decompor as forças das duas direções perpendiculares e impor resultante nula em cada direção. Propomos que sejam utilizados, de fato, dados selecionados de seus alunos, por exemplo, a massa de um deles e um ângulo de abertura dos braços em uma medida que considerarem razoável, e que os módulos das forças em cada caso sejam calculados em conjunto.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



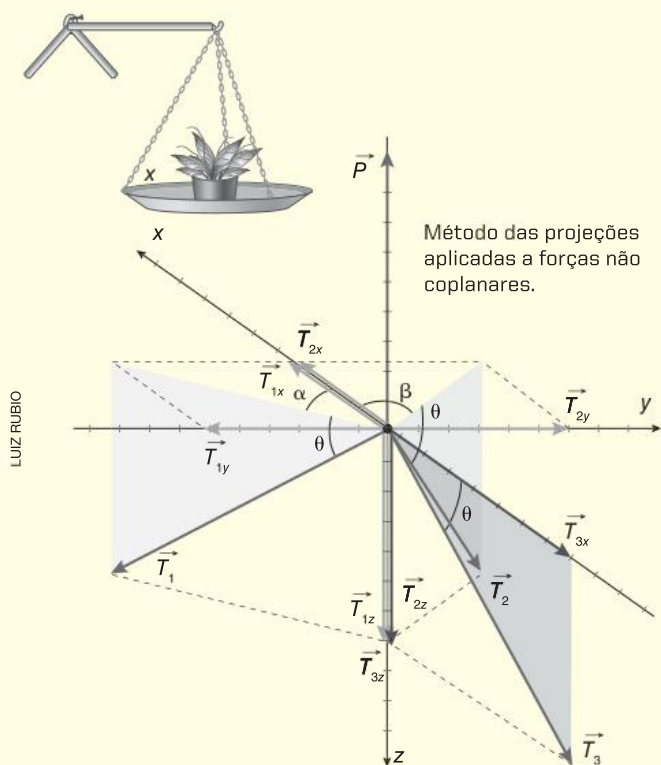
Discutimos no capítulo apenas a situação de equilíbrio estático quando as forças que agem sobre o corpo são coplanares. Sabemos, todavia, que há uma série de casos em que o equilíbrio se estabelece a partir de forças não coplanares, e os alunos podem ser convidados a pensar sobre isso.

A condição de equilíbrio estático quando um corpo está sob a ação de três ou mais forças não coplanares é semelhante à analisada para forças coplanares. A diferença consiste em decompor as forças não apenas nas direções x e y , mas também na direção z , ortogonal às anteriores. A dificuldade, nesse caso, é maior, e cabe a você avaliar se convém ou não apresentar aos alunos situações-problema dessa natureza.

Observe a representação da decomposição das três forças de tração que mantêm um vaso equilibrado.

O método das projeções (ou da decomposição) de forças em dois eixos pode ser aplicado no estudo do

equilíbrio de corpos em que atuam forças coplanares. No vaso sustentado por três correntes, as forças não são coplanares, por não atuarem em um mesmo plano. Nesse caso, a projeção deve ser feita em três eixos: x , y e z . Também nesse caso, para que o ponto material esteja em equilíbrio estático, é necessário que os componentes da força resultante em cada um dos eixos sejam nulos.



Neste texto, discutem-se os tipos de equilíbrio: estável, instável e indiferente. Recomendamos sua leitura e discussão em sala de aula.

Tipos de equilíbrio

• Equilíbrio estável

Um corpo rígido apoiado ou suspenso está em equilíbrio estável se ele retorna à posição de equilíbrio após ser ligeiramente afastado dela.

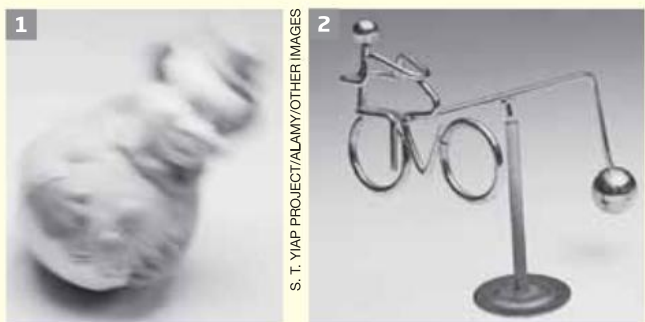


Figura A • Tanto o brinquedo João-teimoso (1) quanto o móvel (2) são exemplos de objetos em equilíbrio estável, pois retornam às suas posições de equilíbrio quando afastados ligeiramente dessas posições.

• Equilíbrio instável

Quando um corpo rígido em equilíbrio instável está apoiado sobre uma superfície e é afastado de sua posição de equilíbrio, as forças que atuam sobre ele tendem a afastá-lo ainda mais dessa posição. É o caso, por exemplo, de uma esfera em equilíbrio, no alto de uma lombada. Se uma força atua para retirá-la dessa posição, ela não retorna, pois a força peso que incide sobre ela a afastará ainda mais da posição de equilíbrio (fig. B).

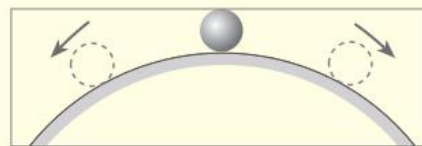


Figura B • No alto da lombada, a bolinha encontra-se em equilíbrio instável, pois não retorna à sua posição de equilíbrio ao ser dela retirada.

• Equilíbrio indiferente

Ao colocar um lápis “deitado” sobre uma mesa, observaremos que ele fica em equilíbrio na posição em que for colocado. Quando deslocamos o lápis dessa posição para outra, novamente observa-se o equilíbrio. Temos, nesse caso, o exemplo de um corpo rígido no chamado equilíbrio indiferente (fig. C).



Figura C • No equilíbrio indiferente, um objeto permanece em equilíbrio em uma nova posição quando retirado de sua posição de equilíbrio.

CAPÍTULO 15

Hidrostática: pressão em fluidos

ou: Por que os ouvidos doem quando atingimos certa profundidade ao mergulhar?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Reconhecer o conceito de pressão como resultante da aplicação de uma força sobre a área determinada.

- Identificar a presença da pressão atmosférica em situações do cotidiano.
- Quantificar a dimensão de pressão atmosférica que atua nos corpos próximos da superfície da Terra, por meio de comparações e/ou analogias.
- Reconhecer os elementos importantes – densidade, peso e pressão – presentes nos experimentos de Torricelli para a determinação da pressão atmosférica.
- Calcular e interpretar o resultado da pressão em um ponto situado abaixo da superfície livre de um líquido.
- Relacionar, convenientemente, as diversas unidades de medida de pressão, selecionando a mais apropriada para cada situação.
- Aplicar o princípio de Pascal na resolução de situações-problema.
- Determinar a densidade de líquidos a partir de experimentos simulados em tubo “U”.

2 Sobre a questão introdutória



Os barotraumas auditivos, ou traumas causados pela pressão, podem ocorrer quando se desce uma serra em um veículo, durante o pouso de um avião ou durante um mergulho em profundidade. A pressão atmosférica age sobre as cavidades preenchidas pelo ar. No caso das orelhas, a principal envolvida é a orelha média, já que, normalmente, ela está isolada do meio externo. Com o aumento da pressão externa, ocorre uma retração da orelha média. Com isso, o tímpano se retrai e a mucosa começa a exsudar, ou seja, a liberar líquido. Esse fenômeno causa dor, e caso a diferença de pressão não seja equilibrada, pode desencadear sangramento da mucosa ou até provocar perfuração do tímpano. Para equilibrar a pressão, é necessário que a tuba auditiva se abra. Habitualmente, para abri-la, as pessoas fazem alguma manobra, como engolir em seco, bocejar ou tentar soprar o ar com o nariz tampado. Mas se a dor persistir, indicando que há uma lesão, é preciso que a pessoa passe por um serviço médico.

Fonte: <<http://www.brasilmergulho.com/port/artigos/2013/010.shtml>>. Acesso em: 7 jan. 2016.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Uma das maiores dificuldades no trato com conceitos de hidrostática se refere à variedade de unidades de medida de pressão e de densidade; essa dificuldade ocorre quando o tratamento matemático do conteúdo é valorizado em excesso. Para não incorrer nessa postura, julgamos importante que seja priorizado o

tratamento conceitual, fornecendo aos alunos, sempre que necessário, os fatores de conversão entre as diversas unidades.

No SI, a pressão é escrita em N/m^2 , e precisamos chamar a atenção dos alunos para o fato de que o uso de fórmulas de cálculo exige compatibilidade entre as unidades de todos os seus termos, e que as unidades do SI são, para esse fim, as mais apropriadas. Todavia, devido às características das aplicações da pressão a toda uma gama de fenômenos, sabemos que as unidades do SI acabam sendo deixadas em segundo plano. Não vemos problema nisso, desde que os alunos tenham claro que as unidades diferentes expressam, nesse caso, valor de uma mesma grandeza: a pressão.

Consideremos, por exemplo, o caso da pressão do ar contido nos pneus de um automóvel ou de uma bicicleta. Poucos motoristas ou ciclistas sabem que o valor da “calibragem” pode ser expresso em N/m^2 ou em kgf/cm^2 , em vez de libras/pol². Isso, que não é um problema para o motorista comum, pode ser um problema para o aluno, especialmente se ele não souber que um valor de pressão escrito em uma dessas unidades pode não ter a mesma ordem de grandeza quando escrita em outra unidade. Sobre isso, você poderá pedir que os alunos formem uma imagem mental acerca da dimensão de uma pressão de 100.000 N/m^2 , associando-a a um cofre de 10 toneladas apoiado sobre uma área de 1 m^2 .

Em seguida, os alunos poderão ser convidados a refletir sobre o fato de que a pressão interna dos pneus de um automóvel é, pelo menos, duas vezes maior do que essa que o cofre exerce no solo.

Em resumo, é importante que os alunos consigam dimensionar os valores de pressão que obtêm nos exercícios, independentemente da unidade em que expressam o resultado, desde que combinem adequadamente as unidades das grandezas envolvidas.



Não é incomum os alunos não compreenderem a real dimensão da pressão atmosférica, especialmente porque nunca foram confrontados com situações de ausência de ar. A fim de suprir tal dificuldade, você pode sugerir que eles leiam textos como “Pressão: definição e medidas”, disponível em: <<http://goo.gl/POLoSm>>; “Os seres vivos e a pressão atmosférica”, “Pressão atmosférica e altitude”, disponíveis em: <<http://goo.gl/cPgW9>>; acessos em: 7 mar. 2016.

Se julgar conveniente, sugira também aos alunos a realização de um experimento simples, e bastante elucidativo, publicado na revista *Física na Escola*, v. 8, n. 1, 2007. Disponível em: <<http://goo.gl/yNEfly>>. Acesso em: 7 mar. 2016.



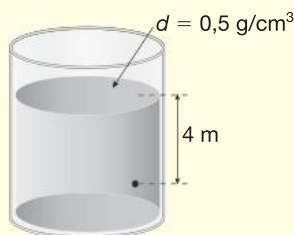
O tratamento matemático fornece a estrutura necessária à construção dos conceitos físicos. Todavia, o exagero na abordagem matemática da interpretação dos fenômenos, reduzindo-os muitas vezes a uma ou duas fórmulas, é um equívoco que precisamos estar atentos para não cometer. Uma das funções do professor, nesse sentido, é detectar as ideias matemáticas fundamentais para a apresentação do tema estudado naquele momento. Isso feito, poderá destacar a presença dessas ideias e chamar a atenção dos alunos para que as identifiquem e as apliquem na resolução de situações-problema.

A principal ideia matemática que fornece a estrutura necessária à compreensão dos conceitos de pressão e densidade é, sem dúvida, a ideia de “proporcionalidade”. Não parece exagero afirmar que perto de 100% das situações-problema envolvendo esses conceitos podem ser resolvidas pelos alunos.

Diante disso, enfatizamos a possibilidade de atribuir às fórmulas de cálculo de densidade, pressão nos líquidos e empuxo, a importância que lhes é devida, colocando-as, todavia, num nível inferior àquele em que colocará o cálculo proporcional.



De acordo com os comentários expostos anteriormente, acerca da prioridade do raciocínio proporcional, citamos agora um exemplo contextualizado sobre o cálculo do valor da pressão em um ponto a uma certa profundidade de um líquido. Vamos supor que seja necessário obter o valor da pressão (p) em um ponto a 4 m de profundidade em um líquido de densidade $0,5 \text{ g/cm}^3$.



LUÍZ RÚBIO

Para determinar a pressão no ponto, os alunos poderão aplicar a fórmula de cálculo (dgh), mas oriente-os a fazê-lo utilizando o raciocínio proporcional. Para tanto, eles podem, por exemplo, proceder da seguinte forma.

- Se 10 m de profundidade na água significam 1 atm, 4 m de profundidade na água significam 0,4 atm, como confirma a proporção:

$$\frac{10 \text{ m}}{1 \text{ atm}} = \frac{4}{0,4 \text{ atm}}$$

- Como a densidade do líquido é metade da densidade da água (0,5 para 1,0), a pressão a 4 m no líquido será também metade da pressão a 4 m de profundidade na água.

Assim,

$$p = 0,2 \text{ atm}$$

Em resumo, podemos resolver os problemas utilizando o raciocínio proporcional se adotarmos os dados da água como base para comparação com os dados dos demais líquidos.



Os dois maiores aquíferos do Brasil são o Guarani e o Saga (Sistema Aquífero da Grande Amazônia), anteriormente chamado de Aquífero Alter do Chão. Apesar de privilegiado na concentração de água doce, o país ainda precisa implementar políticas eficientes de proteção aos mananciais, pois já há muitos rios contaminados por mercúrio, esgotos e resíduos industriais, e o risco de contaminação dos aquíferos também é alto. Para ilustrar o assunto, você pode solicitar aos alunos que pesquisem sobre a distribuição da água doce no planeta.



Pergunte a seus alunos se já fizeram medição da pressão arterial e quais foram os valores obtidos. Questione se identificam em seu cotidiano alguma ação saudável para evitar a hipertensão. O professor de Biologia poderia ser consultado sobre as doenças associadas à hipertensão. Há fatores que contribuem para evitá-la, como a manutenção do índice de massa corporal abaixo de 25 kg/m^2 , a alimentação balanceada e com baixo consumo de sódio, encontrado especialmente em alimentos industrializados, a prática regular de atividades físicas, entre outros.



Hidrostática: princípio de Arquimedes

ou: É mais fácil boiar no mar ou em uma piscina?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Identificar a presença da força de empuxo em situações do cotidiano.
- Estabelecer comparação entre valores de densidades de um corpo sólido e de um líquido, a fim de determinar a posição de equilíbrio de um corpo quando colocado no líquido.

- Calcular e interpretar o módulo da força de empuxo que age sobre corpos flutuando na superfície de um líquido.

2 Sobre a questão introdutória

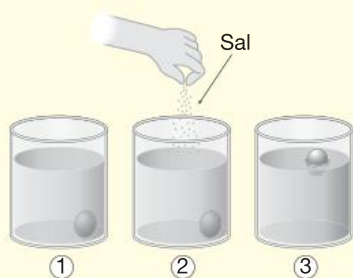


Neste capítulo, abordamos um tema que costuma provocar grande interesse nos alunos, pois explora um assunto detectado em diversas aplicações bastante próximas de seu cotidiano. A questão proposta na abertura do capítulo pode ou não ser respondida com facilidade, dependendo da vivência que os alunos tiverem com a situação. Para alguns, inclusive, deve parecer difícil boiar em qualquer tipo de líquido, e, para esses, podemos salientar que é comum observar a flutuação de corpos que, à primeira vista, são mais densos do que a água, como navios e balsas, por exemplo.

Especificamente sobre o boiar ou afundar nesse ou naquele tipo de líquido, apresentamos a clássica experiência do ovo na água, que descrevemos a seguir.

Coloque água em uma panela, ou béquer, e acrescente um ovo (1). O ovo vai ao fundo, mostrando que sua densidade é maior do que a da água.

Adicione sal, pouco a pouco, na água, mexendo sempre para que dissolva completamente (2). Em certo momento, o ovo subirá à tona, ficando com uma parte de seu volume acima da linha da água. A água com sal tem densidade maior do que a água “doce” e, também, densidade maior que a do ovo, que, portanto, tende a flutuar (3).



LUIZ RUBIO

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Sugerimos a leitura do artigo “Arquimedes e a coroa do rei: problemas históricos”, de Roberto de Andrade Martins, publicado no *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 17, n. 2, p. 115-121, ago. 2000. Instituto de Física, Unicamp. Disponível em: <moodle.stoa.usp.br/mod/resource/view.php?id=38493>; acesso em: 15 dez. 2015.



A análise da condição de um corpo em um líquido, se totalmente imerso ou não, pode ser feita pela compara-

ção entre as densidades do corpo e do líquido. Essa conduta valoriza a aplicação do raciocínio proporcional, tão importante para a estruturação do conhecimento físico. No caso, por exemplo, de um corpo de densidade $0,9 \text{ g/cm}^3$ lançado na água de densidade $1,0 \text{ g/cm}^3$, podemos afirmar que 90% de seu volume ficará imerso, visto que sua densidade é 90% do valor da densidade da água.

Quando um corpo de $0,5 \text{ m}^3$ e densidade $0,7 \text{ g/cm}^3$ é colocado em um líquido de densidade $1,2 \text{ g/cm}^3$, e queremos calcular o empuxo que age sobre ele, podemos orientar os alunos a aplicar a fórmula de cálculo do empuxo (dVg), mas podemos também estimulá-los a aplicar o raciocínio proporcional, da seguinte forma:

- A densidade do corpo é cerca de 58,33% da densidade do líquido, pois $0,7 \div 1,2 = 0,58333\ldots$ Isso significa que 58,33% do volume do corpo fica imerso, ou seja:

$$58,33\% \text{ de } 0,5 \text{ m}^3 \approx 0,29 \text{ m}^3$$

Desse modo, $0,29 \text{ m}^3$ de volume de líquido também é deslocado. Como a densidade do líquido é $1,2 \text{ g/cm}^3$, a massa de líquido deslocado é:

$$0,29 \text{ m}^3 \cdot 1.200 \text{ kg/m}^3 = 348 \text{ kg}$$

O peso do líquido deslocado é igual ao empuxo; portanto, o empuxo é de 3.480 N.

Naturalmente, poderíamos afirmar que o corpo em equilíbrio, flutuando na superfície do líquido, sofre um empuxo igual ao seu peso, e fazer:

- A densidade é de $0,7 \text{ g/cm}^3$ ou 700 kg/m^3 , e o volume é $0,5 \text{ m}^3$.

Logo, a massa do corpo é $700 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,5 \text{ m}^3 = 350 \text{ kg}$, e o peso é 3.500 N.

A diferença entre os dois valores, 3.480 N e 3.500 N se deve às aproximações realizadas no primeiro procedimento.

Como se vê, há várias maneiras de abordar o cálculo do empuxo, e caberá a você orientar seus alunos na escolha da maneira que eles julgarem mais adequada a cada situação-problema.



A atividade auxilia os alunos na compreensão do conceito de empuxo. É também uma ótima oportunidade para reforçar o conceito de peso de um corpo. Os alunos muitas vezes inferem que o peso de um objeto submerso se altera. Chame a atenção para o fato de que o peso é uma força sobre o corpo que corresponde à atração que a Terra exerce sobre ele. Uma vez que as massas dos dois corpos (Terra e objeto mergulhado) não se alteram e a distância entre eles também não se altera (não consideravelmente), a força peso permanece igual.

O site a seguir pode ser utilizado como fonte de pesquisa: <<http://goo.gl/eB5ciN>>; acesso em: 8 mar. 2016.

Trabalho e energia mecânica



Abertura da unidade



A seguir, apresentamos o que se espera dos alunos ao final desta unidade e uma proposta para introdução dos conteúdos.

Objetivos:

Ao final desta unidade, o aluno deverá ser capaz de:

- Conhecer os conceitos de trabalho e de potência e associá-los aos processos de transformação de energia.
- Compreender a relação entre o trabalho realizado e a variação da energia cinética e das diferentes formas de energia potencial.
- Identificar sistemas conservativos e sistemas dissipativos, relacionando-os com a conservação ou a dissipação da energia mecânica e de outras formas de energia.

Nesta unidade, apresentamos uma das ideias centrais do curso de Mecânica do Ensino Médio: a energia mecânica e sua conservação.

A ideia de energia é amplamente utilizada no cotidiano e confunde-se muitas vezes com as noções de força e potência. São ideias reforçadas por expressões como “repor energias” ou “poupar energias”. Sabemos que as concepções que o estudante possui acerca de um conceito científico são construídas ao longo de sua vida, muitas delas baseadas nas evidências dos sentidos, na sua relação com o meio ambiente. Assim, enfatizamos a importância de conhecer as preconcepções dos estudantes sobre o tema “energia” por entendermos que a aprendizagem de conceitos complexos ocorre, sobretudo, por meio da organização e reestruturação de esquemas conceituais. Julgamos que elaborações mentais essenciais ao saber físico serão mais facilmente alcançadas se realizadas a partir de noções intuitivas e ideias prévias sobre o assunto.

É legítimo reconhecer o tema “energia e suas transformações” como um elemento nuclear do currículo da disciplina Ciências de acordo com as atuais diretrizes educacionais oficiais divulgadas pelo MEC nas *Orientações Curriculares para o Ensino Médio* em 2006. Ainda que se verifique durante o Ensino Fundamental grande preocupação dos professores da disciplina em descrever e explicar os fenômenos naturais relacionando-os ao conceito de

energia e sua conservação, percebemos que os “modelos de energia” dos alunos, nessa fase de escolaridade, frequentemente estão distantes daqueles que se prestarão à construção de explicações científicas sobre o tema ou mesmo ao desenvolvimento de modelos mais sofisticados.

Para começo de conversa: *Quais são os tipos de energia que você conhece? Em quais situações você reconhece sua presença?*

Essas questões visam descobrir as circunstâncias nas quais os estudantes reconhecem a existência de energia. A análise das respostas pode sugerir uma forma de entender como eles conceituam a energia a partir dos saberes cotidianos e do conhecimento escolar de ciências. Costumeiramente, os alunos identificam situações em que há movimento ou atividades físicas com “gasto de energia”. Também surgem ideias envolvendo as condições das fontes energéticas e combustíveis, tais como petróleo, carvão, eletricidade e, eventualmente, concepções associadas aos seres vivos – plantas e animais. Raros são os alunos que associarão algum tipo de energia a um elástico ou mola deformada, ou a um alpinista no alto de uma montanha. As energias potencial elástica e gravitacional, valorizadas na ciência escolar, são pouco utilizadas em situações cotidianas e na mídia; portanto, devem ser amplamente exemplificadas em nosso estudo.

Propomos reunir os alunos em grupos para que troquem ideias visando a elaboração de uma lista com os tipos de energia e as situações em que ocorrem.

Você pode anotar na lousa as formas de energia relacionadas pela classe e, tendo a lista como referência, começar a questionar a presença de alguma forma de energia em situações que serão discutidas posteriormente na unidade, tais como: uma bicicleta em movimento; uma mola ou elástico deformados; um fruto que despenca de uma árvore; a água que cai de uma cachoeira; o carrinho de montanha-russa em sua trajetória.

Após a apresentação dos tipos de energia, sugerimos a leitura do texto “O que é energia”, do físico Richard Feynman, Prêmio Nobel de Física de 1965, a seguir. Você pode fazer uma leitura comentada de modo a verificar a compreensão de cada um dos trechos do texto antes de prosseguir. Caso haja possibilidade, recomendamos distribuir uma cópia do texto para cada aluno.

O que é energia?

[...]

Existe um fato ou, se você preferir, uma *lei* que governa todos os fenômenos naturais que são conhecidos até hoje. Não se conhece nenhuma exceção a essa lei – ela é exata até onde sabemos. A lei é chamada de *conservação da energia*. Nela enuncia-se que existe uma certa quantidade, que chamamos de energia, que não muda nas múltiplas modificações pelas quais a natureza passa. Essa é uma ideia muito abstrata, porque é um princípio matemático; ela diz que existe uma quantidade numérica que não muda quando algo acontece. Não é a descrição de um mecanismo ou algo concreto; é apenas um estranho fato de que podemos calcular algum número e, quando terminamos de observar a natureza fazer seus truques e calculamos o número de novo, ele é o mesmo. [...] Uma vez que essa é uma ideia abstrata, ilustraremos seu significado por uma analogia.

Imagine uma criança, talvez “Dênis, o Pimentinha”, que possui blocos que são absolutamente indestrutíveis e não podem ser divididos em pedaços. Todos são iguais entre si. Vamos supor que ele possui 28 blocos. A mãe dele o coloca numa sala com os 28 blocos no início do dia. No final do dia, sendo curiosa, ela conta os blocos muito cuidadosamente e descobre uma lei fenomenal – não importa o que ele faça com os blocos, sempre restam 28! Isto continua por vários dias, até que um dia só há 27 blocos, mas uma pequena busca mostrou que um deles estava debaixo do tapete – ela deve procurar em todos os lugares para se assegurar de que o número de blocos não mudou. Um outro dia, porém, o número parece ter mudado – só há 26 blocos. Uma outra busca cuidadosa indica que a janela estava aberta e, após uma olhada lá fora, os outros dois blocos foram encontrados. Num dia seguinte, uma contagem cuidadosa indica que há 30 blocos! Isto causa um choque considerável, até que ela se lembrou de que Bruce fez uma visita, trazendo consigo seus blocos, e deixou alguns na casa de Dênis. Depois de se desfazer dos blocos extras, a mãe fecha a janela, não deixa Bruce entrar e, então, tudo vai bem até que um dia ela os conta e só encontra 25 blocos. Entretanto, existe uma caixa na sala, uma caixa de brinquedos, e a mãe vai abrir a caixa, quando o menino diz: “Não, não abra minha caixa de brinquedos”, e grita. A mãe não pode abrir a caixa de brinquedos. Sendo extremamente curiosa e um tanto engenhosa, ela inventa um plano! Ela sabe que um cubo pesa 30 gramas (g); então, ela pesa a caixa nesse dia, quando só tinha achado 28 blocos, e descobre que seu peso [sua massa] é 160 g. Da próxima vez em que ela quiser verificar os blocos, ela pesará a cai-

xa de novo, subtrairá os 160 g e dividirá por 30. Ela descobre o seguinte:

$$(\text{blocos achados}) + \frac{(\text{massa da caixa}) - 160 \text{ g}}{30 \text{ gramas}} = \text{constante (1)}$$

Daí, aparentemente, surgem novos desvios, mas uma análise cuidadosa indica que a água suja na banheira está mudando de nível. O menino está jogando blocos na água e ela não consegue vê-los, pois a água está muito suja, mas ela consegue descobrir quantos blocos estão na água acrescentando outro termo à sua fórmula. Uma vez que a altura original da água era de 15 cm e cada bloco eleva a água $\frac{1}{2}$ cm, a nova fórmula é:

$$(\text{blocos achados}) + \frac{(\text{massa da caixa}) - 160 \text{ g}}{30 \text{ g}} + \frac{(\text{altura da água}) - 15 \text{ cm}}{\frac{1}{2} \text{ cm}} = \text{constante (2)}$$

No aumento gradual da complexidade do mundo dela, encontra-se uma série de termos representando as formas de calcular quantos blocos estão em lugares onde ela não consegue ver. Como resultado, ela encontra uma fórmula complexa, uma quantidade que *tem de ser calculada* e que sempre permanece com o mesmo valor independente da situação.

Qual a analogia disto com a conservação da energia? O aspecto mais notável que deve ser abstraído dessa situação apresentada é que *não existem blocos*. Retire o primeiro termo das equações (1) e (2) e perceberemos que estamos calculando coisas mais ou menos abstratas. A analogia tem os seguintes pontos. Primeiro, quando calculamos a energia, às vezes, parte dela sai do sistema e vai embora ou, outras vezes, parte entra no sistema. Para verificarmos a conservação da energia, devemos ter cuidado para não colocar ou retirar energia do sistema. Segundo, a energia tem um grande número de *formas diferentes* e existe uma fórmula para cada uma. Elas são: energia gravitacional, energia cinética, energia térmica, energia elástica, energia elétrica, energia química, energia da radiação, energia nuclear e energia da massa. Se totalizarmos as fórmulas para cada uma dessas contribuições, ela não mudará, exceto quanto à energia que entra e sai.

É importante perceber que, na Física atual, não temos conhecimento do que é a energia. Não temos um quadro de que a energia vem em pequenas gotas de magnitude definida. Isto não é assim. Entretanto, existem fórmulas para calcular certas quantidades numéricas e, ao somarmos tudo, o resultado é “28” – sempre o mesmo número. É algo abstrato no sentido de que não nos informa o mecanismo ou a razão para as várias fórmulas.

FEYNMAN, Richard. *Lições de Física*. Porto Alegre: Bookman, 2008. v. 1.

Convite à reflexão

Para incentivar os alunos a refletir sobre o assunto da unidade, sugerimos que respondam oralmente às questões a seguir.

- É possível fazer força e não realizar trabalho?
- Posso medir minha potência?
- Como funciona uma montanha-russa?

As reflexões suscitadas podem contribuir para a construção do conhecimento esperado nesta unidade, pois, como enfatizamos, a explicação baseada nas concepções alternativas dos estudantes ou em suas lições escolares anteriores pode ajudá-los a desenvolver modelos mais sofisticados acerca do conceito de energia.

A primeira questão aborda o entendimento do conceito de trabalho tratado distintamente pelo saber físico em relação à nossa experiência cotidiana. Para a maioria dos estudantes, os termos força e energia são indissociáveis, sendo, portanto, impossível fazer força sem que realizemos trabalho. Trabalho mental, social, intelectual, corporal são expressões presentes nos saberes cotidianos. Cabe a você, a partir dessas visões, favorecer a formação da ideia que concebe o trabalho como realizado pela força. Os alunos deverão se tornar capazes de entender que só forças que provocam deslocamento podem realizar trabalho, no sentido físico do termo. Exemplos são importantes. O homem que, parado, segura uma criança nos braços não está realizando trabalho, apesar da força necessária para isso.

A segunda questão trata da potência associada a uma força, por exemplo, a força peso de uma pessoa ao término de uma escalada vertical.

Talvez o exemplo mais intrigante e atraente desta unidade seja aquele relacionado ao movimento dos carrinhos em uma montanha-russa. Trata-se de um brinquedo presente na maioria dos parques de diversões, que encanta tanto os que se aventuram a passear pelos “sobes e desces” tortuosos de seu percurso como as pessoas que do lado de fora se restringem a admirar os corajosos viajantes que passam aos gritos e em alta velocidade. Poucos alunos imaginam o que torna o carrinho capaz de tantos movimentos. Muitos supõem que são necessários inúmeros motores para manter o carrinho se deslocando, e um número ainda maior desses alunos desconhece o fato de que ainda resta energia mecânica quando o veículo para sob a ação de freios potentes.

CAPÍTULO 17

Trabalho, potência e energia cinética

ou: Por que tráfegar em alta velocidade é sempre tão perigoso?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Conhecer os conceitos de trabalho e de potência e associá-los aos processos de transformação de energia.
- Explicar em quais casos o trabalho realizado por uma força é positivo, negativo ou nulo.
- Resolver problemas que envolvam trabalho, potência e rendimento.
- Associar o movimento de um corpo à sua energia cinética.
- Compreender a relação entre o trabalho realizado e a variação de energia cinética de um corpo.

2 Sobre a questão introdutória



Como dissemos anteriormente, a questão sobre “como fazer força sem realizar trabalho” pode desestabilizar a relação que os estudantes estabelecem entre força e energia. Sabemos que é comum os alunos utilizarem os termos força, movimento e energia indistintamente. Nesse caso, sugerimos que você proponha situações nas quais algumas forças realizam trabalho e outras não. Exemplos: as forças presentes em um avião em movimento, um carro que se choca com uma árvore, um menino nadando, um caminhão que perde o freio em uma ladeira, uma pessoa que espera o trem segurando uma mala.

A ideia de associarmos a um corpo em movimento certa quantidade de energia é bem aceita pelos alunos. Mais difícil é eles entenderem que essa energia depende do referencial, pois raramente o vinculam ao movimento.

A relação entre trabalho e energia é muito importante. Vale lembrar que ela quebra uma concepção em geral estabelecida desde a infância. Muitas crianças tendem a usar o termo “força” para explicar o movimento de uma bola em um campo de futebol, em situações nas quais os cientistas e professores usariam a expressão “energia cinética”.

Pensando nisso, sugerimos, no decorrer do capítulo, diversos problemas que podem ajudar a modificar essa ideia. Além disso, recomendamos que as unidades de medida envolvidas sejam aproveitadas como mais um dos elementos que diferenciam as grandezas força e energia.



Julgamos que a opção de geração de eletricidade por meio da energia dos ventos merece destaque, pois, além de ser energia não poluente, é uma fonte renovável, e pode suscitar um momento rico de discussão em sala de aula.

A questão a seguir pode ser proposta após a leitura do texto sobre energia eólica que está no livro do aluno.

Suponha que o vento incida nas pás de uma turbina eólica com velocidade de 72 km/h (20 m/s), gerando uma

potência de 100 kW em um local onde a densidade do ar é 1,25 kg/m³. Considerando que toda a energia cinética do vento seja transferida para as pás, qual deve ser o fluxo de ar que as atravessa em litros por segundo?

Resolução:

A potência do gerador é 10⁵ W, o que equivale a um trabalho realizado de 10⁵ J em cada segundo.

Esse trabalho foi obtido por meio da energia cinética do vento. Logo, em 1 s, temos:

$$E_c = \tau \Rightarrow \frac{m_{ar} \cdot 20^2}{2} = 10^5 \Rightarrow \frac{m_{ar} \cdot 400}{2} \Rightarrow m_{ar} = 500 \text{ kg}$$

$$\text{Como } d = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m_{ar}}{d_{ar}} \Rightarrow V = \frac{500}{1,25} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{fluxo de ar} = 400 \text{ m}^3/\text{s} = 400.000 \text{ L/s}$$

CAPÍTULO 18

Energia potencial

ou: **É possível armazenar energia escalando uma montanha?**

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Associar a energia potencial gravitacional e elástica aos trabalhos das forças peso e elástica.
- Reconhecer as situações nas quais se pode associar ao corpo certa quantidade de energia potencial.

2 Sobre a questão introdutória



Este capítulo trata da energia potencial gravitacional e elástica. Recomendamos que você enfatize que, também nesse caso, o trabalho da força é a grandeza responsável pela transferência de certa quantidade de energia ao objeto. No trabalho da força peso e da força elástica, a transferência se dá na medida em que uma possibilidade de movimento possa ser associada aos corpos que estão a determinada altura em relação ao solo ou aos corpos que deformam um sistema elástico.

A pergunta introdutória deste capítulo tem por objetivo fazer com que o aluno perceba que uma das maneiras de armazenar energia é nos distanciarmos do chão (nível de referência). Recomendamos que a questão seja utilizada para atingir os objetivos imaginados na sua proposição, que foram apresentados na parte geral deste *Suplemento*.

Julgamos que as quantidades de energia em joules, como o saber físico utiliza, são de difícil associação para os alunos. Essa dificuldade é ainda mais significativa quando tratamos das energias cinética

e potencial. Embora a unidade joule não faça parte do cotidiano deles, acreditamos que as associações são possíveis desde que estabeleçamos relações, em sala de aula, entre certa quantidade de joules e um fenômeno com o qual eles tenham familiaridade. Sugerimos, a seguir, uma tabela que pode ajudar nessa tarefa, pois apresenta as ordens de grandeza das quantidades de energia.

Energias	
Cinética	Gravitacional
1 PJ	
1 TJ	
1 GJ	
Satélite artificial 3 GJ	Jatim executivo 3 GJ
Avião 2 GJ	
1 MJ	
Carro de corrida 2 MJ	Alpinista no Pico da Neblina 2 MJ
Automóvel 450 kJ	Morador do 4º andar 1,2 kJ
1 kJ	
Pessoa 120 J	Livro de Física sobre a mesa 2 J
1 mJ	
Mosca voando 15 mJ	Mosca no teto 2 mJ
1 µJ	
Tartaruga 0,5 µJ	Formiga no dedão do pé 1 µJ

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUIBIO

Fonte: "Leituras de Física", GREF, Instituto de Física, USP; Cap. 24, p. 73.
Disponível em: <<http://www.laboratoriodefisica.com.br/GREF/mec/mec24.pdf>>. Acesso em: 17 dez. 2015.

CAPÍTULO 19

Transformações de energia mecânica

ou: **Por que o carrinho da montanha-russa não precisa de motor?**

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Conceituar energia mecânica e identificar situações nas quais ela está associada a um sistema.
- Identificar sistemas conservativos e dissipativos, relacionando-os com a conservação ou a dissipação da energia mecânica e de outras formas de energia.

- Entender o princípio da conservação da energia como uma lei geral e reconhecê-lo em situações do cotidiano.

2 Sobre a questão introdutória



A compreensão dos processos nos quais certa quantidade de energia mecânica se transforma em outras formas de energia é um dos assuntos deste capítulo. Avaliamos que o modelo mental no qual se reconhece a validade do princípio da conservação da energia em todos os processos da natureza pode, até este momento, não ter sido de todo construído pelos alunos e, assim, a ideia da conservação talvez não esteja totalmente assimilada. Não é raro encontrarmos alunos nessa fase de escolaridade que raciocinam como se a energia pudesse ser consumida ou desaparecer nos processos de transformação. De modo análogo, alguns estudantes não percebem que a diminuição da energia mecânica ao longo do trajeto de um carrinho em uma montanha-russa pode ter a mesma natureza que o calor produzido pelo trabalho da força de atrito.

Certamente, a discussão sobre as concepções dos alunos relacionadas à pergunta que introduz este capítulo trará elementos para que você conheça como eles pensam sobre um dos princípios fundamentais do saber científico, que é o da conservação da energia. Avaliamos que os elementos que caracterizam o conhecimento prévio dos alunos serão identificados com mais facilidade se sua investigação se iniciar com um olhar mais atento sobre um movimento que notadamente suscita a curiosidade deles: o do carrinho em uma montanha-russa.

Sugerimos que o texto do livro do aluno seja discutido em sala de aula e que você desenhe na lousa um traçado possível para uma montanha-russa ideal e, ao fim da leitura, para uma montanha-russa real. Pergunte aos alunos se é possível pensar em inserir um *looping* no traçado e questione as condições que essa inserção deveria obedecer.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Essa questão pode ser aprofundada discutindo-se as reservas e as formas de obter energia no mundo e no Brasil, a disponibilidade de fontes renováveis etc. A maior parte das fontes de energia utilizadas no Brasil e no mundo são renováveis ou não? Para os meios de transporte rodoviários há combustíveis alternativos aos derivados de petróleo em uso ou em estudo?

Para saber mais, consulte: <<http://goo.gl/zIS2Cl>>; <<http://goo.gl/altvUw>>; <<http://goo.gl/7BT22F>>; <<http://goo.gl/xAut6e>>; acessos em: 22 fev. 2016.



Sugerimos que esta atividade seja proposta no final da unidade. Trata-se de uma forma de sintetizar os conceitos aprendidos em um formato que propicia a troca de informações entre os alunos. Eles devem pesquisar em grupo sobre dez grandes montanhas-russas do mundo, como Kingda Ka, Steel Dragon, Dodonpa, Millenium Force, Top Thrill Dragster, The Thunder Dolphin, Goliath, Dragon Khan, Titan e Nemesis.

Como nossa proposta é sempre relacionar o fenômeno, no caso, o movimento do carrinho na montanha-russa, a algum conceito da Física, neste capítulo isso será realizado utilizando os conceitos de energia cinética e energia potencial. Nesse caso, as grandezas importantes podem ser a altura da “queda”, a velocidade e a massa do carrinho.

Você pode encontrar mais informações sobre esse assunto nos endereços: <<http://goo.gl/m2g0JW>>; <<http://goo.gl/Qzi7jX>>; acessos em: 23 fev. 2016.



Ao iniciar a atividade, sugerimos que você pergunte aos alunos se eles gostam de dançar e se o fazem com frequência. Isso despertará o interesse deles pelo assunto. Em seguida, discuta que tipo de movimento poderia ser equivalente, em termos de energia mecânica, ao movimento da dança. Após a discussão inicial, proponha à turma que realize a atividade. Ela vai permitir que o aluno calcule a potência do trabalho da força que ele faz ao subir uma escada, uma vez que sua força deve superar a força peso. Nessa atividade, em geral, os estudantes tentam determinar o trabalho associado à força peso multiplicando a distância percorrida ao subir a escada pelo valor da força peso deles e pelo ângulo entre essa força e o ângulo de inclinação da escada, que é o mesmo do deslocamento. É importante que eles percebam que apenas os deslocamentos verticais contribuem para o trabalho da força peso, pois o ângulo entre esses deslocamentos e a força peso é de 180°. No caso dos deslocamentos horizontais, esse ângulo é de 90° e, portanto, a força peso não favorece nem prejudica esses deslocamentos, não realizando trabalho. Sugerimos que você use o formato da escada utilizada para discutir essa singularidade. Chame a atenção dos alunos para o fato de que, no caso da força peso, apenas a altura é importante para o cálculo do trabalho.



Sugerimos uma discussão baseada na pergunta que inicia esta seção. Nesta unidade, os alunos aprendem o conceito de energia cinética relacionando-o ao valor da velocidade de um corpo. É importante enfatizar que nenhum objeto pode ter velocidade superior à da luz, assim, a quantidade de energia cinética que um corpo pode adquirir também é limitada.

Princípio da conservação da quantidade de movimento



Abertura da unidade



A seguir, apresentamos o que se espera dos alunos ao final desta unidade e uma proposta para introdução dos conteúdos.

Objetivos:

Ao final desta unidade, o aluno deverá ser capaz de:

- Definir os conceitos de quantidade de movimento e impulso de uma força.
- Relacionar impulso de uma força com a variação da quantidade de movimento de um corpo.
- Estabelecer o princípio da conservação da quantidade de movimento identificando-o nas situações-problema propostas.
- Descrever e analisar as colisões entre os corpos utilizando o princípio da conservação da quantidade de movimento e identificar os choques em que a energia mecânica se conserva.

Nesta unidade, introduzimos os conceitos finais do estudo da Mecânica para o Ensino Médio. Sugerimos que você reserve parte significativa do tempo de aula para a discussão das aplicações dos conceitos de quantidade de movimento, impulso e choques no cotidiano dos alunos. Da quebra de uma xícara ao se chocar com o chão ao uso do *air bag* nos veículos de passeio, são inúmeras as situações relacionadas ao mundo vivencial deles que podem ser explicadas com base no que será aprendido nesta unidade.

Temos notado que os alunos eventualmente apresentam dificuldades ao trabalhar com as grandezas abordadas na unidade por causa de seu caráter vetorial. Julgamos que esses empecilhos podem ser minimizados se você puder relembrar com eles parte do que aprenderam sobre operações com vetores. Acreditamos que a revisão deva ser dada conforme a necessidade. Em outras palavras, sugerimos que sejam reconhecidos os momentos nos quais o estudo de vetores se torna essencial para a compreensão das grandezas, bem como para sua aplicação nos problemas, e que, nesses momentos, você retome como operar com vetores. Em vez de reservar determinado tempo da aula para fazer uma revisão sobre esse assunto, sugerimos que isso não seja descolado de sua aplicação.

A ideia de sistema de corpos também é nova para os alunos e pode demandar mais a sua atenção. Ao contrário das situações envolvidas no estudo da energia mecânica e sua conservação (o carrinho na montanha-russa, o corpo que se desprende da mola), nas situações-problema desta unidade, há sempre mais de um corpo envolvido, e a conservação da quantidade de movimento é relativa a um sistema de corpos, assim como a força resultante ou o impulso resultante. Assim, sugerimos que a ideia de sistema isolado de forças externas seja amplamente discutida de modo a enfatizar a diferença entre sistema conservativo e sistema isolado, uma vez que a conservação de energia mecânica não pressupõe a conservação da quantidade de movimento e vice-versa.

Para começo de conversa: *O que aconteceria se os cerca de 7 bilhões de habitantes da Terra resolvessem andar para o mesmo lado ao mesmo tempo?*

A questão tem a intenção de conhecer o que os alunos pensam a respeito da conservação do movimento. Sugerimos que eles a respondam por escrito e que você recolha as respostas, devolvendo-as ao fim desta unidade. Nesse momento, propomos que seja solicitado aos estudantes que, a partir dos dados fornecidos a seguir, elaborem uma proposta de resolução em que calculem qual seria a velocidade adquirida pela Terra se a ocorrência mencionada fosse possível, supondo que o planeta e sua população configurem um sistema isolado. Destaque para os alunos o fato de que se trata de um cálculo muito simplificado, que parte da suposição de que a Terra está parada inicialmente, bem como a população, e que, apesar disso, o resultado evidencia que a velocidade de rotação não seria afetada. Acreditamos que obter essa resposta, mesmo que aproximada, pode satisfazer uma curiosidade frequente dos alunos.

Dados:

$$M_{\text{Terra}} = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{População da Terra} = 7,0 \cdot 10^9 \text{ habitantes}$$

Massa média de 1 habitante = 50 kg, pois há muitas crianças

$$\text{Velocidade ao andar} = 1,0 \text{ m/s}$$

Resolução:

$$q_i = 0$$

$$\begin{aligned}
 M_{\text{população}} &= 50 \cdot 7 \cdot 10^9 \Rightarrow M_{\text{população}} = 3,5 \cdot 10^{11} \text{ kg} \\
 q_{\text{população}} &= 3,5 \cdot 10^{11} \cdot 1 \Rightarrow q_{\text{população}} = \\
 &= 3,5 \cdot 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \Rightarrow \\
 \Rightarrow q_{\text{população}} &= q_{\text{Terra}} = 6,0 \cdot 10^{24} \cdot v \\
 \text{Logo, } q_i &= q_f \Rightarrow 0 = 6,0 \cdot 10^{24} \cdot v + 3,5 \cdot 10^{11} \\
 \therefore v &= -5,8 \cdot 10^{-14} \text{ m/s ou} \\
 v &= -0,000000000000058 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

Convite à reflexão

Para introduzir o estudo do princípio da conservação da quantidade de movimento, é interessante propor aos alunos as questões a seguir, que podem ser respondidas oralmente ou por escrito:

- Por que os nadadores, ao efetuarem a virada, empurram a parede da piscina com os pés?
- Automóveis seguros devem ou não se deformar ao colidir?
- Como é possível reduzir os efeitos danosos de uma colisão para os passageiros de um veículo?

Recomendamos que os alunos dediquem algum tempo para responder às questões propostas. As reflexões suscitadas por elas podem contribuir para a construção do conhecimento esperado nesta unidade, pois, como enfatizamos, as explicações baseadas nas concepções alternativas dos estudantes ou em suas lições escolares anteriores podem ajudá-los a desenvolver modelos mais sofisticados acerca do que será aprendido.

Como respostas à primeira questão, é esperado que os alunos associem o empurrão dos nadadores a um impulso essencial para retomarem o ritmo do nado após a virada. O conhecimento prévio dos estudantes acerca do conceito de impulso é bastante próximo do saber físico e por isso pode e deve ser considerado. Frequentemente, a ideia dos estudantes está associada a intervalos de tempo pequenos, o que também favorece a compreensão. É pouco provável que eles associem o dobrar das pernas ao aumento de tempo de interação e o consequente aumento da quantidade de movimento do nadador. Como isso será visto no decorrer dos capítulos, sugerimos que sejam registradas apenas as explicações dadas por eles e, no momento da explicação do assunto, sejam utilizadas como parâmetro de comparação.

A segunda questão propõe discutir a crença bastante comum de que um carro seguro é aquele que não amassa quando colide. Dessa maneira, um tanque militar seria o ideal de segurança a ser proporcionado aos passageiros, visto que é praticamente indeformável. Sabemos que não é bem assim, pois, em colisões, quanto maior o tempo de interação entre os veículos que colidem, menor será a força que seus ocupantes receberão. Esse tempo de contato entre os objetos em colisão dependerá da capacidade de deformação do

material utilizado para produzir o carro (lataria, para-choque, para-brisa e painel). Assim, é esperado que, ao fim desta unidade, os alunos percebam que o carro mais seguro é aquele que compatibiliza rigidez e flexibilidade.

Na terceira questão, é provável que os alunos se lembrem do cinto de segurança ou do *air bag*. Descobrir por que esses dispositivos são essenciais à segurança dos ocupantes de um carro e de que maneira o saber físico explica sua utilidade pode constituir material de discussão fértil em sala de aula.

CAPÍTULO 20

Quantidade de movimento e impulso

ou: Por que as embalagens para transportar objetos delicados são feitas de papelão e isopor?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Conceituar a quantidade de movimento e impulso de uma força.
- Identificar na grandeza quantidade de movimento uma maneira de descrever, de modo mais completo, o movimento realizado por um objeto em razão de seu caráter vetorial.
- Associar o impulso de uma força à variação da quantidade de movimento de um corpo.
- Resolver problemas que descrevam situações nas quais a quantidade de movimento varia por meio do impulso exercido por uma força.

2 Sobre a questão introdutória



A sequência adotada para este capítulo propositalmente apresenta o conceito e a expressão da quantidade de movimento antes da definição de impulso. Julgamos que, dessa maneira, os alunos têm mais condições de perceber a continuidade entre os fenômenos ligados à energia mecânica e aqueles que vão estudar nesta unidade. Sugerimos que você inicie sua abordagem pela limitação da grandeza energia cinética em relação à descrição da direção e do sentido em que se dá o movimento de um objeto. Será importante o aluno perceber que na interação, por exemplo, entre a bola e a raquete de tênis, ainda que a bola seja rebatida com a mesma velocidade, a energia cinética associada a ela permanece a mesma, enquanto sua quantidade de movimento sofrerá alteração. Desse modo, evidencia-se, também, a necessidade de operar com vetores ao manipularmos as quantidades de movimento dos corpos.

Gostaríamos de salientar a conveniência da utilização do conceito de força média ao tratarmos do impulso da força em um chute, em uma raquetada, em um saque, em uma colisão e, assim, podermos utilizar a expressão matemática do impulso.

A pergunta tem por objetivo problematizar o assunto do capítulo relacionando o conhecimento prévio dos alunos com os conceitos e temas que serão desenvolvidos. Nesse sentido, cabe pedir a alguns deles que leiam em voz alta as respostas que julgarem prováveis para a questão. Sugerimos que você monte uma lista com algumas das respostas ou recolha várias delas para serem analisadas, comparadas e discutidas ao fim do capítulo. Acreditamos que, agindo dessa maneira, você possibilita aos alunos reconhecerem mais claramente, nos novos conhecimentos aprendidos, os elementos essenciais para responderem com mais propriedade à pergunta inicial.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Sugerimos que seja proposto aos alunos que estimem ou pesquisem alguns valores dos módulos da quantidade de movimento de objetos como: Terra em sua órbita: $q_{\text{Terra}} \approx 1,8 \cdot 10^{28} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ (considerando $m_{\text{Terra}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ e $v_{\text{Terra}} = 3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$); navio em alto-mar; avião à velocidade do som; o saque de um tenista profissional; uma bala de espingarda; uma cortada no vôlei; o elétron de um átomo de hidrogênio em movimento ao redor do núcleo etc.

Uma tabela pode ser montada na lousa e pode ser solicitado aos alunos que calculem também a energia cinética de cada um dos corpos.

Você pode conduzir a discussão de tal maneira que, ao final, os alunos percebam a diferença quantitativa entre a quantidade de energia cinética e a quantidade de movimento que deve ser perdida para que esses objetos parem. Como a perda de energia, na maioria das vezes, é maior, o trabalho da força resultante da frenagem também será maior. Se a situação de desaceleração gerar deformação, quanto maior a energia perdida, maior será a deformação provocada. A intenção é permitir que o aluno consiga, aos poucos, construir uma explicação para encaminhar com mais propriedade a resposta sobre a adequação de carros com latarias menos resistentes.



Ao final da leitura do texto sobre *air bags*, você também pode propor aos alunos o seguinte problema.

Suponha uma colisão na qual um carro está a 126 km/h. O tempo de retardamento do motorista até a parada do veículo é de 0,04 s e sabe-se que, com o impacto, o air bag é acionado. Determine a intensidade da força de frenagem imposta ao motorista supondo que sua massa é de 90 kg. Compare esse valor com aquele obtido em uma colisão na qual o veículo não possui air bag e cujo tempo de frenagem passa a ser 0,01 s.

Resposta:

A velocidade inicial do carro é 35 m/s (126 km/h) e a velocidade final é nula. Como o impulso da força de frenagem ocorre em um intervalo de tempo de 0,04 s, temos:

$$I = F \cdot \Delta t \Rightarrow q_f - q_i = F \cdot \Delta t \Rightarrow 0 - 90 \cdot 35 = \\ = F \cdot 0,04 \therefore F = 78.750 \text{ N}$$

Sem *air bag*, a força teria intensidade de $3,15 \times 10^5 \text{ N}$, ou seja, quatro vezes maior.

Os *air bags*, felizmente, passaram a ser obrigatórios por lei em todos os carros fabricados no país a partir de 2014. Para obter mais informações sobre segurança no trânsito, sugerimos os artigos do site Programa de Segurança Rodoviária, da UFSC. Disponível em: <<https://www.labtrans.ufsc.br/psr/>>. Acesso em: 22 jan. 2016. Julgamos que esse tema possa despertar curiosidade e interesse dos alunos.

CAPÍTULO 21

Conservação da quantidade de movimento

ou: É possível mover um navio simplesmente caminhando sobre seu convés?

1 Habilidades a serem desenvolvidas

- Identificar sistemas isolados de forças externas e calcular a quantidade de movimento de um sistema de corpos.
- Estabelecer o princípio da conservação da quantidade de movimento identificando sua aplicação nas situações-problema.
- Identificar os tipos de choques mecânicos e explicar suas características.
- Descrever e analisar colisões entre os corpos utilizando o princípio da conservação da quantidade de movimento, identificando os choques nos quais a energia mecânica se conserva.
- Reconhecer o princípio da conservação da quantidade de movimento em situações do cotidiano ou em fenômenos que aparecem na imprensa jornalística e televisiva.

2 Sobre a questão introdutória



Este capítulo trata do princípio da conservação da quantidade de movimento aplicado em sistemas que podem ser considerados isolados de forças externas e em colisões. Como vimos, a questão introdutória tem o objetivo de dar início ao saber físico que será desenvolvido posteriormente a partir de uma temática e de uma linguagem próxima do aluno. Ao responder à questão, os estudantes têm a oportunidade de ampliar seu conhecimento prévio com os elementos que, na maioria das vezes, promovem a articulação entre o que eles já sabem sobre o assunto e o que vão aprender. Conhecer o que os alunos pensam sobre o assunto que será ministrado permite utilizar suas concepções prévias para complementar o aprendizado teórico-formal.

O princípio da conservação da quantidade de movimento, por sua universalidade, é um dos princípios de conservação da Física mais fundamentais. Sabemos que é utilizado para calcular a velocidade de recuo das armas, projetar foguetes espaciais e máquinas industriais, ou até na descoberta de partículas integrantes dos átomos ou dos núcleos atômicos e dos corpos celestes. Por essa razão, julgamos que o assunto deva ser amplamente discutido.

Em relação às colisões, optamos por não tratá-las com um aparato matemático formal além daquele que julgamos necessário para a compreensão dos temas relacionados a situações e elementos do cotidiano. Por essa razão, preferimos não formular equações para obter as velocidades possíveis para cada tipo de choque, mas permitir aos alunos que obtenham os valores procurados ao aplicarem o princípio da conservação da quantidade de movimento em cada um dos casos. Pela mesma razão, escolhemos abordar somente as colisões elásticas e completamente inelásticas, relacionando-as com a conservação ou a perda de energia mecânica do sistema de corpos que colidem, eximindo-nos da obrigação, portanto, de introduzir o conceito de coeficiente de restituição.

Ao propor aos alunos que respondam à questão introdutória, sugerimos que você monte uma lista com algumas das respostas ou recolha várias delas para serem analisadas, comparadas e discutidas ao fim do capítulo. Acreditamos que, agindo dessa maneira, possibilitamos a eles reconhecer mais claramente, nos novos conhecimentos aprendidos, os elementos essenciais para responder com mais propriedade à pergunta inicial.

Sugira aos alunos que calculem qual seria a velocidade final de um navio após a caminhada de uma pessoa pelo convés.

3 Orientações para o trabalho dos conteúdos



Para abordar o “Explore em Geografia e História”, propomos que a atividade a seguir seja executada por grupos de três a quatro alunos. Eles podem mostrar os resultados da pesquisa em um painel exposto na sala de aula. O trabalho pode ser avaliado e compor parte da nota do período.

Para que os estudantes conheçam o fenômeno, sugerimos a leitura dos textos: *O evento Tunguska* e *Incidente em Tunguska*. Disponíveis em: <<http://goo.gl/zgU3TI>>; <<http://goo.gl/jiDBmA>>; acessos em: 26 jan. 2016. Por se tratar de uma atividade que envolve conhecimentos de Geografia e de História, a participação dos professores dessas disciplinas poderá gerar um trabalho interdisciplinar, tornando-o mais enriquecedor para todos.

Neste capítulo, os alunos estudam a Física envolvida no fenômeno de colisão entre dois ou mais corpos massivos. Um dos exemplos interessantes da aplicação do estudo de colisões são os aceleradores de partículas que existem em diversos lugares do mundo, em diferentes tamanhos. A Física estudada em aceleradores é recente, tendo se desenvolvido principalmente no século XX, com o advento da chamada Mecânica Quântica. Nesse estudo, está envolvida uma série de grandezas e de princípios de conservação que vão além do que é abordado no Ensino Médio. Mas um fenômeno mais corriqueiro e muito mais antigo, também relacionado a colisões, é o estudo de objetos como meteoros e asteroides.

A todo instante a atmosfera é bombardeada por pequenos fragmentos de corpos celestes conhecidos como meteoros, ou meteoroides, nome proveniente do grego *meteoron*, que significa fenômeno no céu. Além de planetas e satélites, há no Sistema Solar vários corpos que são denominados de acordo com o tamanho. Asteroides, por exemplo, são objetos grandes, porém menores que a Lua. Meteoros ou meteoroides são pequenos asteroides. Meteoritos são os objetos de qualquer tamanho que atingem a superfície da Terra. O evento popularmente conhecido como estrela cadente tem como origem a entrada de meteoros na atmosfera, os quais, devido ao atrito com o ar, esquentam e deixam um rastro brilhante visível a olho nu.

O estudo desses objetos sempre gerou especulação. O que poderia acontecer se um grande objeto colidisse com a Terra? Teria sido um deles, por exemplo, a causa da extinção dos dinossauros? O fato é que esse tipo de evento já parece ter ocorrido

muitas vezes ao longo da nossa história, inclusive recentemente, como é possível verificar pelos noticiários e textos na internet.

Após a leitura dos textos, proponha aos alunos a seguinte atividade em grupo, cujos resultados deverão ser apresentados em um painel:

Procurem localizar, por meio de uma pesquisa em livros, arquivos de revistas ou de jornais ou na internet, outros eventos semelhantes já registrados. Busquem informações relevantes para o saber físico, tais como o tamanho desses objetos (tipicamente o raio), a massa e a velocidade de queda ou a energia transferida nesses impactos. De posse desses dados, calculem várias grandezas físicas estudadas nesta unidade, como a quantidade de movimento, a energia cinética ou a velocidade dos objetos. Calculadas as grandezas, comparem-nas com outras situações, por exemplo, com a quantidade de energia transferida pela bomba atômica de Hiroshima, lançada pelos Estados Unidos sobre essa cidade do Japão em 6 de agosto de 1945. Para localizar a região de ocorrência do evento Tunguska, apresentem um mapa com escala e escrevam um resumo da situação político-econômica da Rússia na época, ou seja, em 1908.



O princípio de conservação da quantidade de movimento é uma lei de conservação fundamental tanto para a Física Clássica quanto para a Física Moderna. É importante mostrar a extensão da aplicação desse princípio utilizando os exemplos citados no texto. De um simples jogo de sinuca até colisões de partículas nos aceleradores, todos são governados por esse princípio. Nesse ponto, a Física Clássica e a Física Moderna estão de pleno acordo.



Sugerimos iniciar perguntando aos alunos se a situação descrita no começo da atividade já foi vista por algum deles no cinema. Questione-os sobre o que torna possível o movimento da espaçonave. Aproveite a oportunidade para relembrar a relação entre o movimento e a 3ª lei de Newton, uma vez que é dela que surge o princípio da conservação da quantidade de movimento. O movimento de uma pessoa ao andar é um bom exemplo dessa relação. Textos para consulta podem ser encontrados na internet:

<<http://goo.gl/Zq7K60>>

<<http://goo.gl/fvmqjm>>

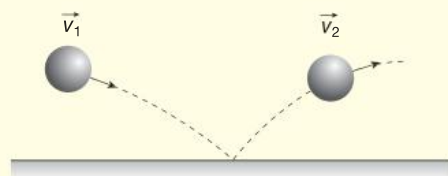
<<http://goo.gl/ECIczc>>

Acessos em: 26 jan. 2016.



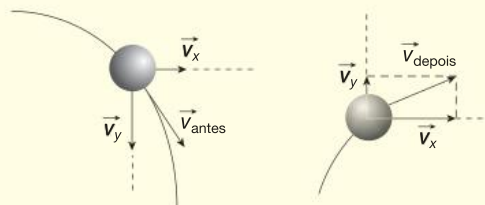
Naturalmente não há possibilidade de a bola ganhar velocidade por bater no gramado, mesmo que ele esteja mo-

lhado. Assim, não é correta a afirmação dos locutores esportivos, embora ela faça sentido, de acordo com a observação que fazemos do movimento. Para discutir o assunto, podemos começar pela representação do movimento da bola, antes e depois do choque com o gramado.



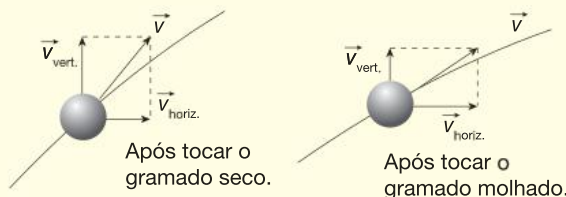
LUIZ RUBIO

Por essa representação, torna-se claro que a altura da bola em relação ao solo diminui após o choque com o gramado. Diminui também o módulo de sua velocidade. Mas o que devemos analisar é como variam as componentes vertical e horizontal da velocidade. Observe as representações dos vetores:



LUIZ RUBIO

Após o choque há uma redução do módulo da componente vertical, pois a bola perde altura. Se o módulo da velocidade v da bola diminui pouco, deve haver, portanto, um aumento do módulo da componente horizontal da velocidade, a fim de compensar a diminuição do módulo da componente vertical. Note na representação anterior que o módulo da velocidade vertical da bola diminuiu enquanto o módulo da componente horizontal da velocidade da bola aumentou. Mas isso ocorre apenas quando a grama está molhada?



LUIZ RUBIO

Não, ocorre em qualquer situação. No caso da grama molhada, a redução do atrito que provoca o deslizamento da bola diminui a componente vertical da velocidade e aumenta sua componente horizontal, proporcionando a sensação de que a bola ganhou velocidade. Na realidade, o vetor velocidade tem seu módulo reduzido, mas esse efeito na componente horizontal nos dá a sensação de que a velocidade da bola aumentou. Dessa forma, a afirmação dos locutores esportivos faz sentido, embora o correto fosse afirmar que, após o choque, aumentou a componente horizontal da velocidade da bola.

3 Resoluções

UNIDADE 1 MOVIMENTOS

CAPÍTULO 1

Conceitos de Cinemática e movimento uniforme (MU)

Questões propostas

1 A trajetória é uma parábola cujo vértice é o ponto de lançamento.

2 a) Para um observador imóvel situado na calçada, o ponto M descreve uma trajetória como a da figura abaixo (pois a bicicleta se move na direção horizontal e M gira junto com a roda).



b) Para um observador que corre ao lado do ciclista com a mesma velocidade da bicicleta, o ponto M descreve uma trajetória circular, cujo centro coincide com o eixo da roda.

3 Do enunciado, temos:

$$s_0 = 8 \text{ cm em } t = 0 \text{ s}$$

$$s_1 = 40 \text{ cm em } t = 4 \text{ s}$$

$$s_2 = 44 \text{ cm em } t = 9 \text{ s}$$

a) O deslocamento nos primeiros 4 segundos foi:

$$\Delta s = s_1 - s_0 \Rightarrow \Delta s = 40 - 8 \therefore \Delta s = 32 \text{ cm}$$

b) O deslocamento nos últimos 5 segundos foi:

$$\Delta s = s_2 - s_1 \Rightarrow \Delta s = 44 - 40 \therefore \Delta s = 4 \text{ cm}$$

4 a) O automóvel que se move em sentido contrário à orientação da trajetória é o automóvel B, pois com o passar do tempo suas posições diminuem, configurando uma velocidade negativa.

b) Em 10 segundos, o automóvel A percorre 150 m, ou seja, percorre 15 m em 1 s. O automóvel B, em 10 segundos, percorre 200 m, ou seja, percorre 20 m em 1 s. Assim, o automóvel B percorre maior distância por segundo.

5 a) Incorreta, pois a velocidade média escalar apenas mostra a relação entre o deslocamento em um intervalo de tempo. Assim, não é possível afirmar que a sua velocidade foi constante em todo o trecho.

b) Incorreta, pois a velocidade média escalar apenas mostra a relação entre o deslocamento em um intervalo de tempo. O automóvel pode ter parado por determinado intervalo, se depois compensou esse atraso com uma velocidade maior.

c) Incorreta, pois a velocidade média escalar apenas mostra a relação entre o deslocamento em um intervalo de tempo. Assim, o automóvel pode ter desenvolvido uma velocidade máxima superior ou inferior a 120 km/h.

d) Incorreta. Supondo um trecho de 60 km, na primeira metade do percurso, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_m} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{30}{40} \therefore \Delta t_1 = \frac{3}{4} \text{ h}$$

Na segunda metade, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{v_m} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{30}{80} \therefore \Delta t_2 = \frac{3}{8} \text{ h}$$

Somando os tempos e verificando a velocidade média no percurso, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s_t}{\Delta t_t} \Rightarrow v_m = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow v_m = \frac{60}{\frac{3}{4} + \frac{3}{8}} = \frac{60}{\frac{9}{8}}$$

$$\therefore v_m \approx 53,3 \text{ km/h}$$

e) Correta. Se a velocidade escalar média vale 60 km/h e a viagem demorou 2 horas, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v_m \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta s = 60 \cdot 2 \therefore \Delta s = 120 \text{ km/h}$$

6 Para que a velocidade escalar média ao longo do trecho de 40 km seja 80 km/h, esse trecho deve ser percorrido num tempo Δt igual a:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} \Rightarrow \Delta t = \frac{40}{80} \therefore \Delta t = 0,5 \text{ h}$$

A distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 15 min ($\Delta t_1 = 0,25 \text{ h}$) foi:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v_m \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta s = 40 \cdot 0,25 \therefore \Delta s = 10 \text{ km}$$

Assim, o trecho de 30 km restante deve ser percorrido em: $\Delta t_2 = 0,5 \text{ h} - 0,25 \text{ h} = 0,25 \text{ h}$

$$\text{Logo: } v_m = \frac{30}{0,25} \therefore v_m = 120 \text{ km/h}$$

7 O tempo gasto pela pessoa no primeiro trecho ($\Delta s_1 = 5 \text{ km}$) foi:

$$v_{m(1)} = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_{m(1)}} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{5}{15} \therefore \Delta t_1 = \frac{1}{3} \text{ h}$$

Como o percurso total é percorrido em 1 hora ($\Delta t = 1 \text{ h}$), o tempo gasto no segundo trecho foi:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \Delta t - \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_2 = 1 - \frac{1}{3}$$

$$\therefore \Delta t_2 = \frac{2}{3} \text{ h} = 40 \text{ min}$$

8 Na primeira metade do percurso ($\Delta s_1 = 60 \text{ km}$), a velocidade média foi 80 km/h e o tempo gasto foi:

$$v_{m(1)} = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_{m(1)}} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{60}{80}$$

$$\therefore \Delta t_1 = \frac{3}{4} \text{ h} = 45 \text{ min}$$

Na segunda metade ($\Delta s_2 = 60 \text{ km}$), a velocidade média foi 100 km/h e o tempo gasto foi:

$$v_{m(2)} = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{v_{m(2)}} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{60}{100}$$

$$\therefore \Delta t_2 = \frac{3}{5} \text{ h} = 36 \text{ min}$$

Logo, o tempo total do percurso foi:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t = 45 + 36 \therefore \Delta t = 81 \text{ min}$$

Se o percurso de 120 km fosse percorrido com velocidade constante de 90 km/h, o tempo gasto seria:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{120}{90} \therefore \Delta t = \frac{4}{3} \text{ h} = 80 \text{ min}$$

A duração não seria a mesma, conforme calculado acima, pois, nesse caso, a velocidade média não é igual à média das velocidades.

9 No trecho AB, temos: $\Delta s_{AB} = 60 \text{ km}$; $\Delta t_{AB} = 45 \text{ min} = \frac{3}{4} \text{ h}$

Logo, a velocidade média desenvolvida nesse trecho foi:

$$v_{m(AB)} = \frac{\Delta s_{AB}}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow v_{m(AB)} = \frac{60}{\frac{3}{4}} \therefore v_{m(AB)} = 80 \text{ km/h}$$

No trecho BC: $\Delta s_{BC} = 80 \text{ km}$

A nova velocidade nesse trecho é:

$$v_{BC} = 1,2 \cdot v_{m(AB)} \Rightarrow v_{BC} = 1,2 \cdot 80 \therefore v_{BC} = 96 \text{ km/h}$$

Logo, o tempo nesse percurso foi:

$$v_{BC} = \frac{\Delta s_{BC}}{\Delta t_{BC}} \Rightarrow \Delta t_{BC} = \frac{\Delta s_{BC}}{v_{BC}} \Rightarrow \Delta t_{BC} = \frac{80}{96}$$

$$\therefore \Delta t_{BC} = \frac{5}{6} \text{ h} = 50 \text{ min}$$

Assim, o tempo total do percurso foi:

$$\Delta t = \Delta t_{AB} + \Delta t_{BC} \Rightarrow \Delta t = 45 + 50 \therefore \Delta t = 95 \text{ min} = 1 \text{ h } 35 \text{ min}$$

Logo, a viagem de A a C durou 1 h 35 min.

- 10** O som da pancada percorreu trechos de mesmo comprimento no ar e nos trilhos com velocidades diferentes e, portanto, em intervalos de tempo diferentes (Δt e $\Delta t + 0,18$). Nos trilhos:

$$v_{\text{som}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 3.400 = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{3.400} \quad (1)$$

No ar:

$$v_{\text{som}} = \frac{\Delta s}{\Delta t + 0,18} \Rightarrow 340 = \frac{\Delta s}{\Delta t + 0,18} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t + 0,18 = \frac{\Delta s}{340} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{340} - 0,18 \quad (2)$$

Igualando (1) e (2):

$$\frac{\Delta s}{3.400} = \frac{\Delta s}{340} - 0,18 \Rightarrow \frac{10\Delta s - \Delta s}{3.400} = 0,18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9\Delta s = 612 \therefore \Delta s = 68 \text{ m}$$

- 11** Velocidade no primeiro trecho: $v_1 = 10,8 \text{ km/h} = 3 \text{ m/s}$
Velocidade no segundo trecho: $v_2 = 14,4 \text{ km/h} = 4 \text{ m/s}$
O intervalo de tempo no primeiro trecho é:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{540}{3} \therefore \Delta t_1 = 180 \text{ s} = 3 \text{ min}$$

O intervalo de tempo no segundo trecho é:

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{v_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{720}{4} \therefore \Delta t_2 = 180 \text{ s} = 3 \text{ min}$$

O tempo total do passeio completo é:

$$\Delta t_{\text{total}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + 30 \Rightarrow \Delta t_{\text{total}} = 3 + 3 + 30 \therefore \Delta t_{\text{total}} = 36 \text{ min}$$

alternativa b

- 12** Distância entre P e Q: $\Delta s_{PQ} = 1 \text{ km} = 1.000 \text{ m}$
Distância entre Q e R: $\Delta s_{QR} = 2 \text{ km} = 2.000 \text{ m}$
O intervalo de tempo de P até Q é:

$$\Delta t_{PQ} = \frac{\Delta s_{PQ}}{v_{m(PQ)}} \Rightarrow \Delta t_{PQ} = \frac{1.000}{20} \therefore \Delta t_{PQ} = 50 \text{ s}$$

O intervalo de tempo no segundo trecho é:

$$\Delta t_{QR} = \frac{\Delta s_{QR}}{v_{m(QR)}} \Rightarrow \Delta t_{QR} = \frac{2.000}{10} \therefore \Delta t_{QR} = 200 \text{ s}$$

A velocidade escalar média em todo o percurso é:

$$v_m = \frac{\Delta s_{PR}}{\Delta t_{PR}} \Rightarrow v_m = \frac{(1.000 + 2.000)}{(50 + 200)} \Rightarrow v_m = \frac{3.000}{250}$$

$$\therefore v_m = 12 \text{ m/s}$$

alternativa b

- 13** O intervalo de tempo no primeiro trecho é:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{80}{80} \therefore \Delta t_1 = 1 \text{ h}$$

O intervalo de tempo no segundo trecho é:

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{v_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{60}{120} \therefore \Delta t_2 = 0,5 \text{ h}$$

Assim, o tempo necessário para a realização da entrega é:

$$\Delta t = 1 + 0,5 \therefore \Delta t = 1,5 \text{ h}$$

alternativa c

- 14** Podemos considerar o móvel descrito como corpo extenso nas situações: **b**; **c**; **e**; **g**; **h**

- 15** Sabendo que o comprimento da centopeia é 8 cm e desprezando a espessura do poste, podemos verificar que ela tem que andar 8 cm para ultrapassar o poste.

Assim:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} \Rightarrow \Delta t = \frac{8}{0,5} \therefore \Delta t = 16 \text{ s}$$

- 16** a) Do gráfico, temos que em $t = 2 \text{ s}$ os dois corpos estão na mesma posição. O movimento de A é no sentido oposto ao da orientação da trajetória (movimento retrógrado; $v_A = -8 \text{ m/s}$). Isso pode ser notado pela **reta decrescente que descreve o movimento de A**. Assim, em 2 s seu deslocamento é igual a -16 m . Sendo $s_{0(A)} = 40 \text{ m}$ a posição inicial do corpo A, depois de 2 s sua posição passa a ser $s = 40 \text{ m} - 16 \text{ m} = 24 \text{ m}$. A posição de B em $t = 2 \text{ s}$ também é $s = 24 \text{ m}$, e sua posição inicial é $s_{0(B)} = 0 \text{ m}$; portanto, o movimento de B é progressivo e sua velocidade é $v_B = 12 \text{ m/s}$. Isso pode ser notado pela **reta crescente que descreve o movimento de B**.

- b) A função horária do espaço do móvel B é:

$$s_B = s_{0(B)} + v_B t = 0 + 12t \therefore s_B = 12t \text{ (SI)}$$

- c) Substituindo t por 3 em cada função horária, obtemos:

$$s_A = 40 - 8t \Rightarrow s_A = 40 - 8 \cdot 3 \therefore s_A = 16 \text{ m}$$

$$s_B = 12t \Rightarrow s_B = 12 \cdot 3 \therefore s_B = 36 \text{ m}$$

A distância D entre os corpos aos 3 s é:

$$D = |s_A - s_B| = |16 \text{ m} - 36 \text{ m}| = 20 \text{ m}$$

- 17** a) Para o automóvel X, temos:

posição inicial: $s_{0(X)} = 90 \text{ m}$

velocidade: $v_X = 9 \text{ m/s}$

Portanto: $s_X = 90 + 9t \text{ (SI)}$

Para o automóvel Y, temos:

posição inicial: $s_{0(Y)} = 0 \text{ m}$

velocidade: $v_Y = 15 \text{ m/s}$

Portanto: $s_Y = 15t \text{ (SI)}$

- b) No instante da ultrapassagem, os dois corpos ocupam a mesma posição.

Igualando as funções horárias dos dois corpos, obtemos:

$$s_X = s_Y \Rightarrow 90 + 9t = 15t \Rightarrow 90 = 6t \therefore t = 15 \text{ s}$$

Substituindo $t = 15 \text{ s}$ em uma das funções horárias, temos:

$$s_{\text{ultrapassagem}} = 90 + 9t \Rightarrow s_{\text{ultrapassagem}} = 90 + 9 \cdot 15$$

$$\therefore s_{\text{ultrapassagem}} = 225 \text{ m}$$

- 18** a) Pela função horária dada, o movimento do corpo é uniforme; então sua velocidade é constante e igual a 5 m/s em qualquer instante.

- b) Substituindo t por 4 na função horária da posição:

$$s = -20 + 5t \Rightarrow s = -20 + 5 \cdot 4 \therefore s = 0 \text{ m}$$

- c) A posição inicial do corpo, quando $t = 0 \text{ s}$, é $s_0 = -20 \text{ m}$. O deslocamento do corpo entre 0 s e 4 s é:

$$\Delta s = s_4 - s_0 = 0 - (-20) \therefore \Delta s = 20 \text{ m}$$

- d) A posição do corpo quando $t = 6 \text{ s}$ é:

$$s = -20 + 5t \Rightarrow s = -20 + 5 \cdot 6 \therefore s = 10 \text{ m}$$

A distância percorrida pelo corpo nos 6 primeiros segundos é:

$$D = |s_6 - s_0| = |10 - (-20)| \therefore D = 30 \text{ m}$$

- 19** Corpo A:

posição inicial: $s_{0(A)} = 0 \text{ m}$

velocidade: $v_A = 5 \text{ m/s}$

Portanto: $s_A = s_{0(A)} + v_A t = 5t \text{ (SI)}$

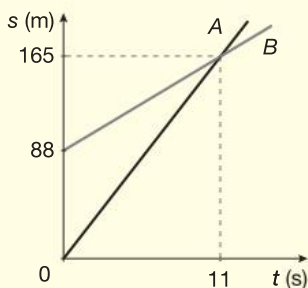
Corpo B:

posição inicial: $s_{0(B)} = -8 \text{ m}$

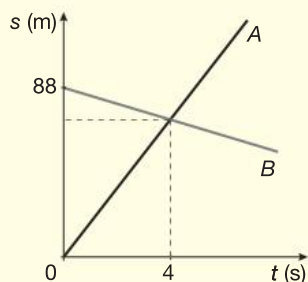
velocidade: $v_B = 5 \text{ m/s}$

Portanto: $s_B = s_{0(B)} + v_B t = -8 + 5t \text{ (SI)}$

- 20** a) Exemplo de gráfico que atende às condições impostas no enunciado da questão.



- b) Exemplo de gráfico que atende às condições impostas no enunciado da questão.



- 21** a) A posição inicial de P é: $s_{0(P)} = 24$ m

Em 6 s, P deslocou-se 18 m (42 m $-$ 24 m); portanto, sua velocidade é:

$$v_P = \frac{18 \text{ m}}{6 \text{ s}} = 3 \text{ m/s}$$

Logo, a função horária será:

$$s_P = 24 + 3t \text{ (SI)}$$

A posição inicial de M é: $s_{0(M)} = 24$ m

Em 6 s, M deslocou-se -12 m (12 m $-$ 24 m); portanto, sua velocidade é:

$$v_M = -\frac{12 \text{ m}}{6 \text{ s}} = -2 \text{ m/s}$$

Logo, a função horária será:

$$s_M = 24 - 2t \text{ (SI)}$$

- b) Substituindo t por 2 nas funções horárias, obtemos:

$$s_P = 24 + 3t \Rightarrow s_P = 24 + 3 \cdot 2 \therefore s_P = 30 \text{ m}$$

$$s_M = 24 - 2t \Rightarrow s_M = 24 - 2 \cdot 2 \therefore s_M = 20 \text{ m}$$

A distância entre P e M aos 2 s era:

$$D = |30 - 20| \therefore D = 10 \text{ m}$$

- c) Para que a distância entre M e P seja igual a 60 m:

$$s_P - s_M = 60 \Rightarrow 24 + 3t - (24 - 2t) = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24 + 3t - 24 + 2t = 60 \Rightarrow 5t = 60 \therefore t = 12 \text{ s}$$

- 22** a) Móvel A:

posição inicial: $s_{0(A)} = 0$ m

velocidade: $v_A = 6$ m/s

Portanto: $s_A = 6t$ (SI)

Móvel B:

posição inicial: $s_{0(B)} = 300$ m

velocidade: $v_B = -9$ m/s

Portanto: $s_B = 300 - 9t$ (SI)

- b) No encontro:

$$s_A = s_B \Rightarrow 6t = 300 - 9t \Rightarrow 15t = 300 \therefore t = 20 \text{ s}$$

Substituindo $t = 20$ s na função horária de A (ou B),

obtemos a posição do encontro (s_{encontro}):

$$s_{\text{encontro}} = 6 \cdot 20 \therefore s_{\text{encontro}} = 120 \text{ m}$$

- 23** A função horária do automóvel é: $s_A = 0 + 80t$

A função horária do caminhão é: $s_C = 60 + 60t$

O intervalo de tempo necessário para que o automóvel alcance o caminhão pode ser determinado igualando as funções horárias dos dois móveis; então, temos:

$$s_A = s_C \Rightarrow 0 + 80t = 60 + 60t \Rightarrow 80t - 60t = 60 \Rightarrow 20t = 60 \Rightarrow t = \frac{60}{20} \therefore t = 3 \text{ h}$$

alternativa c

- 24** Velocidade na pista ao lado: $v_1 = 3$ carros/min $= 9$ m/min

Velocidade na minha pista: $v_2 = 2$ carros/min $= 6$ m/min

A função horária do automóvel da pista ao lado é:

$$s_1 = 0 + 9t$$

A função horária do automóvel da minha pista é:

$$s_2 = 15 + 6t$$

O tempo necessário para o encontro pode ser determinado igualando as funções horárias dos dois automóveis; então, temos:

$$s_1 = s_2 \Rightarrow 0 + 9t = 15 + 6t \Rightarrow 9t - 6t = 15 \Rightarrow 3t = 15 \Rightarrow t = \frac{15}{3} \therefore t = 5 \text{ min}$$

alternativa c

Trilhando o caminho das competências

Coordenadas geográficas

- Considerando a velocidade constante, podemos fazer $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$; em que $\Delta s = 2\pi R$, R é o raio do Equador terrestre e $\Delta t = 24$ h. Assim, considerando $\pi = 3,14$, temos:

$$v = \frac{2\pi R}{24} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6.400}{24} = \frac{40.192}{24}$$

$$\therefore v \approx 1.675 \text{ km/h}$$

Logo, a velocidade de rotação de um ponto da superfície da Terra na linha do Equador é de, aproximadamente, 1.675 km/h, para um observador fixo fora da Terra.

- A velocidade média de rotação de um ponto da superfície da Terra em latitude 30° S, para um observador fixo fora da Terra, será menor que a velocidade média de rotação de um ponto situado na linha do Equador (latitude zero). Isso porque o tempo de rotação é o mesmo para todos os pontos da Terra (24 horas), enquanto em 30° S, o raio é menor que o raio do Equador. Assim, menor distância no mesmo tempo implica velocidade menor.

CAPÍTULO 2

Movimento uniformemente variado (MUV)

Questões propostas

- 1** Convertendo as velocidades escalares, temos:

$$36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s} \text{ e } 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

A aceleração escalar pode ser calculada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Logo, em 1ª marcha, temos:

$$a_{m(1)} = \frac{10-0}{3,6} \therefore a_{m(1)} \approx 2,8 \text{ m/s}^2$$

E, em 2ª marcha, ficamos com:

$$a_{m(2)} = \frac{15-10}{3} \therefore a_{m(2)} \approx 1,7 \text{ m/s}^2$$

Assim, a relação entre as duas marchas será:

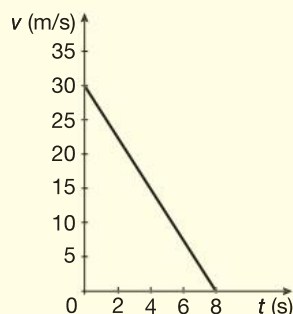
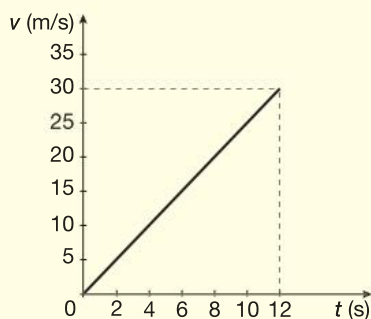
$$\frac{a_{m(1)}}{a_{m(2)}} = \frac{2,8}{1,7} \Rightarrow \frac{a_{m(1)}}{a_{m(2)}} \approx 1,65$$

Portanto, podemos afirmar que o automóvel em 1ª marcha mantém maior valor de aceleração; aproximadamente 65% maior que em 2ª marcha.

- 2 a)** Como a variação de velocidade escalar foi considerada a mesma e o intervalo de tempo é inversamente proporcional à aceleração escalar média, podemos afirmar que a aceleração é maior (em módulo) quando a velocidade escalar diminui.

Portanto, na frenagem, o módulo da aceleração é maior.

- b)** Montando os gráficos dos movimentos, temos:



A distância percorrida, neste caso, é igual ao deslocamento escalar, que será numericamente igual à área compreendida entre o gráfico da função horária e a linha horizontal. Pode-se calcular a diferença entre o deslocamento escalar na frenagem e na aceleração da seguinte maneira:

$$\Delta s_{\text{aceleração}} \stackrel{N}{=} \text{Área}_{\text{aceleração}} = (30 - 0) \cdot \frac{12}{2}$$

$$\therefore \Delta s_{\text{aceleração}} = 180 \text{ m}$$

$$\Delta s_{\text{frenagem}} \stackrel{N}{=} \text{Área}_{\text{frenagem}} = (30 - 0) \cdot \frac{8}{2} \therefore \Delta s_{\text{frenagem}} = 120 \text{ m}$$

Logo, a diferença do deslocamento escalar entre as duas situações será:

$$\Delta s_{\text{aceleração}} - \Delta s_{\text{frenagem}} = 60 \text{ m}$$

Portanto, na aceleração serão percorridos 60 m a mais que na frenagem.

- 3 a)** A velocidade escalar inicial do móvel é $v_0 = 6 \text{ m/s}$. Sua aceleração escalar é:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{4-6}{1-0} \therefore a_m = -2 \text{ m/s}^2$$

- b)** Até o instante $t = 3 \text{ s}$, o movimento é retardado; após $t = 3 \text{ s}$, o movimento é acelerado; pois, quando a velocidade e a aceleração escalar têm sinais opostos, o movimento é retardado, e, quando têm o mesmo sinal, o movimento é acelerado.

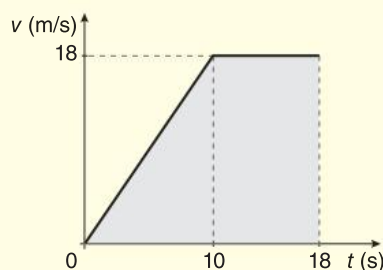
- 4 a)** A aceleração escalar do móvel é constante durante os 10 s mostrados e pode ser calculada por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{6-0}{10-0} \therefore a = 0,6 \text{ m/s}^2$$

- b)** A distância percorrida, neste caso, é igual ao deslocamento escalar, que é numericamente igual à área sob o gráfico:

$$\Delta s \stackrel{N}{=} \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{10 \cdot 6}{2} = \frac{60}{2} \therefore \Delta s = 30 \text{ m}$$

- 5** O corpo parte do repouso ($v_0 = 0 \text{ m/s}$). Depois de 10 s, sob a aceleração de $1,8 \text{ m/s}^2$, sua velocidade é de 18 m/s . A partir desse instante, ela fica constante.



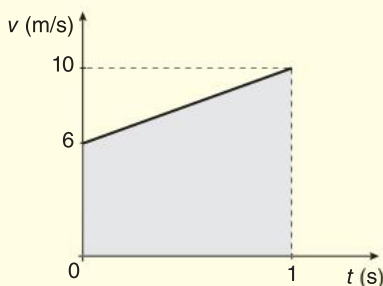
A distância percorrida, neste caso, é igual ao deslocamento escalar, que é numericamente igual à área sob o gráfico (área do trapézio):

$$\Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(18+0) \cdot 18}{2} \therefore \Delta s = 162 \text{ m}$$

- 6 a)** A aceleração escalar do móvel é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{10-6}{1-0} \therefore a = 4 \text{ m/s}^2$$

- b)** Podemos calcular o deslocamento do móvel nesse intervalo de tempo a partir da área sob o gráfico $v \times t$, que representa a situação:



$$\Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(10+6) \cdot 1}{2} \therefore \Delta s = 8 \text{ m}$$

- c)** A função horária da velocidade escalar para o movimento representado é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 6 + 4t$$

Então, em $t = 5,5 \text{ s}$, a velocidade escalar do móvel é:

$$v = 6 + 4 \cdot 5,5 \Rightarrow v = 6 + 22 \therefore v = 28 \text{ m/s}$$

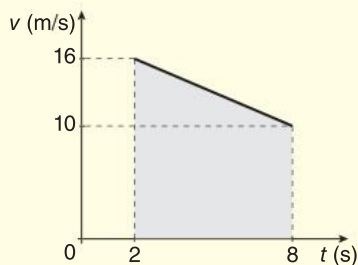
- 7 a)** A aceleração escalar média do automóvel nos 2 s iniciais é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{16-12}{2} \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

- b)** A aceleração escalar média do automóvel nos últimos 6 s é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{10-16}{6} \therefore a = -1 \text{ m/s}^2$$

- c) Se, nos últimos 6 s, o automóvel desenvolveu um MUV, a variação da velocidade escalar ao longo desse intervalo de tempo pode ser representada pelo gráfico:



O deslocamento escalar do automóvel é numericamente igual à área sob o gráfico (área do trapézio):

$$\Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(16+10) \cdot 6}{2} \therefore \Delta s = 78 \text{ m}$$

- 8 a) Sim. Nesse intervalo, o gráfico da velocidade escalar em função do tempo é uma reta inclinada, indicando que a velocidade do automóvel varia de forma constante.

- b) A aceleração escalar nesse intervalo de tempo é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{12,5 - 20}{3 - 0} \therefore a = -2,5 \text{ m/s}^2$$

Sendo $v_0 = 20 \text{ m/s}$, a função matemática que relaciona v e t é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 20 - 2,5t$$

- c) m é o instante em que a velocidade escalar é nula. Se continuasse a se mover com essa aceleração escalar constante, o móvel mudaria de sentido. O valor de m pode ser encontrado substituindo v por 0 na função determinada no item b):

$$v = 20 - 2,5t \Rightarrow 0 = 20 - 2,5m \Rightarrow m = 8$$

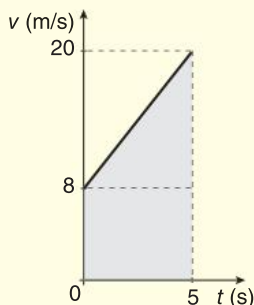
Ou seja, $v = 0 \text{ m/s}$ quando $t = 8 \text{ s}$.

- 9 A aceleração escalar do veículo no intervalo de 5 s é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{20 - 8}{5}$$

$$\therefore a = 2,4 \text{ m/s}^2$$

O deslocamento escalar do veículo é numericamente igual à área sob o gráfico $v \times t$ (área do trapézio), que representa seu movimento no intervalo de tempo entre as fotos.



$$\Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(20+8) \cdot 5}{2} \therefore \Delta s = 70 \text{ m}$$

- 10 Velocidade inicial: $v_0 = 0$ (repouso)

Velocidade final: $v = 540 \text{ km/h} = 150 \text{ m/s}$

Intervalo de tempo acelerado: $\Delta t = 2,5 \text{ min} = 150 \text{ s}$

Se o trem realiza movimento uniformemente acelerado durante 2,5 minutos, sua aceleração é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{150 - 0}{150 - 0} \therefore a = 1 \text{ m/s}^2$$

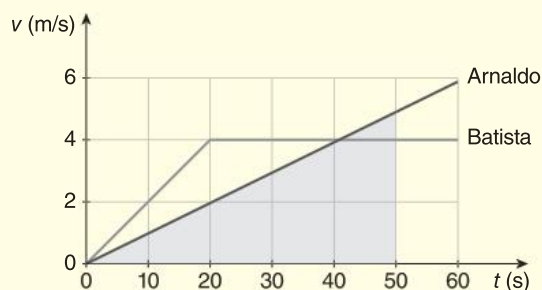
alternativa b

- 11 a) Batista acelera constantemente de 0 a 2 m/s em 10 s. Assim, sua aceleração é:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_B = \frac{2 - 0}{10 - 0} \therefore a_B = 0,2 \text{ m/s}^2$$

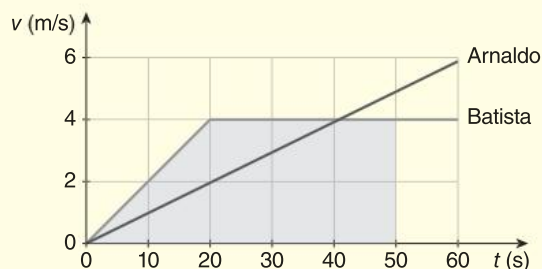
- b) Com base no gráfico, podemos obter as distâncias percorridas por Arnaldo e Batista calculando as áreas entre as curvas de cada um deles e o eixo horizontal.

Para Arnaldo, temos:



$$\text{Área} \stackrel{N}{=} d_A \Rightarrow d_A \stackrel{N}{=} \frac{50 \cdot 5}{2} \therefore d_A = 125 \text{ m}$$

Para Batista, temos:

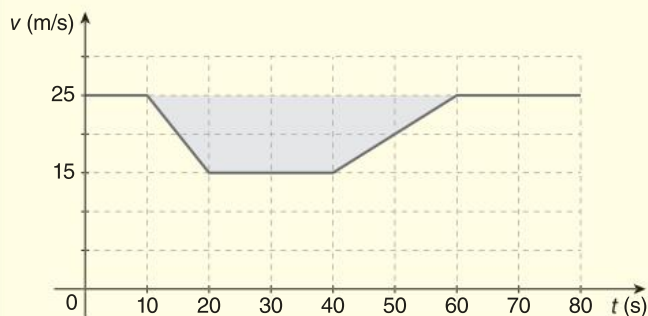


$$\text{Área} \stackrel{N}{=} d_B \Rightarrow d_B \stackrel{N}{=} \frac{(50 + 30) \cdot 4}{2} = \frac{80 \cdot 4}{2} \therefore d_B = 160 \text{ m}$$

- c) A velocidade média de Arnaldo entre 0 e 50 s é:

$$v_A = \frac{d_A}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{125}{50} \therefore v_A = 2,5 \text{ m/s}$$

- 12 Com base no gráfico, podemos obter a distância perdida a partir do cálculo da área do trapézio destacado:



$$\text{Área} \stackrel{N}{=} D \Rightarrow D \stackrel{N}{=} \frac{(50 + 20) \cdot 10}{2} = \frac{70 \cdot 10}{2} \therefore D = 350 \text{ m}$$

alternativa e

- 13 a) Substituindo t por 4 na equação dada:

$$s(t) = 4 - 8t + 2t^2 \Rightarrow s(4) = 4 - 8 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 \Rightarrow s(4) = 4 - 32 + 32 \therefore s(4) = 4 \text{ m}$$

- b) Substituindo s por 4 na equação dada:

$$s(t) = 4 - 8t + 2t^2 \Rightarrow 4 = 4 - 8t + 2t^2 \Rightarrow 2t^2 - 8t = 0 \Rightarrow 2t \cdot (t - 4) = 0 \Rightarrow 2t = 0 \text{ ou } (t - 4) = 0 \therefore t = 0 \text{ s ou } t = 4 \text{ s}$$

Dessa forma, o corpo atinge a posição 4 m em $t = 0 \text{ s}$ e em $t = 4 \text{ s}$.

- 14 a) Em $t = 0 \text{ s}$, a posição do corpo é $s_0 = 0 \text{ m}$ e, nesse instante, $v_0 = 4 \text{ m/s}$. Sabendo que no instante $t = 2 \text{ s}$ o corpo está na posição $s = 14 \text{ m}$, podemos determinar a sua aceleração escalar a partir da função horária do espaço:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 14 = 0 + 4 \cdot 2 + \frac{a \cdot 2^2}{2} \Rightarrow 14 = 8 + 2a \therefore a = 3 \text{ m/s}^2$$

b) A posição do corpo no instante $t = 2$ s é $s = 14$ m.

No instante $t = 3$ s, sua posição é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 4 \cdot 3 + \frac{3 \cdot 3^2}{2}$$

$$\therefore s = 25,5 \text{ m}$$

A distância percorrida pelo corpo entre 2 s e 3 s é:

$$D = |\Delta s_{2-3}| = |s_3 - s_2| \Rightarrow D = 25,5 - 14 \therefore D = 11,5 \text{ m}$$

15 O veículo parte do repouso: $v_0 = 0$ m/s

De 0 a 1 min (60,0 s), a aceleração escalar é $1,0$ m/s².

Em $t = 60,0$ s, a velocidade do veículo é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 1,0 \cdot 60,0 \therefore v = 60,0 \text{ m/s}$$

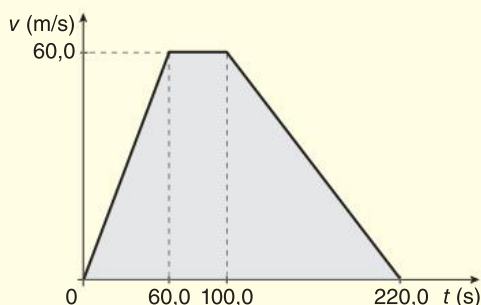
A velocidade escalar então permanece constante por 40,0 s, até o instante $t = 100,0$ s.

No instante $t = 100,0$ s, $a = -0,5$ m/s². O tempo gasto até parar é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 60,0 + (-0,5)t \therefore t = 120,0 \text{ s}$$

Então, $v = 0$ m/s em $t = 220,0$ s.

A distância percorrida nesse caso é igual ao deslocamento escalar, que é numericamente igual à área sob o gráfico (área do trapézio):



$$\Delta s \cong \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s \cong \frac{(220,0 + 40,0) \cdot 60,0}{2}$$

$$\therefore \Delta s = 7.800 \text{ m}$$

16 A posição de cada um dos dois móveis em relação à origem, após 4 s, pode ser obtida a partir de:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

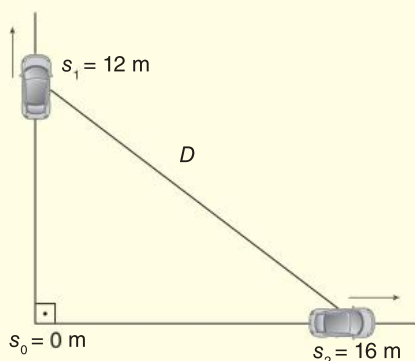
Móvel com $a = 1,5$ m/s²:

$$s_1 = 0 + 0 + \frac{1,5 \cdot 4^2}{2} \therefore s_1 = 12 \text{ m}$$

Móvel com $a = 2$ m/s²:

$$s_2 = 0 + 0 + \frac{2 \cdot 4^2}{2} \therefore s_2 = 16 \text{ m}$$

Teremos, então, em $t = 4$ s:



A distância D entre os móveis, nesse instante, pode ser obtida aplicando o teorema de Pitágoras:

$$D^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow D^2 = 144 + 256 \Rightarrow D^2 = 400$$

$$\therefore D = 20 \text{ m}$$

17 Para atravessar o túnel, o trem precisa percorrer uma distância equivalente ao comprimento do túnel mais seu próprio comprimento; logo:

$$\Delta s_{\text{total}} = 100 + 300 \therefore \Delta s_{\text{total}} = 400 \text{ m}$$

O trem parte com velocidade escalar de 20 m/s e, durante 10 s, executa um MUV com aceleração escalar $a = -0,5$ m/s². Sua posição em $t = 10$ s é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 20 \cdot 10 + \frac{(-0,5) \cdot 10^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = 200 - 25 \therefore s = 175 \text{ m}$$

E sua velocidade escalar nesse instante é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 20 + (-0,5) \cdot 10 \therefore v = 15 \text{ m/s}$$

Como Δs_{total} é igual a 400 m, o trem deverá percorrer ainda uma distância de 225 m, com velocidade escalar constante de 15 m/s. O tempo gasto nesse trecho é:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{225}{15} \therefore \Delta t = 15 \text{ s}$$

Então, a travessia do trem pelo túnel durou 25 s.

18 Convertendo a velocidade escalar para m/s:

$$v = \frac{90}{3,6} \therefore v = 25 \text{ m/s}$$

O deslocamento do carro até parar, quando submetido a uma desaceleração de $5,0$ m/s², pode ser calculado pela equação de Torricelli:

$$v^2 = (v_0)^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 0^2 = 25^2 + 2 \cdot (-5,0) \cdot \Delta s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\Delta s = 625 \therefore \Delta s = 62,5 \text{ m}$$

Somando a esse resultado os primeiros 15 m que o motorista percorreu antes de começar a frear, temos:

$$\Delta s = 62,5 + 15 \therefore \Delta s = 77,5 \text{ m}$$

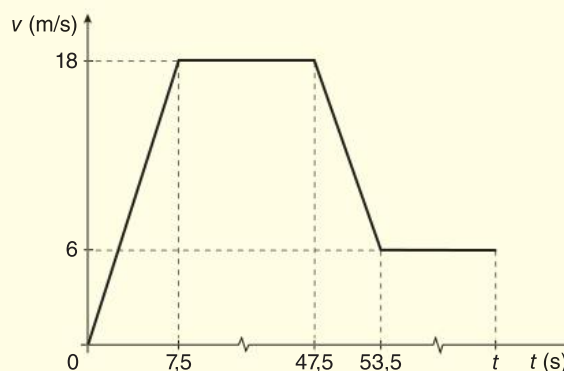
Para que não ocorra o atropelamento, o animal deve estar a uma distância de $77,5$ m do carro.

19 O tempo que o automóvel leva para atingir a velocidade escalar de 18 m/s, sendo acelerado a $2,4$ m/s², é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} \Rightarrow \Delta t = \frac{18}{2,4} \therefore \Delta t = 7,5 \text{ s}$$

O automóvel mantém $v = 18$ m/s durante 40 s, ou seja, até $t = 47,5$ s. Desacelera durante 6 s, até atingir $v = 6$ m/s no instante $t = 53,5$ s. Mantém velocidade constante até completar o percurso, de comprimento igual a 1 km.

Então, temos:



a) O módulo da aceleração escalar no trecho em que ocorre desaceleração é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{6 - 18}{6} \Rightarrow a = \frac{-12}{6}$$

$$\therefore a = -2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 2 \text{ m/s}^2$$

b) Como a distância percorrida pelo automóvel é numericamente igual à área sob o gráfico, podemos determinar quanto o carro percorreu até $t = 53,5$ s. Para isso, dividimos o gráfico em partes.

De 0 s a 7,5 s:

$$\Delta s_1 \stackrel{N}{=} \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s_1 \stackrel{N}{=} \frac{7,5 \cdot 18}{2} \therefore \Delta s_1 = 67,5 \text{ m}$$

De 7,5 s a 47,5 s:

$$\Delta s_2 \stackrel{N}{=} b \cdot h \Rightarrow \Delta s_2 \stackrel{N}{=} 40 \cdot 18 \therefore \Delta s_2 = 720 \text{ m}$$

De 47,5 s a 53,5 s:

$$\Delta s_3 \stackrel{N}{=} \frac{(b+B) \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s_3 \stackrel{N}{=} \frac{(6+18) \cdot 6}{2} \therefore \Delta s_3 = 72 \text{ m}$$

Sabemos que o deslocamento total é de 1.000 m; então:

$$\Delta s_{53,5-t} = 1.000 - \Delta s_1 - \Delta s_2 - \Delta s_3 = 1.000 - 67,5 - 720 - 72$$

$$\therefore \Delta s_{53,5-t} = 140,5 \text{ m}$$

Esse último trecho foi percorrido em:

$$140,5 = \Delta t \cdot 6 \Rightarrow \Delta t = \frac{140,5}{6} \therefore \Delta t \approx 23,4 \text{ s}$$

Assim:

$$\Delta t = t - 53,5 \Rightarrow t = 23,4 + 53,5 \therefore t \approx 77 \text{ s}$$

Logo, a duração total do movimento foi de, aproximadamente, 77 s.

- 20** Orientando a trajetória do ponto inicial de A para o ponto inicial de B e adotando a posição inicial de A como a origem dos espaços, temos as funções horárias da posição para cada móvel:

Móvel A:

$$s_{0(A)} = 0 \text{ m}; v_{0(A)} = 0 \text{ m/s}; a_A = 1,2 \text{ m/s}^2$$

$$s_A = 0 + 0 \cdot t + \frac{1,2 \cdot t^2}{2} \Rightarrow s_A = 0,6t^2$$

Móvel B:

$$s_{0(B)} = 1.024 \text{ m}; v_{0(B)} = 0 \text{ m/s}; a_B = -0,8 \text{ m/s}^2$$

(O sinal negativo da aceleração indica que o movimento se dá no sentido oposto ao da orientação da trajetória.)

$$s_B = 1.024 + 0 \cdot t + \frac{-0,8 \cdot t^2}{2} \Rightarrow s_B = 1.024 - 0,4t^2$$

No encontro dos móveis, temos:

$$s_A = s_B \Rightarrow 0,6t^2 = 1.024 - 0,4t^2 \Rightarrow t^2 = 1.024 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{1.024} \therefore t = 32 \text{ s}$$

Substituindo $t = 32 \text{ s}$ em qualquer uma das funções horárias, descobrimos a posição do encontro, em relação ao ponto de onde partiu o móvel A:

$$s_{\text{encontro}} = 0,6t^2 \Rightarrow s_{\text{encontro}} = 0,6 \cdot 32^2 \therefore s_{\text{encontro}} = 614,4 \text{ m}$$

- 21** Acelerar a $2,4 \text{ m/s}^2$ significa variar a velocidade em $2,4 \text{ m/s}$ a cada segundo.

Sabemos que $s_0 = 0 \text{ m}$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$ e $a = 2,4 \text{ m/s}^2$. Logo, a função horária da posição é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 0t + \frac{2,4t^2}{2} \therefore s = 1,2t^2 \text{ (SI)}$$

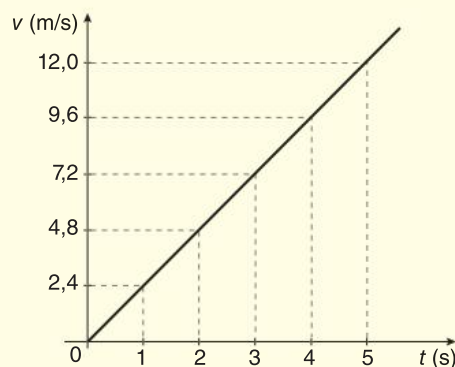
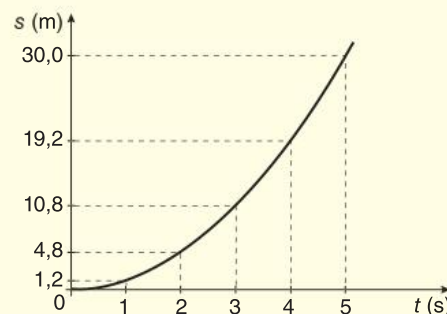
E a função horária da velocidade escalar é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 2,4t \therefore v = 2,4t \text{ (SI)}$$

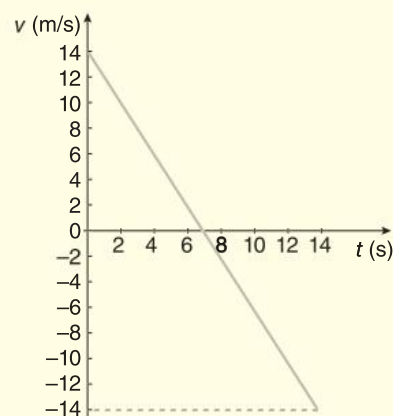
Atribuindo valores a t nas funções horárias da velocidade e da posição, temos:

$t \text{ (s)}$	0	1	2	3	4	5
$v \text{ (m/s)}$	0	2,4	4,8	7,2	9,6	12,0
$s \text{ (m)}$	0	1,2	4,8	10,8	19,2	30,0

Assim, os gráficos da posição e da velocidade escalar nos primeiros 5 s do movimento são:



- 22** a) Usando uma trajetória paralela ao plano e no sentido para cima, temos o gráfico a seguir:

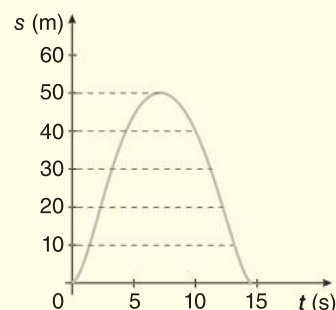


b) $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{0-14}{7} \therefore a_m = -2 \text{ m/s}^2$

c) $\Delta s_{\text{subida}} \stackrel{N}{=} \frac{b \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot 7}{2} \therefore \Delta s_{\text{subida}} = 49 \text{ m}$

Portanto, a bola percorreu uma distância de 49 m de subida.

- d) Calculando o valor da posição para alguns instantes, obtemos o gráfico $s \times t$ a seguir:



- 23 a) Substituindo t por 3 s, temos:
 $s = 8 - 6t + t^2 \Rightarrow s = 8 - 6 \cdot 3 + 3^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow s = 8 - 18 + 9 \therefore s = -1 \text{ m}$

- b) A função dada é do tipo: $s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$
 Então, de $s = 8 - 6t + t^2$, resulta:
 $v_0 = -6 \text{ m/s}$ e $\frac{a}{2} = 1 \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$

- c) A função horária da velocidade para esse corpo é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = -6 + 2t$$

Em $t = 1 \text{ s}$, sua velocidade é:

$$v = -6 + 2 \cdot 1 \therefore v = -4 \text{ m/s}$$

No intervalo entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 1 \text{ s}$, o corpo se move no sentido contrário ao da orientação da trajetória ($v < 0$), e sua velocidade escalar diminui em módulo (pois $a > 0$). Portanto, o movimento é retrógrado e retardado.

- d) O sentido do movimento se inverte quando a velocidade escalar é nula:

$$v = -6 + 2t \Rightarrow 0 = -6 + 2t \therefore t = 3 \text{ s}$$

- 24 a) No intervalo entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 2 \text{ s}$, o corpo se move no sentido contrário ao da orientação da trajetória ($v < 0$), e sua velocidade escalar diminui em módulo ($a > 0$). Portanto, o movimento é retrógrado e retardado.

- b) No intervalo entre $t = 2 \text{ s}$ e $t = 4 \text{ s}$, o corpo se move no sentido da orientação da trajetória ($v > 0$), e sua velocidade escalar aumenta em módulo ($a > 0$). Portanto, o movimento é progressivo e acelerado.

- c) Do gráfico, temos:

$$v_0 = -8 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{8 - (-8)}{4 - 0} \therefore a = 4 \text{ m/s}^2$$

A equação $s(t)$ do movimento do corpo é, então:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 - 8t + \frac{4t^2}{2}$$

$$\therefore s = -8t + 2t^2 \text{ (SI)}$$

- 25 a) O módulo da aceleração escalar do corpo pode ser obtido a partir do gráfico $v \times t$:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - 20}{4} \therefore a = -5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 5 \text{ m/s}^2$$

- b) Do gráfico $v \times t$, sabemos que $v_0 = 20 \text{ m/s}$, e do gráfico $s \times t$, sabemos que $s_0 = 0$. A função horária $s(t)$ para esse corpo é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 20t + \frac{(-5)t^2}{2}$$

m é a posição do corpo quando $t = 4 \text{ s}$. Substituindo t por 4 s na equação $s(t)$:

$$m = 20 \cdot 4 + \frac{(-5) \cdot 4^2}{2} \Rightarrow m = 80 - 5 \cdot 8 \therefore m = 40 \text{ m}$$

- 26 O corpo desacelera constantemente de 10 m/s a 0 m/s em 5 s .

Assim, sua aceleração é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{(0 - 10)}{(5 - 0)} \Rightarrow a = -\frac{10}{5} \therefore a = -2 \text{ m/s}^2$$

Temos, então, $v_0 = 10 \text{ m/s}$; $s_0 = 46 \text{ m}$; $t = 8 \text{ s}$ e $a = -2 \text{ m/s}^2$. Aplicando a função horária da posição de um móvel em MRUV:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 46 + 10 \cdot 8 - \frac{2 \cdot 8^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = 46 + 80 - 64 \therefore s = 62 \text{ m}$$

alternativa b

Trilhando o caminho das competências

Testes automobilísticos

$$1. \text{ a) } a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100 - 0}{12,3}$$

$$\therefore a_m \approx 8,1 \text{ km/h/s} \approx 2,2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{b) } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1.000 - 0}{34,2} \therefore v_m \approx 29,2 \text{ m/s}$$

$$\text{c) } a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{147,6 - 0}{34,4}$$

$$\therefore a_m \approx 4,3 \text{ km/h/s} \approx 1,2 \text{ m/s}^2$$

2. Não, todos os modelos apresentaram melhor performance em superfície seca. Isso pode ser percebido porque as colunas verticais referentes à distância de frenagem em superfície molhada são mais altas do que as correspondentes à superfície seca, mostrando maior desaceleração nessa superfície.

3. A melhor performance na frenagem em superfície seca está representada pela coluna vertical de menor altura, isto é, pelo automóvel que percorreu a menor distância entre o início da frenagem e a parada completa. A coluna referente ao modelo D é a que representa a melhor performance nesse quesito.

4. Para a mesma velocidade inicial, o automóvel com maior desaceleração será aquele que conseguir atingir a velocidade nula percorrendo a menor distância. Nesse caso, é o modelo D, que percorreu aproximadamente 45 m entre o início da frenagem e a parada completa. Para calcular a desaceleração, fazemos:

$$v_0 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

Da equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 0 = +2a \cdot 45 \therefore a \approx -7 \text{ m/s}^2$$

Portanto, a desaceleração foi de aproximadamente 7 m/s^2 .

CAPÍTULO 3

Lançamento vertical no vácuo

Explore em História

O humanismo renascentista contribuiu para alterar a concepção de mundo vigente até então, assumindo uma postura crítica em relação ao pensamento medieval, marcado pela valorização do mundo sobrenatural, adotando uma nova atitude, preocupada com o mundo humano, terreno e natural. Por isso, o período do Renascimento é conhecido como o do nascimento da Ciência Moderna. Galileu Galilei (1564-1642) foi talvez o primeiro pensador a se preocupar sistematicamente com a metodologia do conhecimento científico. É considerado por muitos o pioneiro na utilização dos métodos do conhecimento teórico da ciência moderna, ou seja, observar os fatos, avaliá-los, submeter os eventos ao rigor da matemática, propor hipóteses e testá-las por meio de outras observações ou experimentações. Esses procedimentos são a base da ciência até os nossos dias e foram criações de homens como Galileu Galilei, Kepler e Giordano Bruno, entre tantos outros.

Questões propostas

- 1** Se o movimento da carteira tivesse sido em queda livre, teríamos:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 30 = 0 + \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 6 \therefore t \approx 2,45 \text{ s}$$
- Então, o movimento não se deu em queda livre, pois, nesse caso, o tempo de queda deveria ser aproximadamente de 2,4 s, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- 2** a) Orientando a trajetória para baixo, com a origem fixada no alto do edifício, temos:
- $$s_0 = 0 \text{ m}; v_0 = 0 \text{ m/s}; a = 10 \text{ m/s}^2$$
- Assim:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 31,25 = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{31,25}{5}$$
- $$\therefore t = 2,5 \text{ s}$$
- b) A velocidade da pedra em $t = 2,5 \text{ s}$ é:
- $$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 10 \cdot 2,5 \therefore v = 25 \text{ m/s}$$
- c) Sendo $s = \frac{10t^2}{2}$, em $t = 2 \text{ s}$, a posição da pedra em relação ao ponto de lançamento é:
- $$s = \frac{10 \cdot 2^2}{2} \therefore s = 20 \text{ m}$$
- A altura h , em relação ao solo, em que a pedra estava 2 s após ter iniciado a queda é:
- $$h = 31,25 - s \Rightarrow h = 31,25 - 20 \therefore h = 11,25 \text{ m}$$
- d) A distância que a pedra havia percorrido quando sua velocidade era $v = 15 \text{ m/s}$ pode ser obtida aplicando a equação de Torricelli:
- $$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 15^2 = 0 + 2 \cdot 10\Delta s \Rightarrow \Delta s = \frac{225}{20} \therefore \Delta s = 11,25 \text{ m}$$
- 3** Orientando a trajetória para baixo, temos $v_0 = 8 \text{ m/s}$, $a = 10 \text{ m/s}^2$ e $\Delta s = 30 \text{ m}$.
- A velocidade do objeto ao atingir o solo pode ser calculada pela equação de Torricelli.
- $$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow v^2 = 8^2 + 2 \cdot 10 \cdot 30 \Rightarrow v^2 = 664$$
- $$\therefore v \approx 25,8 \text{ m/s}$$
- 4** Orientando a trajetória para baixo e fixando a origem no ponto em que o corpo foi solto, temos $a = 10 \text{ m/s}^2$.
- Para os primeiros 2 s de queda, temos $s_0 = 0 \text{ m}$ e $v_0 = 0 \text{ m/s}$. Logo:
- $$d = s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow d = 0 + 0 + \frac{10 \cdot 2^2}{2} \therefore d = 20 \text{ m}$$
- A velocidade do corpo após 2 s de queda é:
- $$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 10 \cdot 2 \therefore v = 20 \text{ m/s}$$
- Nos 2 s seguintes, temos:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s - s_0 = 20 \cdot 2 + \frac{10 \cdot 2^2}{2} \Rightarrow \Delta s = 40 + 20 \therefore \Delta s = 60 \text{ m}$$
- Desse modo, a distância percorrida nos 2 s seguintes é: $60 \text{ m} = 20 \text{ m} \cdot 3 = 3d$
- 5** Orientando a trajetória para baixo e fixando a origem a 11,25 m do solo, temos:
- $$s = 11,25 \text{ m}; v_0 = 0 \text{ m/s}; a = 10 \text{ m/s}^2$$
- Assim:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 11,25 = \frac{10 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 2,25 \therefore t = 1,5 \text{ s}$$
- Então, o tempo que o vaso leva para atingir o chão é 1,5 s. A distância da pessoa ao prédio deve ser tal que ela leve 1,5 s para chegar a ele, caminhando com velocidade de 1,5 m/s.
- $$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta s = 1,5 \cdot 1,5 \therefore \Delta s = 2,25 \text{ m}$$

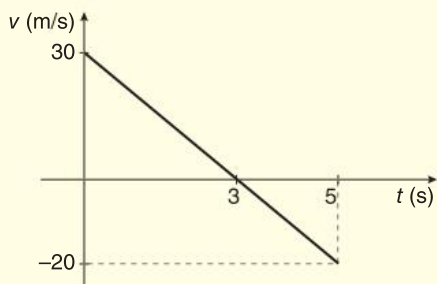
- 6** Orientando a trajetória para baixo e sabendo que o objeto está inicialmente em repouso, temos:
- $$s = 0 \text{ m}; v_0 = 0 \text{ m/s}; a = 10 \text{ m/s}^2$$
- Quando cai de uma altura $\frac{x}{4}$, o objeto leva 3 s para atingir o solo:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} \Rightarrow x = 2 \cdot 10 \cdot 3^2$$
- $$\therefore x = 180 \text{ m}$$
- Ao cair de uma altura igual a $2x$ (360 m), o tempo que o móvel leva para atingir o solo é:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 360 = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 72 \therefore t \approx 8,5 \text{ s}$$
- 7** Orientando a trajetória para baixo e fixando a origem no ponto em que a pedra foi abandonada, temos:
- $$s_0 = 0 \text{ m}; v_0 = 0 \text{ m/s}; a = 10 \text{ m/s}^2$$
- Assim, considerando que o tempo de queda da pedra foi de 2,2 s, temos:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 0 \cdot 2,2 + \frac{10 \cdot 2,2^2}{2} \therefore s = 24,2 \text{ m}$$
- Logo, a altura da ponte é de aproximadamente 24 m. alternativa d
- 8** No ponto mais alto, a velocidade é nula e a aceleração é igual à da gravidade: $a = -10 \text{ m/s}^2$ (orientando a trajetória para cima).
- 9** Orientando a trajetória para cima e fixando a origem no solo, temos $a = -10 \text{ m/s}^2$ e $\Delta s = 12 \text{ m} - 0 \text{ m} = 12 \text{ m}$.
- A velocidade com que a pedra deve ser lançada pode ser obtida pela equação de Torricelli, lembrando que, quando atinge a altura máxima, $v = 0$. Assim, temos:
- $$v = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 0 = v_0^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \Rightarrow v_0^2 = 240$$
- $$\therefore v_0 \approx 15,5 \text{ m/s}$$
- 10** a) O tempo de descida é igual ao tempo de subida, $t = 2,5 \text{ s}$. Sabendo que, no ponto mais alto, $v = 0 \text{ m/s}$, com a origem fixada no solo e orientando a trajetória para cima ($a = -10 \text{ m/s}^2$), temos:
- $$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = v_0 - 10 \cdot 2,5 \therefore v_0 = 25 \text{ m/s}$$
- b) A altura máxima atingida pelo projétil é atingida aos 2,5 s e é dada por:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 25 \cdot 2,5 + \frac{-10(2,5)^2}{2}$$
- $$\therefore s = 31,25 \text{ m}$$
- 11** a) Sendo $a = -10 \text{ m/s}^2$, o tempo que a maçã leva para atingir o ponto mais alto de sua trajetória, em que $v = 0 \text{ m/s}$, é:
- $$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 10 - 10t \therefore t = 1 \text{ s}$$
- b) A altura máxima que a maçã atinge é:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 10 \cdot 1 + \frac{-10 \cdot 1^2}{2}$$
- $$\therefore s = 5 \text{ m}$$
- Helena pegou a maçã na descida a 3 m de altura do chão. O tempo gasto na descida (de $s = 5 \text{ m}$ até $s = 3 \text{ m}$) é:
- $$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 3 = 5 + 0 \cdot t + \frac{-10t^2}{2} \Rightarrow -2 = -5t^2 \Rightarrow t^2 = 0,4 \therefore t \approx 0,6 \text{ s}$$
- O tempo que Helena leva para pegar a maçã é dado pela soma do tempo que a maçã leva para atingir o ponto mais alto com o tempo que leva para retornar à altura de 3 m. Portanto: $t = 1 \text{ s} + 0,6 \text{ s} = 1,6 \text{ s}$
- 12** a) Sendo $v_0 = 30 \text{ m/s}$ e $a = -10 \text{ m/s}^2$ (trajetória orientada para cima), o tempo que o corpo leva para atingir a altura máxima, em que $v = 0 \text{ m/s}$, é:
- $$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 30 - 10t \therefore t = 3 \text{ s}$$

O corpo é apanhado por uma pessoa em $t = 5$ s. No instante em que é apanhado, a velocidade do corpo é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 30 - 10 \cdot 5 \therefore v = -20 \text{ m/s}$$

O sinal negativo de v indica que o movimento se dá no sentido oposto ao da orientação da trajetória, ou seja, descendo.

Gráfico $v \times t$:



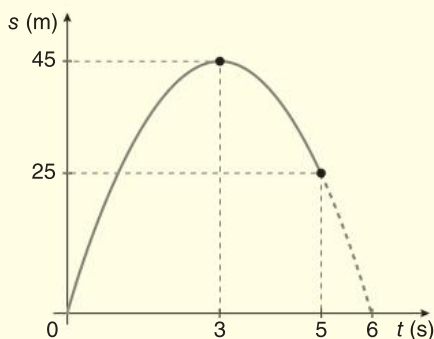
b) $s_0 = 0$ m; $v_0 = 30$ m/s; $a = -10$ m/s²; $t_{\text{subida}} = 3$ s

A altura máxima atingida pelo corpo é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 30 \cdot 3 + \frac{-10 \cdot 3^2}{2} \therefore s = 45 \text{ m}$$

A altura em que o corpo se encontra em $t = 5$ s é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 30 \cdot 5 + \frac{-10 \cdot 5^2}{2} \therefore s = 25 \text{ m}$$



- 13 a) Em $t = 0,8$ s, o movimento muda de sentido; portanto, $v = 0$ m/s. Nesse instante, o corpo atingiu a altura máxima. Sendo $a = -10$ m/s², a velocidade escalar de lançamento foi:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = v_0 - 10 \cdot 0,8 \therefore v_0 = 8 \text{ m/s}$$

- b) O valor de H é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow H = 0 + 8 \cdot 0,8 + \frac{-10 \cdot (0,8)^2}{2} \therefore H = 3,2 \text{ m}$$

- 14 Considerando o alto da torre a posição inicial do movimento e orientando a trajetória para cima, com origem no chão, temos:

$$s_0 = 60 \text{ m}; v_0 = 20 \text{ m/s}; a = -10 \text{ m/s}^2$$

- a) Quando a pedra atinge o chão, $s = 0$ m. Dessa forma:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 0 = 60 + 20t + \frac{-10t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 - 4t - 12 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} \Rightarrow t = \frac{4 + 8}{2}$$

$$\therefore t = 6 \text{ s ou } t = -2 \text{ s (não convém)}$$

- b) Quando a pedra atinge a altura máxima, com $v = 0$, temos:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 20 - 10t \therefore t = 2 \text{ s}$$

Nesse instante, a posição da pedra em relação ao solo é:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 60 + 20 \cdot 2 + \frac{-10 \cdot 2^2}{2} \therefore s = 80 \text{ m}$$

- 15 Vamos considerar o galho como a posição inicial do movimento e orientar a trajetória para cima, com origem no chão.

- a) Quando a goiaba atinge o ponto mais alto da trajetória $v = 0$, logo:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 16 - 10t \therefore t = 1,6 \text{ s}$$

Como o tempo de subida é igual ao tempo de descida, em $t = 3,2$ s, a goiaba passa por Joaquim descendo com velocidade igual a -16 m/s.

A velocidade com que a goiaba atinge o chão pode ser obtida a partir da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow v^2 = -16^2 + 2 \cdot (-10) \cdot (0 - 2,5) \Rightarrow v^2 = 306 \therefore v \approx -17,5 \text{ m/s}$$

O sinal deve ser negativo, pois a goiaba está descendo.

O tempo que a goiaba levou para atingir essa velocidade, a partir do instante em que passou descendo por Joaquim, é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow -17,5 = -16 - 10t \Rightarrow 10t = 1,5$$

$$\therefore t = 0,15 \text{ s}$$

Então, o tempo decorrido entre o lançamento e o momento em que a goiaba se espatifou no chão é:

$$3,2 \text{ s} + 0,15 \text{ s} = 3,35 \text{ s}$$

- b) A altura máxima atingida pela goiaba pode ser determinada pela equação de Torricelli, sabendo que a goiaba atinge o chão com velocidade igual a $-17,5$ m/s:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow -17,5^2 = 0^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta s$$

$$\therefore \Delta s = -15,3 \text{ m}$$

Metade da altura máxima é $7,65$ m. Ao passar por esse ponto, a velocidade escalar da goiaba é:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot (-10) \cdot (7,65 - 15,3) \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 7,65 \therefore v = 12,4 \text{ m/s}$$

- 16 Sendo o tempo entre os lançamentos igual a $0,6$ s, podemos dizer que cada bola permanece no ar $1,2$ s. Assim, pela simetria do movimento, temos que o tempo de queda de uma bola a partir de sua altura máxima é igual a $0,6$ s. Considerando uma trajetória vertical orientada positivamente para baixo e aplicando a função horária do espaço para o MRUV, temos, durante o movimento de queda:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 0 + \frac{10 \cdot (0,6)^2}{2}$$

$$\therefore s = 1,8 \text{ m} = 180 \text{ cm}$$

alternativa b

UNIDADE 2 CINEMÁTICA VETORIAL

CAPÍTULO 4

Grandezas vetoriais

Questões propostas

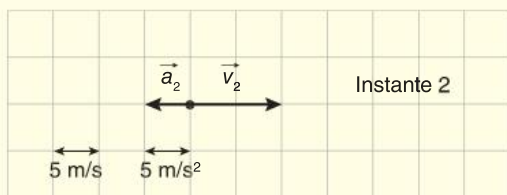
- 1 O vetor \vec{v}_3 tem direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

O vetor \vec{v}_4 tem direção vertical e sentido de cima para baixo.

O vetor \vec{v}_5 tem direção definida pelo ângulo β com a horizontal, e sentido indicado pela ponta da seta, isto é, de C para D.

O vetor \vec{v}_6 tem direção definida pelo ângulo α com a horizontal, e sentido indicado pela ponta da seta, isto é, de F para E.

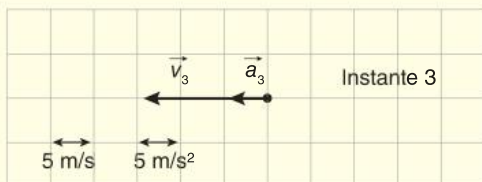
- 2 a) No instante 2 ($t = 3$ s), a velocidade do automóvel é:
 $v = v_0 + at \Rightarrow v = 25 + (-5) \cdot 3 \therefore v = 10 \text{ m/s}$



- b) No instante 3 (5 s após o instante 2), passaram 8 s do início da análise do movimento.

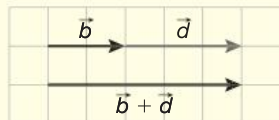
Logo, a velocidade do automóvel é:

$$v = 25 + (-5) \cdot 8 \therefore v = -15 \text{ m/s}$$



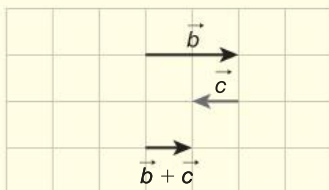
Observação: Mostre aos alunos que, como o sinal da velocidade mudou, o móvel inverteu o sentido do movimento. Por isso, o sentido do vetor velocidade se inverte também.

- 3 a) Fazendo coincidir a extremidade de \vec{b} com a origem de \vec{d} , o vetor resultante $\vec{b} + \vec{d}$ tem origem coincidente com a origem de \vec{b} e extremidade coincidente com a extremidade de \vec{d} .



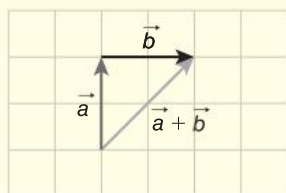
O vetor $\vec{b} + \vec{d}$ tem módulo igual a 5 unidades, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

- b) Fazendo coincidir a extremidade de \vec{b} com a origem de \vec{c} , o vetor resultante $\vec{b} + \vec{c}$ tem origem coincidente com a origem de \vec{b} e extremidade coincidente com a extremidade de \vec{c} .



O vetor $\vec{b} + \vec{c}$ tem módulo igual a 1 unidade, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

- c) Fazendo coincidir a extremidade de \vec{a} com a origem de \vec{b} , o vetor resultante $\vec{a} + \vec{b}$ tem origem coincidente com a origem de \vec{a} e extremidade coincidente com a extremidade de \vec{b} .



O vetor $\vec{a} + \vec{b}$ pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 2^2 + 2^2$$

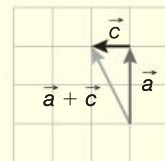
$$\therefore |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{2} \text{ unidades}$$

A medida do ângulo α fornece a direção do vetor $\vec{a} + \vec{b}$:

$$\text{tg } \alpha = \frac{b}{a} = \frac{2}{2} = 1 \therefore \alpha = 45^\circ$$

Assim, vemos que o vetor $\vec{a} + \vec{b}$ tem módulo igual a $2\sqrt{2}$ unidades, sua direção forma um ângulo de 45° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.

- d) Fazendo coincidir a extremidade de \vec{a} com a origem de \vec{c} , o vetor resultante $\vec{a} + \vec{c}$ tem origem coincidente com a origem de \vec{a} e extremidade coincidente com a extremidade de \vec{c} .



O módulo de $\vec{a} + \vec{c}$ pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$|\vec{a} + \vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{c}|^2 = 2^2 + 1^2$$

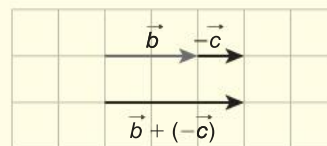
$$\therefore |\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{5} \text{ unidades}$$

A medida do ângulo α fornece a direção do vetor $\vec{a} + \vec{c}$:

$$\text{tg } \alpha = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \therefore \alpha \approx 27^\circ$$

Assim, vemos que o vetor $\vec{a} + \vec{c}$ tem módulo igual a $\sqrt{5}$ unidades, sua direção forma um ângulo de aproximadamente 27° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.

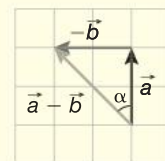
- 4 a) Fazendo coincidir a extremidade de \vec{b} com a origem de $-\vec{c}$, o vetor resultante $\vec{b} - \vec{c}$ tem origem coincidente com a origem de \vec{b} e extremidade coincidente com a extremidade de $-\vec{c}$.



O vetor $\vec{b} - \vec{c}$ tem módulo igual a 3 unidades, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

- b) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

Fazendo coincidir a extremidade de \vec{a} com a origem de $-\vec{b}$, o vetor resultante $\vec{a} - \vec{b}$ tem origem coincidente com a origem de \vec{a} e extremidade coincidente com a extremidade de $-\vec{b}$.



O módulo de $\vec{a} - \vec{b}$ pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |-\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2^2 + 2^2$$

$$\therefore |\vec{a} - \vec{b}| = 2\sqrt{2} \text{ unidades}$$

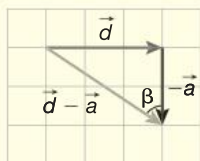
A medida do ângulo α fornece a direção do vetor $\vec{a} - \vec{b}$:

$$\text{tg } \alpha = \frac{b}{a} = 1 \therefore \alpha = 45^\circ$$

Assim, vemos que o vetor $\vec{a} - \vec{b}$ tem módulo igual a $2\sqrt{2}$ unidades, sua direção forma um ângulo de 45° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.

c) $\vec{d} - \vec{a} = \vec{d} + (-\vec{a})$

Fazendo coincidir a extremidade de \vec{d} com a origem de $-\vec{a}$, o vetor resultante $\vec{d} - \vec{a}$ tem origem coincidente com a origem de \vec{d} e extremidade coincidente com a extremidade de $-\vec{a}$.



O módulo de $\vec{d} - \vec{a}$ pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$|\vec{d} - \vec{a}|^2 = |\vec{d}|^2 + |-\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{d} - \vec{a}|^2 = 3^2 + 2^2$$

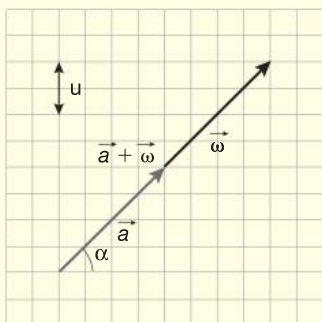
$$\therefore |\vec{d} - \vec{a}| = \sqrt{13} \text{ unidades}$$

A medida do ângulo β fornece a direção do vetor $\vec{d} - \vec{a}$:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d}{a} = \frac{3}{2} = 1,5 \therefore \beta \approx 56^\circ$$

Assim, o vetor $\vec{d} - \vec{a}$ tem módulo igual a $\sqrt{13}$ unidades, sua direção forma um ângulo de 56° com a vertical e seu sentido é indicado no desenho pela ponta da seta.

5 a) $\vec{a} + \vec{w}$



O módulo do vetor $\vec{a} + \vec{w}$ pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$|\vec{a} + \vec{w}|^2 = 8^2 + 8^2 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{w}|^2 = 128 \therefore |\vec{a} + \vec{w}| = 8\sqrt{2} \text{ u}$$

A medida do ângulo α fornece a direção do vetor $\vec{a} + \vec{w}$:

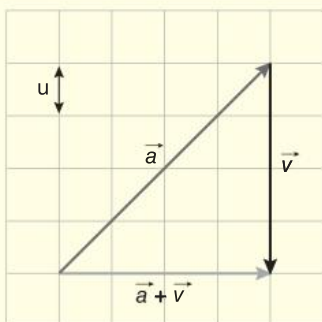
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{8} = 1 \therefore \alpha = 45^\circ$$

Assim, vemos que o vetor $\vec{a} + \vec{w}$ tem módulo igual a $8\sqrt{2}$ u, direção que forma um ângulo de 45° com a horizontal e sentido indicado pela ponta da seta na figura.

b) Como os vetores \vec{a} e \vec{w} têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo módulo, a soma vetorial $\vec{a} - \vec{w}$ resulta no vetor nulo.

$$\vec{a} - \vec{w} = \vec{a} + (-\vec{w}) = \vec{0}$$

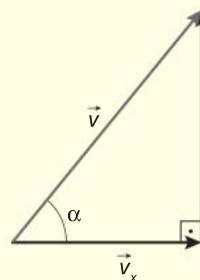
c) $\vec{a} + \vec{v}$



$$|\vec{a} + \vec{v}| = 4 \text{ u}$$

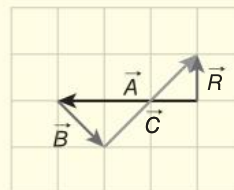
Assim, vemos que o vetor $\vec{a} + \vec{v}$ tem módulo 4 u, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

6 Decompondo os vetores, temos:



$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{v_x}{v} \Rightarrow 0,6 = \frac{v_x}{8} \therefore v_x = 4,8 \text{ u} \\ \sin \alpha &= \frac{v_y}{v} \Rightarrow 0,8 = \frac{v_y}{8} \therefore v_y = 6,4 \text{ u} \end{aligned}$$

7 A soma dos vetores \vec{A} , \vec{B} e \vec{C} pode ser feita coincidindo a extremidade de \vec{A} com a origem de \vec{B} , e a extremidade de \vec{B} com a origem de \vec{C} ; o vetor resultante \vec{R} tem origem coincidente com a origem de \vec{A} e extremidade coincidente com a extremidade de \vec{C} .



O vetor \vec{R} tem módulo igual a 1 unidade.

alternativa a

CAPÍTULO 5

Lançamentos no vácuo

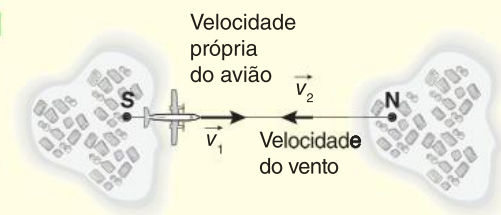
Questões propostas

1 A velocidade da correnteza é perpendicular ao barco, não interferindo no tempo de travessia. Esse tempo depende apenas da velocidade de avanço do barco, que é de 2 m/s. Portanto, nesse caso, o tempo de travessia é o mesmo que seria sem correnteza.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{50}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{50}{2} \therefore \Delta t = 25 \text{ s}$$

alternativa b

2



O módulo da velocidade resultante \vec{v} é dado pela diferença dos módulos de \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , pois esses vetores têm a mesma direção e sentidos opostos:

$$|\vec{v}| = |\vec{v}_1| - |\vec{v}_2| \Rightarrow |\vec{v}| = 600 - 80 \therefore |\vec{v}| = 520 \text{ km/h}$$

Então, o vetor \vec{v} tem módulo igual a 520 km/h, direção norte-sul e sentido para o norte.

3 a) As esferas B e C atingirão o solo ao mesmo tempo porque elas partem da mesma altura e com a mesma projeção vertical de velocidade e estão submetidas à mesma aceleração vertical, igual a g .

$$\Delta h = v_{0(y)} + \frac{gt^2}{2}$$

b) A esfera B atingirá o solo antes da esfera A, porque elas têm a mesma projeção vertical de velocidade e estão submetidas a uma aceleração vertical igual a g . No entanto, a esfera A parte de uma altura maior; assim, o tempo de queda da esfera A será maior que o da esfera B.

- 4 a) O tempo de queda pode ser calculado a partir do movimento na direção vertical. Orientando a trajetória de cima para baixo, com origem no ponto de lançamento, temos: $\Delta s = 7,2 \text{ m}$ e $a = 10 \text{ m/s}^2$

Assim:

$$s_y - s_{0(y)} = v_{0(y)}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow 7,2 = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 1,44$$

$$\therefore t = 1,2 \text{ s}$$

- b) A distância horizontal percorrida em 1,2 s é:

$$s_x = s_{0(x)} + v_x t \Rightarrow s_x - s_{0(x)} = 15 \cdot 1,2 \therefore \Delta s_x = 18 \text{ m}$$

- 5 O tempo de queda pode ser calculado a partir do movimento na direção vertical. Orientando a trajetória de cima para baixo, com origem no ponto de lançamento, temos: $\Delta s_y = 500 \text{ m}$, $a = 10 \text{ m/s}^2$ e $v_{0(y)} = 0$

Assim:

$$s_y - s_{0(y)} = v_{0(y)}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow 500 = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 100$$

$$\therefore t = 10 \text{ s}$$

Na horizontal, o movimento tem v constante, igual à velocidade do avião. Como o pacote percorreu 1.500 m nessa direção em 10 s, temos:

$$s_x = s_{0(x)} + v_x t \Rightarrow 1.500 = v \cdot 10 \therefore v = 150 \text{ m/s}$$

- 6 A bola se desloca horizontalmente com velocidade constante igual à do lançamento e tem alcance de 5,0 m. Assim, o tempo é dado por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 2,5 = \frac{5,0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{5,0}{2,5} \therefore \Delta t = 2 \text{ s}$$

Então, a bola deve se deslocar verticalmente acelerada pela gravidade em 2 s, e sua altura é dada por:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow s = 0 + 0 + \frac{5 \cdot 2^2}{2} \therefore s = 10 \text{ m}$$

alternativa a

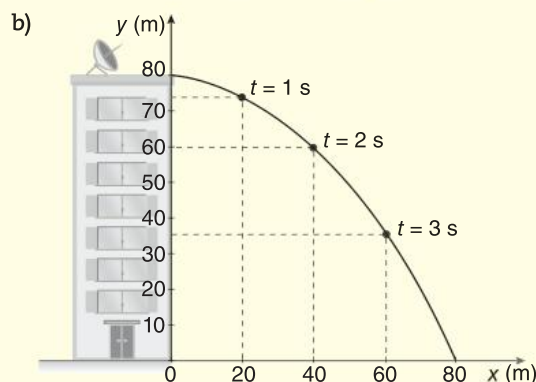
- 7 a) O tempo de queda pode ser calculado a partir do movimento na direção vertical. Orientando a trajetória de cima para baixo, com origem no ponto de lançamento, temos: $\Delta s_y = 80 \text{ m}$, $a = 10 \text{ m/s}^2$ e $v_{0(y)} = 0$

Assim:

$$s_y - s_{0(y)} = v_{0(y)}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow 80 = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 16 \therefore t = 4 \text{ s}$$

A distância horizontal percorrida em 4 s é dada por:

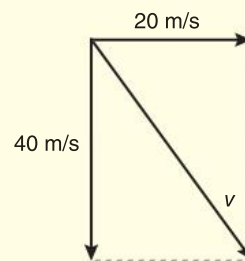
$$s_x = s_{0(x)} + v_x t \Rightarrow s_x - s_{0(x)} = 20 \cdot 4 \therefore \Delta s_x = 80 \text{ m}$$



- c) A velocidade da bola na direção vertical em $t = 4 \text{ s}$ é dada por:

$$v_y = v_{0(y)} + a_y t \Rightarrow v_y = 0 + 10 \cdot 4 \therefore v_y = 40 \text{ m/s}$$

O módulo da velocidade resultante na bola nesse instante pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:



$$v^2 = 20^2 + 40^2 \Rightarrow v^2 = 2.000 \therefore v = 20\sqrt{5} \text{ m/s} \approx 45 \text{ m/s}$$

- 8 a) Os dois pacotes percorrem 360 m na direção horizontal em intervalos de tempo diferentes. A velocidade horizontal dos pacotes é constante e igual à velocidade dos aviões. Então:

- Avião A – pacote N:

$$v_A = \frac{\Delta s}{\Delta t_A} \Rightarrow v_A = \frac{360}{4} \therefore v_A = 90 \text{ m/s}$$

- Avião B – pacote M:

$$v_B = \frac{\Delta s}{\Delta t_B} \Rightarrow v_B = \frac{360}{4,5} \therefore v_B = 80 \text{ m/s}$$

- b) Orientando a trajetória de cima para baixo, com origem no ponto de lançamento, temos:

$$a_A = a_B = 10 \text{ m/s}^2 \text{ e } v_{0(y)A} = v_{0(y)B} = 0$$

Assim, para o avião A:

$$\Delta s_{yA} = v_{0(y)A}t + \frac{a_{yA}t^2}{2} \Rightarrow \Delta s_{yA} = \frac{10 \cdot 4^2}{2} \therefore \Delta s_{yA} = 80 \text{ m}$$

Para o avião B:

$$\Delta s_{yB} = v_{0(y)B}t + \frac{a_{yB}t^2}{2} \Rightarrow \Delta s_{yB} = \frac{10 \cdot 4,5^2}{2} \therefore \Delta s_{yB} = 101,25 \text{ m}$$

- 9 a) O tempo de queda pode ser calculado a partir do movimento na direção vertical. Orientando a trajetória de cima para baixo, com origem no ponto de lançamento, temos: $\Delta s_y = 20 \text{ m}$, $a = 10 \text{ m/s}^2$ e $v_{0(y)} = 0$

Assim:

$$s_y - s_{0(y)} = v_{0(y)}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow 20 = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 4 \therefore t = 2 \text{ s}$$

- b) A distância percorrida por Mário em 2 s foi:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \Delta s = \frac{2 \cdot 2^2}{2} \therefore \Delta s = 4 \text{ m}$$

Então, no instante em que apanhou a bola, Mário estava a 16 m do prédio.

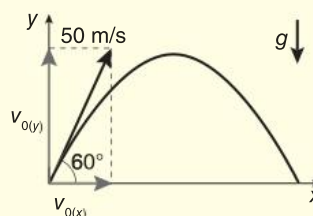
- c) Sabemos que a bola percorreu 16 m na direção horizontal em 2 s. Então, o módulo da velocidade de lançamento da bola pode ser obtido por:

$$v_x = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_x = \frac{16}{2} \therefore v_x = 8 \text{ m/s}$$

- 10 O movimento de queda das bolas é acelerado com a gravidade. Assim, os tempos de queda dependem apenas da altura em que as bolas são lançadas. Considerando que o lançamento tenha sido feito da mesma mesa, teremos os tempos de queda iguais para as 3 bolas.

alternativa d

- 11 Decompondo a velocidade inicial do corpo em suas componentes horizontal e vertical, obtemos:



$$\cos 60^\circ = \frac{v_{0(x)}}{v_0} \Rightarrow 0,5 = \frac{v_{0(x)}}{50} \therefore v_{0(x)} = 25 \text{ m/s}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{v_{0(y)}}{v_0} \Rightarrow 0,87 = \frac{v_{0(y)}}{50} \therefore v_{0(y)} = 43,5 \text{ m/s}$$

a) Na horizontal, desprezando a resistência do ar, a velocidade é constante e igual a $v_{0(x)}$. Na vertical, o movimento é uniformemente acelerado e, no ponto mais alto da trajetória, $v_y = 0$. Então, a velocidade do corpo nesse ponto é horizontal de módulo 25 m/s.

b) Com base na equação horária da velocidade, obtemos o instante em que o corpo está no ponto mais alto da trajetória:

$$v_y = v_{0(y)} + gt \Rightarrow 0 = 43,5 - 10t \therefore t = 4,35 \text{ s}$$

A partir da equação horária da posição, podemos determinar a altura máxima atingida pelo corpo:

$$h_{\text{máx.}} = s_{0(y)} + v_{0(y)}t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{\text{máx.}} = 0 + 43,5 \cdot 4,35 + \frac{(-10) \cdot 4,35^2}{2}$$

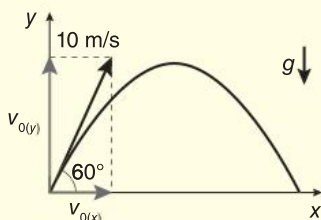
$$\therefore h_{\text{máx.}} = 94,61 \text{ m}$$

c) Como $t_{\text{subida}} = t_{\text{descida}}$, o tempo que o corpo leva para retornar ao solo desde o lançamento é: $t_{\text{total}} = 2 \cdot t_{\text{subida}} = 8,7 \text{ s}$. Como a velocidade horizontal é constante ($v_x = v_{0(x)}$), a distância horizontal D entre o ponto de lançamento e o ponto em que o corpo volta ao solo pode ser obtida a partir de:

$$v_x = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_x = \frac{D}{t_{\text{total}}} \Rightarrow D = v_x \cdot t_{\text{total}} \Rightarrow D = 25 \cdot 8,7$$

$$\therefore D = 217,5 \text{ m}$$

12 Decompondo a velocidade inicial da pedra em suas componentes horizontal e vertical, obtemos:



$$\cos 60^\circ = \frac{v_{0(x)}}{v_0} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{v_{0(x)}}{10} \therefore v_{0(x)} = 5 \text{ m/s}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{v_{0(y)}}{v_0} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{v_{0(y)}}{10} \therefore v_{0(y)} = 8,5 \text{ m/s}$$

Lembrando que na vertical o movimento é uniformemente acelerado e que no ponto mais alto da trajetória a velocidade vertical é nula, a partir da equação horária da velocidade, obtemos o instante em que a pedra está nesse ponto:

$$v_y = v_{0(y)} + gt \Rightarrow 0 = 8,5 - 10t \therefore t = 0,85 \text{ s}$$

Pela equação horária da posição, podemos determinar a altura máxima atingida pela pedra:

$$h_{\text{máx.}} = s_{0(y)} + v_{0(y)}t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{\text{máx.}} = 0 + 8,5 \cdot 0,85 + \frac{(-10) \cdot 0,85^2}{2} \therefore h_{\text{máx.}} = 3,61 \text{ m}$$

Como $t_{\text{subida}} = t_{\text{descida}}$, o tempo que o corpo leva para retornar ao solo desde o lançamento é:

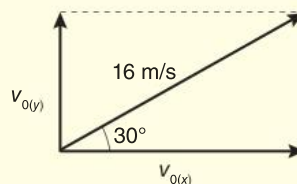
$$t_{\text{total}} = 2 \cdot t_{\text{subida}} = 1,7 \text{ s}$$

Considerando a velocidade constante ($v_x = v_{0(x)}$), o alcance horizontal pode ser obtido assim:

$$v_x = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_x = \frac{A}{t_{\text{total}}} \Rightarrow A = v_x \cdot t_{\text{total}} \Rightarrow A = 5 \cdot 1,7$$

$$\therefore A = 8,5 \text{ m}$$

13 Decompondo a velocidade inicial do corpo em suas componentes horizontal e vertical, obtemos:



$$\cos 30^\circ = \frac{v_{0(x)}}{v_0} \Rightarrow 0,87 = \frac{v_{0(x)}}{16} \therefore v_{0(x)} = 13,92 \text{ m/s}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{v_{0(y)}}{v_0} \Rightarrow 0,5 = \frac{v_{0(y)}}{16} \therefore v_{0(y)} = 8 \text{ m/s}$$

a) Lembrando que na vertical o movimento é uniformemente acelerado e que no ponto mais alto da trajetória a velocidade vertical é nula, pela equação horária da velocidade, obtemos o instante em que o corpo está nesse ponto:

$$v_y = v_{0(y)} + gt \Rightarrow 0 = 8 - 10t \therefore t = 0,8 \text{ s}$$

Pela equação horária da posição, podemos determinar a altura máxima atingida pelo corpo:

$$H_{\text{máx.}} = s_{0(y)} + v_{0(y)}t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_{\text{máx.}} = 0 + 8 \cdot 0,8 + \frac{-10 \cdot 0,8^2}{2} \therefore H_{\text{máx.}} = 3,2 \text{ m}$$

b) Como $t_{\text{subida}} = t_{\text{descida}}$, o tempo que o corpo leva para retornar ao solo é:

$$t_{\text{total}} = 2 \cdot t_{\text{subida}} = 1,6 \text{ s}$$

Considerando a velocidade constante ($v_x = v_{0(x)}$), o alcance horizontal pode ser obtido a partir de:

$$v_x = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_x = \frac{A}{t_{\text{total}}} \Rightarrow A = v_x \cdot t_{\text{total}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 13,92 \cdot 1,6 \therefore A = 22,27 \text{ m}$$

c) A altura H_1 do corpo no instante $t = 0,4 \text{ s}$ pode ser determinada, a partir do seu movimento na direção vertical, pela equação horária da posição para o MUV:

$$H_1 = s_{0(y)} + v_{0(y)}t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H_1 = 0 + 8 \cdot 0,4 + \frac{(-10) \cdot 0,4^2}{2}$$

$$\therefore H_1 = 2,4 \text{ m}$$

d) Como calculado no item a, o corpo atinge a altura máxima no instante $t = 0,8 \text{ s}$ e, depois de passar por esse ponto, no instante $t = 1,2 \text{ s}$, a altura H_2 do corpo é:

$$H_2 = s_{0(y)} + v_{0(y)}t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H_2 = 0 + 8 \cdot 1,2 + \frac{(-10) \cdot 1,2^2}{2}$$

$$\therefore H_2 = 2,4 \text{ m}$$

14 I. Correta. Se a resistência do ar é desprezível, durante todo o movimento a aceleração da bola é a aceleração da gravidade.

II. Correta. A resultante das forças sobre a bola é seu próprio peso, não havendo forças horizontais sobre ela. Portanto, a componente horizontal da velocidade é constante.

III. Incorreta. A velocidade escalar da bola no ponto de altura máxima é igual à componente horizontal da velocidade em qualquer outro ponto da trajetória.

alternativa e

- 15** Decompondo a velocidade inicial da bola em suas componentes horizontal e vertical, obtemos:

$$\cos \beta = \frac{v_{0(x)}}{v_0} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{v_{0(x)}}{25}$$

$$\therefore v_{0(x)} = 15 \text{ m/s}$$

$$\sin \beta = \frac{v_{0(y)}}{v_0} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{v_{0(y)}}{25}$$

$$\therefore v_{0(y)} = 20 \text{ m/s}$$

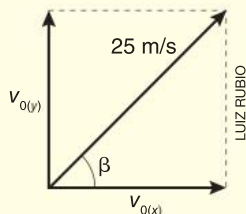
O intervalo de tempo decorrido do início do movimento até o instante em que a bola está exatamente acima do travesão pode ser determinado pela análise do seu movimento na direção horizontal, em que a velocidade é constante:

$$v_x = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_x} \Rightarrow \Delta t = \frac{30}{15} \therefore \Delta t = 2 \text{ s}$$

O movimento da bola na vertical é uniformemente variado. No instante $t = 2 \text{ s}$, a altura h da bola é:

$$h = s_{0(y)} + v_{0(y)}t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow h = 0 + 20 \cdot 2 + \frac{(-10) \cdot 2^2}{2}$$

$$\therefore h = 20 \text{ m}$$



Para saber mais

Conexões com o cotidiano – Transmissão de movimentos em uma bicicleta

Ampliando sua leitura

- a) Considerando que a coroa tem maior raio que a catraca, a maior velocidade angular é desenvolvida pela catraca, visto que esse elemento gira com maior frequência e, portanto, gira mais raios por segundo que a coroa. Isso fica claro a partir da relação:

$$\frac{R_{\text{catraca}}}{R_{\text{coroa}}} = \frac{f_{\text{coroa}}}{f_{\text{catraca}}}$$

A roda gira com velocidade angular igual à da catraca, pois gira solidária, isto é, uma volta da catraca implica uma volta da roda.

- b) Dado que a maior velocidade angular é desenvolvida na catraca e que a roda tem a maior medida de raio, então a velocidade linear é maior em um ponto da periferia da roda.

Trilhando o caminho das competências

O salto em distância e o cálculo da velocidade

- Para o mesmo módulo de velocidade, o lançamento efetuado pela maior medida de ângulo atingirá maior alcance, desde que não ultrapasse 45° , que é o ângulo de maior alcance possível para determinada velocidade.

- Decompondo o vetor velocidade inicial, temos:
 $v_{0(x)} = 10 \cdot \cos 24^\circ \therefore v_{0(x)} \approx 9,135 \text{ m/s}$
 $v_{0(y)} = 10 \cdot \sin 24^\circ \therefore v_{0(y)} \approx 4,067 \text{ m/s}$

Portanto, o tempo necessário para chegar à altura máxima será:

$$v_y = v_{0(y)} - gt \Rightarrow 0 = 4,067 - 9,8t$$

$$\therefore t \approx 0,415 \text{ s (tempo de subida)}$$

E o tempo total de percurso é:

$$t = 2 \cdot 0,415$$

$$\therefore t \approx 0,830 \text{ s (tempo total do salto)}$$

Assim:

$$\Delta s_x = v_{0(x)} \cdot t = 9,135 \cdot 0,830 \therefore \Delta s_x \approx 7,58 \text{ m}$$

O salto desse atleta atingirá aproximadamente 7,58 m de distância.

CAPÍTULO 6

Movimento circular uniforme (MCU)

Explore em Geografia

Entre os prováveis efeitos positivos da implantação de ciclovias nas grandes cidades, podemos citar:

- diminuição do tráfego de veículos;
- redução dos níveis de emissão de poluentes;
- ampliação da mobilidade urbana das pessoas em função da possibilidade de diferentes escolhas de caminhos;
- estímulo à realização de exercícios físicos e melhora da disposição física das pessoas, entre outros benefícios.

Questões propostas

- 1** A frequência em rps é: $f = \frac{600}{60} \therefore f = 10 \text{ rps}$

$$\text{Assim, o período é: } T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{10} \therefore T = 0,1 \text{ s}$$

- 2** a) A distância percorrida pelo veículo a cada volta de suas rodas é igual ao perímetro da circunferência das rodas:

$$R = \frac{\text{diâmetro}}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}$$

$$D = 2\pi R \Rightarrow D = 2 \cdot 3 \cdot 0,5 \therefore D = 3 \text{ m}$$

- b) Convertendo a velocidade de km/h para m/s, temos:
 $v = 108 : 3,6 = 30 \therefore v = 30 \text{ m/s}$

Assim, o tempo que as rodas demoram para completar uma volta (percorrer P) é:

$$v = \frac{P}{T} \Rightarrow T = \frac{P}{v} \Rightarrow T = \frac{3}{30} \therefore T = 0,1 \text{ s}$$

- c) A frequência é dada por: $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0,1} \therefore f = 10 \text{ rps}$

$$\text{Em rpm, temos: } f = 10 \cdot 60 \therefore f = 600 \text{ rpm}$$

- 3** a) As duas rodas giram com a mesma velocidade linear de 10 m/s.

- b) Sabendo que $v = 2\pi Rf$, temos: $f = \frac{v}{2\pi R}$

$$\text{Para a roda da frente: } R = 0,4 \text{ m}$$

$$f_F = \frac{10}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,4} \therefore f_F \approx 4 \text{ rps ou } f_F \approx 240 \text{ rpm}$$

$$\text{Para a roda de trás: } R = 0,8 \text{ m}$$

$$f_T = \frac{10}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,8} \therefore f_T \approx 2 \text{ rps ou } f_T \approx 120 \text{ rpm}$$

A frequência da roda da frente é maior que a da roda de trás. Como tem diâmetro menor, a roda da frente deve dar mais voltas em torno de seu eixo para percorrer a mesma distância que a de trás, já que ambas têm a mesma velocidade escalar em seu perímetro.

- 4** a) O carrossel completa uma volta em 25 s ($T = 25 \text{ s}$). Assim:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{25} \text{ rad/s} \therefore \omega = 0,24 \text{ rad/s}$$

$$b) v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{25} \therefore v = 0,96 \text{ m/s}$$

- 5** A distância percorrida pelo carro a cada volta dos pneus é igual ao perímetro da circunferência deles.

O raio do pneu é $R = 0,25 \text{ m}$; logo:

$$P = 2\pi R \Rightarrow P = 2 \cdot 3 \cdot 0,25 \therefore P = 1,5 \text{ m}$$

Se $v = 90 \text{ km/h} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$, o tempo gasto para completar uma volta (T) é:

$$v = \frac{P}{T} \Rightarrow T = \frac{P}{v} \Rightarrow T = \frac{1,5}{25} \therefore T = 0,06 \text{ s}$$

Então:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0,06} \therefore f = 16,66 \text{ rps ou } f = 1.000 \text{ rpm}$$

- 6** Se $f = 2.500 \text{ rpm}$, em 10 min o número de voltas do pneu é $2.500 \cdot 10 = 25.000$ voltas. O período da roda é dado por:

$$P = 2\pi R \Rightarrow P = 2 \cdot 3 \cdot 0,3 \therefore P = 1,8 \text{ m}$$

Então, quando o pneu dá 25.000 voltas, a distância percorrida pelo carro é:

$$D = 25.000 \cdot P \Rightarrow D = 25.000 \cdot 1,8 \therefore D = 45.000 \text{ m} = 45 \text{ km}$$

- 7** Os dados do problema são:

$$R = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m e } f = 300 \text{ rpm} = 5 \text{ Hz}$$

Considerando que o ponto P realiza um movimento circular uniforme, ele desenvolverá a seguinte velocidade:

$$v = 2\pi Rf \Rightarrow v = 2 \cdot 3 \cdot 0,6 \cdot 5 \therefore v = 18 \text{ m/s}$$

alternativa c

- 8** No sistema de transmissão de movimento por polias, as velocidades lineares nas periferias dos discos são iguais. Assim:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{30}{20} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{2}$$

alternativa d

- 9** $R_1 = 0,12 \text{ m}$ (raio da polia maior)

$$R_2 = 0,08 \text{ m} \text{ (raio da polia menor)}$$

$$f_2 = 120 \text{ rpm ou } f_2 = 2 \text{ rps} \text{ (frequência da polia menor)}$$

Sabendo que a velocidade linear nos pontos da periferia das duas polias é igual à dada por $v = 2\pi Rf$, para a polia menor, temos:

$$v = 2\pi R_2 f_2 \Rightarrow v = 2 \cdot 3 \cdot 0,08 \cdot 2 \therefore v = 0,96 \text{ m/s}$$

Para a polia maior, temos:

$$v = \omega \cdot R_1 \Rightarrow \omega = \frac{v}{R_1} \Rightarrow \omega = \frac{0,96}{0,12} \therefore \omega = 8 \text{ rad/s}$$

- 10** a) A coroa gira com a mesma frequência dos pedais: $f_{\text{coroa}} = 200 \text{ rpm}$

Como a coroa está acoplada à catraca, ambas desenvolvem a mesma velocidade linear.

Então, sendo $v = 2\pi Rf$, temos:

$$2\pi R_{\text{coroa}} f_{\text{coroa}} = 2\pi R_{\text{catraca}} f_{\text{catraca}} \Rightarrow \frac{R_{\text{coroa}}}{R_{\text{catraca}}} = \frac{f_{\text{catraca}}}{f_{\text{coroa}}}$$

Logo:

$$\frac{5}{5} = \frac{f_{\text{catraca}}}{200} \therefore f_{\text{catraca}} = 200 \text{ rpm}$$

A frequência de rotação da catraca é a mesma dos pneus da bicicleta ($f_{\text{pneus}} = 200 \text{ rpm} = \frac{10}{3} \text{ rps}$), uma vez que ambos giram solidários ao mesmo eixo. Assim, a velocidade dos pneus e, consequentemente, da bicicleta é:

$$v = 2\pi Rf \Rightarrow v = 2 \cdot 3 \cdot 0,4 \cdot \frac{10}{3} \therefore v = 8 \text{ m/s}$$

- b) O ciclista desenvolve a maior velocidade possível quando f_{catraca} é máxima.

$$\frac{R_{\text{coroa}}}{R_{\text{catraca}}} = \frac{f_{\text{catraca}}}{f_{\text{coroa}}} \Rightarrow \frac{R_{\text{coroa}}}{R_{\text{catraca}}} \cdot f_{\text{coroa}} = f_{\text{catraca}}$$

Se o ciclista imprimir sempre a mesma frequência de rotação aos pedais, f_{catraca} será máxima quando a razão $\frac{R_{\text{coroa}}}{R_{\text{catraca}}}$ for máxima, ou seja, quando o raio da coroa for o maior possível (coroa 2) e o raio da catraca for o menor (catraca 1).

- c) Se a bicicleta desenvolve $v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$, a frequência de rotação da catraca, igual à dos pneus da bicicleta, é:

$$v = 2\pi R_{\text{pneus}} f_{\text{pneus}} \Rightarrow f_{\text{pneus}} = \frac{10}{2 \cdot 3 \cdot 0,4} \therefore f_{\text{pneus}} = \frac{25}{6} \text{ rps}$$

$$f_{\text{pneus}} = f_{\text{catraca}} = \frac{25}{6} \text{ rps} = 250 \text{ rpm}$$

A frequência que o ciclista deve imprimir aos pedais, igual à frequência da coroa, pode ser obtida por:

$$\frac{R_{\text{coroa}}}{R_{\text{catraca}}} = \frac{f_{\text{catraca}}}{f_{\text{coroa}}} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{250}{f_{\text{coroa}}} \therefore f_{\text{coroa}} \approx 156 \text{ rpm}$$

Para saber mais

Conexões com o cotidiano – As medidas dos pneus e a medição da quilometragem dos automóveis

Ampliando sua leitura

Pneu 165/65/R13:

$$R = 65\% \cdot 16,5 + \frac{13 \cdot 2,54}{2} \therefore R = 27,235 \text{ cm}$$

$$2\pi R = 6,28 \cdot 27,235 \text{ cm} = 171,03 \text{ cm} \approx 1,71 \text{ m}$$

Pneu 175/70/R14:

$$R = 70\% \cdot 17,5 + \frac{14 \cdot 2,54}{2} \therefore R = 30,03 \text{ cm}$$

$$2\pi R = 6,28 \cdot 30,03 \text{ cm} = 188,594 \text{ cm} \approx 1,89 \text{ m}$$

Numa viagem de 100 km, a roda de um automóvel equipado com pneus 175/70/R14 girará $(100.000 : 1,89) \approx 52.910$ vezes. Esse número de giros corresponde à seguinte distância, no caso de o automóvel estar equipado com pneus 165/65/R13: $52.910 \cdot 1,71 \text{ m} = 90.476 \text{ m} \approx 90,5 \text{ km}$

Desse modo, o hodômetro do automóvel, ao estar preparado para registrar o número de giros de um pneu 165/65/R13, marcará 90,5 km, isto é, cerca de 10 km a menos que o percurso percorrido.

Investigar é preciso

Atividade experimental – Maior distância no mesmo tempo

- Os tempos de queda são iguais. Os dois objetos estão sujeitos à mesma aceleração na direção vertical ($9,8 \text{ m/s}^2$) e têm a mesma velocidade inicial nessa direção (partem do repouso); portanto, demoram o mesmo tempo para atingir o solo. O resultado mostra que movimentos simultâneos, caso da moeda lançada horizontalmente, podem ser analisados de forma independente, corroborando o princípio da independência dos movimentos simultâneos de Galileu, discutido no capítulo sobre composição de movimentos, também nesta unidade.
- As moedas não precisam ser iguais, pois o tempo de queda não depende da massa dos corpos, como foi discutido no capítulo sobre queda livre.

CAPÍTULO 7

1ª e 3ª leis de Newton

Para saber mais

Conexões com o cotidiano

Ampliando sua leitura

Quando o caminhão fizer a curva, sua carga tenderá a continuar em linha reta, respeitando a lei da inércia do movimento. Assim, no momento da curva, a tendência da carga de continuar sua trajetória retilínea pode lançá-la para o lado esquerdo da carroceria. Se as toras de madeira não estiverem bem presas, poderão cair sobre o automóvel durante a ultrapassagem. Por esse motivo, o motorista do automóvel, acertadamente, resolveu esperar a curva terminar para ultrapassar o caminhão.

Questões propostas

- 1 O ônibus está freando. Como ele se move da esquerda para a direita, quando começar a frear, por inércia, os passageiros tenderão a manter o movimento para a direita.
- 2 a) O movimento cessa porque existem forças externas atuando na bola: são as forças de atrito entre o chão e a bola, a bola e o ar etc. Pela lei da inércia, se não houvesse forças de resistência, o movimento jamais cessaria e, portanto, seria impossível que a bola não atingisse o último pino.
b) Ao lustrar a bola e limpar o chão, reduzem-se as forças de resistência ao movimento, e, diminuindo-se os atritos, a bola alcançará uma distância maior antes de parar, aumentando a possibilidade de derrubar os pinos.
- 3 Os passageiros em movimento dentro do ônibus se movem na mesma velocidade do veículo. Assim, ao saltarem do ônibus, por inércia, tendem a manter a velocidade que tinham antes de saltar (velocidade do ônibus) e a mesma direção do movimento; logo, correm grande risco de se ferir ao entrar em contato com o chão.
- 4 A afirmação é falsa, pois a resultante de forças nula é possível em dois casos: quando o carro está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (MRU). Logo, o carro pode estar parado, mas também pode estar em MRU.
- 5 Sim, porque o fato de o módulo da força resultante não ser nulo impede o estado de equilíbrio.
- 6 A afirmação é falsa, pois o equilíbrio supõe força resultante nula. Logo, em uma situação em que duas forças de mesmo módulo são aplicadas, é necessário que elas tenham mesma direção, porém sentidos opostos.
- 7 Antes de ser abandonado, o copo, assim como qualquer objeto dentro do avião, se movimenta com velocidade constante de 1.000 km/h. Ao ser abandonado, o copo tende a manter seu movimento devido à inércia, deslocando-se horizontalmente em relação à terra junto com o avião, isto é, com a mesma velocidade horizontal do avião; assim, ele deve cair sobre o ponto R localizado sobre os pés do passageiro.
alternativa c

- 8 As balanças das imagens medem a intensidade da força de contato entre a pessoa e a superfície da balança. No caso da figura A, a projeção normal da força de contato tem aproximadamente o mesmo módulo da força peso. Assim, usualmente dizemos que nos pesamos. Se diminuirmos a intensidade dessa força de contato, a pessoa “pesará” menos, como é o caso da figura B, em que a mulher está diminuindo a intensidade da projeção normal da força de contato ao puxar a corda.

Na figura C, a intensidade da força de contato tem módulo aproximadamente igual ao módulo da força peso da balança.

- 9 Ao descrever o peso máximo permitido (capacidade licenciada) no elevador, a placa deveria apresentar a medida em kgf ou em newton, que são unidades de força. A unidade kg só serve para medidas de massa.
- 10 A massa é a medida da inércia do corpo. Assim, ela será a mesma aqui ou em Marte. Lá, a massa do robô continuará a ser 900 kg. Seu peso, no entanto, será menor, uma vez que em Marte a aceleração gravitacional é aproximadamente 2,5 vezes menor que na Terra. Logo, o robô será 2,5 vezes menos atraído e, consequentemente, 2,5 vezes menos pesado em Marte.
- 11 Ao retirar os livros da estante, diminuimos a massa que deveremos tirar do repouso. Se a massa for menor, a tendência da estante de permanecer em repouso também será menor, ou seja, será mais fácil movê-la.
- 12 Como o movimento é retilíneo e uniforme (MRU), temos uma situação de equilíbrio dinâmico, isto é, a resultante das forças que agem no elevador é nula; portanto, a intensidade da força de tração é igual à intensidade da força peso durante esse movimento.
alternativa c
- 13 Os balões aplicam uma força vertical e para cima no cão, com módulo:

$$P = N + F_{\text{balões}} \Rightarrow F_{\text{balões}} = P - N \Rightarrow F_{\text{balões}} = 3 - 2,4$$

$$\therefore F_{\text{balões}} = 0,6 \text{ kgf}$$

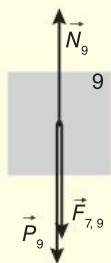
A indicação da balança, caso o cão tenha massa 2,4 kgf, será a reação da força normal, que vale:

$$P = N + F_{\text{balões}} \Rightarrow N = P - F_{\text{balões}} \Rightarrow N = 2,4 - 0,6$$

$$\therefore N = 1,8 \text{ kgf}$$

Assim, aparecerá na balança 1,8 kg.
- 14 a) Considerando-se semelhantes as massas do barco e do homem, em relação a um ponto fixo na plataforma, o homem praticamente não se moverá. Isso ocorre pois é como se ele estivesse andando numa esteira: ao mesmo tempo que ele tenta andar para a frente, o barco vai para trás.
b) O barco, visto de um ponto fixo na plataforma, se afastará dela, pois é empurrado para trás pelos pés da pessoa devido à 3ª lei de Newton: ação e reação. Ao mesmo tempo que o homem empurra o barco para trás, o barco empurra o homem para a frente.
- 15 Nesse tipo de avião, a hélice exerce uma força sobre o ar, empurrando-o para trás, e, como reação, o ar exerce uma força sobre a hélice (presa ao avião), empurrando o avião para a frente. Como em uma viagem à Lua há um longo percurso sem a presença de ar (o vácuo no espaço), o movimento não seria possível.
- 16 O boi aplica uma força na carroça e esta, como reação, exerce a mesma força de sentido contrário sobre ele. As duas forças não se anulam porque estão aplicadas em corpos diferentes. A força que o boi aplica na carroça só poderia ser anulada por outra de mesma direção, mas de sentido contrário; porém deveria ser aplicada na própria carroça, e não no boi.

17 a) Bloco 9

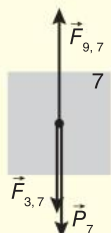


\vec{N}_9 : reação normal da superfície de apoio (chão) à compressão do bloco.

\vec{P}_9 : peso do bloco.

$\vec{F}_{7,9}$: força que o bloco 7 aplica no bloco 9.

Bloco 7

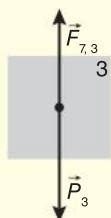


$\vec{F}_{9,7}$: força que o bloco 9 aplica no bloco 7.

$\vec{F}_{3,7}$: força que o bloco 3 aplica no bloco 7.

\vec{P}_7 : peso do bloco.

Bloco 3



$\vec{F}_{7,3}$: força que o bloco 7 aplica no bloco 3.

\vec{P}_3 : peso do bloco.

Os pares ação-reação são:

- $\vec{F}_{7,9}$ e $\vec{F}_{9,7}$
- $\vec{F}_{3,7}$ e $\vec{F}_{7,3}$

b) Lembrando que $1 \text{ kgf} = 1.000 \text{ gf}$ e sabendo que os blocos estão em equilíbrio, temos:

- No bloco 3
 $F_{7,3} = P_3 = 50 \text{ gf}$
- No bloco 7
 $F_{3,7} = F_{7,3} = 50 \text{ gf}$
 $F_{3,7} + P_7 = F_{9,7} \Rightarrow 50 + 100 = F_{9,7} \therefore F_{9,7} = 150 \text{ gf}$
- No bloco 9
 $F_{7,9} = F_{9,7} = 150 \text{ gf}$
 $N_9 = F_{7,9} + P_9 \Rightarrow N_9 = 150 + 200 \therefore N_9 = 350 \text{ gf}$

18 O corpo de massa $m = 200 \text{ g}$ ($m = 0,2 \text{ kg}$) provoca na mola uma deformação $x = 4 \text{ cm}$ ($x = 0,04 \text{ m}$). Sobre esse corpo atuam a força peso, orientada para baixo, e a força elástica, orientada para cima.

Como o corpo está em equilíbrio, temos:

$$F_{\text{el.}} = P \therefore F_{\text{el.}} = 200 \text{ gf} = 2 \text{ N}$$

Pela lei de Hooke:

$$F_{\text{el.}} = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F_{\text{el.}}}{x} = \frac{2}{0,04} \therefore k = 50 \text{ N/m}$$

19 As forças que atuam no corpo são:

\vec{P} : peso do corpo (vertical, para baixo)

$$P = 10 \text{ N}$$

$\vec{F}_{\text{el.}}$: força aplicada no corpo (vertical, para cima)

$$F_{\text{el.}} = k \cdot x = 30 \cdot 0,15 \therefore F_{\text{el.}} = 4,5 \text{ N}$$

\vec{N} : reação normal da balança à compressão do corpo (vertical, para cima)

O corpo está em repouso; portanto, a resultante na vertical é nula:

$$F_{\text{el.}} + N = P \Rightarrow N = P - F_{\text{el.}} \Rightarrow N = 10 - 4,5 \therefore N = 5,5 \text{ N}$$

Assim, a balança registra 5,5 N.

alternativa e

20 I. Correta. No momento do chute, o jogador aplica na bola uma força que altera seu estado de equilíbrio, e ela passa a se mover.

II. Incorreta. A força que o pé exerce sobre a bola e a força que a bola exerce sobre o pé constituem um par ação-reação, tendo intensidades iguais, mesma direção e sentidos opostos.

III. Correta. As duas forças constituem um par ação-reação e são aplicadas em corpos diferentes, de forma que não se anulam.

21 As forças que atuam no corpo são:

\vec{F} : força aplicada no corpo (vertical, para cima).

$$F = 20 \text{ N}$$

\vec{P} : peso do corpo (vertical, para baixo).

$$P = 10 \text{ kgf} = 100 \text{ N}$$

\vec{N} : reação normal do chão à compressão do bloco (vertical, para cima).

O corpo está em repouso; portanto, a resultante na vertical é nula:

$$F + N = P \Rightarrow N = P - F \Rightarrow N = 100 - 20 \therefore N = 80 \text{ N}$$

Trilhando o caminho das competências

Empurra-empurra e inércia

O conceito de inércia pode ser aplicado apenas de modo figurado à questão da fila de pessoas que seguem, espremendo-se, em direção à entrada de algum lugar, seja do metrô, seja do estádio de futebol, seja da sala de aula. No caso das filas, existe, de fato, a vontade das pessoas de se mover em um único sentido, de maneira que, se alguma delas mudar de ideia, passará a ser empurrada pelas demais no sentido do movimento do grupo. No entanto, para o saber físico, como a força dos pés contra o chão continua existindo, o passageiro ainda “comanda” seu movimento, ou seja, seu deslocamento não ocorre por ausência de forças externas (por inércia).

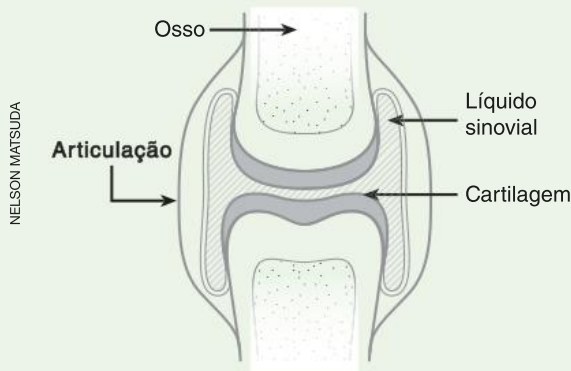
CAPÍTULO 8

Forças de atrito

Explore em Biologia

Nosso corpo produz um lubrificante que reduz o atrito nas extremidades dos ossos das nossas articulações móveis (joelhos, cotovelos etc.), chamado líquido sinovial. A articulação é uma estrutura que conecta um osso a outro. Nesse espaço, uma cartilagem amortece o impacto dos movimentos e impede que as peças do esqueleto se choquem.

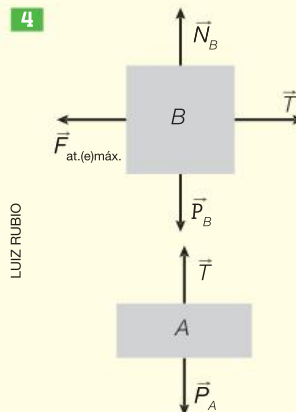
Quando mexemos as juntas dos joelhos ou dos cotovelos, a cartilagem é banhada e alimentada pelo líquido sinovial. A idade, o uso inadequado, o sedentarismo e o excesso de peso favorecem o desgaste progressivo da cartilagem. Esse fenômeno é conhecido como artrose. Com o tempo e a degeneração da cartilagem, há uma redução do intervalo entre os ossos, causando dor. "A articulação se mantém lubrificada quando nos mexemos, já que é no movimento que a cartilagem se nutre do líquido sinovial", explica a reumatologista Patrícia Barinotti, do Hospital Alemão Oswaldo Cruz, na cidade de São Paulo.



Questões propostas

- 1 A água é lançada na pista para simular as condições de atrito durante pousos e decolagens em dias de chuva, principalmente porque, nessas condições, o atrito é menor que em dias secos, o que agrava os riscos nos pousos e decolagens.
- 2 a) Falsa. Isso ocorreria somente se o coeficiente de atrito estático fosse igual a 1. Nesse caso, apenas sabemos que o coeficiente de atrito deve ser maior que $\frac{3}{7}$.
b) Verdadeira.
c) Falsa. Enquanto o corpo estiver parado, a força de atrito terá o mesmo módulo que a força aplicada. O corpo estará na iminência de se mover quando a força de atrito estático alcançar o seu valor máximo, que vale $\mu_e \cdot N$.
d) Falsa. Quando a força aplicada é de 300 N e a caixa não se move, a força de atrito estático vale 300 N.
e) Falsa. Com o aumento da força aplicada, o atrito estático aumentará até alcançar o valor máximo de $\mu_e \cdot N$.
- 3 a) O corpo está em equilíbrio; então, as forças que nele atuam na direção vertical se anulam:
 $N = P \Rightarrow N = 4 \cdot 10 \therefore N = 40 \text{ N}$
b) O módulo da força de atrito cinético é dado por:
 $F_{\text{at.(c)}} = \mu_c \cdot N \Rightarrow F_{\text{at.(c)}} = 0,2 \cdot 40 \therefore F_{\text{at.(c)}} = 8 \text{ N}$
c) Existe, pois, se o corpo se move com velocidade constante, a resultante das forças que atuam sobre ele deve ser nula. Na direção horizontal devemos ter outra força \vec{F} , tal que: $F - F_{\text{at.(c)}} = 0 \Rightarrow F_{\text{at.(c)}} = F$

4



- a) Como o sistema está em repouso:
 $T = P_A \Rightarrow T = 4 \cdot 10 \therefore T = 40 \text{ N}$
- b) No equilíbrio:
 $F_{\text{at.(e)máx.}} = T \therefore F_{\text{at.(e)}} = 40 \text{ N}$
- c) Estando prestes a entrar em movimento, a força de atrito estático é máxima, então:
 $F_{\text{at.(e)máx.}} = \mu_e \cdot N_B$
Sendo $N_B = P_B$ ($N_B = 80 \text{ N}$), temos:
 $F_{\text{at.(e)}} = \mu_e \cdot N_B \Rightarrow 40 = \mu_e \cdot 80 \Rightarrow \mu_e = 0,5$

- 5 a) $P = 4 \text{ kgf} = 40 \text{ N}$

- b) As únicas forças que atuam no corpo na direção vertical são o peso e a normal. Como a caixa está em equilíbrio:
 $N = P \therefore N = 40 \text{ N}$
- c) O módulo da força de atrito (estático) é igual ao módulo da força aplicada na caixa, uma vez que o corpo permanece em repouso.
 $F_{\text{at.}} = 20 \text{ N}$

- 6 a) $P = 5 \text{ kgf} = 50 \text{ N}$

- b) Sabendo que a intensidade da força de atrito estático máxima é $F_{\text{at.(e)máx.}} = 40 \text{ N}$ e que $N = P = 50 \text{ N}$, podemos determinar o coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície:
 $F_{\text{at.(e)máx.}} = \mu_e \cdot N \Rightarrow \mu_e = \frac{F_{\text{at.(e)máx.}}}{N} \Rightarrow \mu_e = \frac{40}{50} \Rightarrow \mu_e = 0,8$
- c) Para que o corpo se mova, é necessário aplicar sobre ele uma força horizontal com módulo maior que 40 N. Uma vez em movimento, essa força pode ser menor que 40 N para que o movimento se mantenha, já que a força de atrito cinético que passará a agir sobre o corpo terá módulo menor que o da força de atrito estático máxima, pois $\mu_c < \mu_e$.

- 7 a) Se o caixote se move com velocidade constante, a resultante das forças que atuam sobre ele é nula; então:

$$F_{\text{at.(c)}} = F \therefore F_{\text{at.(c)}} = 200 \text{ N}$$

- b) A força normal e o peso têm módulos iguais:
 $N = P = 800 \text{ N}$

O coeficiente de atrito cinético pode ser calculado por:

$$F_{\text{at.(c)}} = \mu_c \cdot N \Rightarrow \mu_c = \frac{F_{\text{at.(c)}}}{N} \Rightarrow \mu_c = \frac{200}{800} \Rightarrow \mu_c = 0,25$$

- 8 a) O módulo da força \vec{N} que o corpo exerce sobre o apoio é igual ao módulo da força \vec{N} que o apoio exerce no corpo (N' e N formam um par ação-reação); então:
 $N = F_1 + P \Rightarrow N = 10 + 20 \therefore N = 30 \text{ N}$

- b) Se o corpo está em repouso, mas na iminência de se movimentar para a esquerda, a força de atrito estático é máxima, aponta para a direita, e sua intensidade é dada por:

$$F_{\text{at.(e)máx.}} = \mu_e \cdot N$$

Temos, então:

$$F_3 = F_{\text{at.(e)máx.}} + F_2 \Rightarrow F_3 = \mu_e \cdot N + F_2 \Rightarrow F_3 = 0,3 \cdot 30 + 40 \therefore F_3 = 49 \text{ N}$$

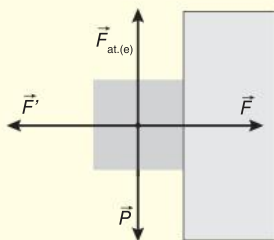
- c) Se o corpo se move com velocidade constante para a direita, a força de atrito cinético aponta para a esquerda e a força resultante é nula, devemos ter:
 $F_3 + F_{\text{at.(c)}} = F_2 \Rightarrow F_3 + \mu_c \cdot N = F_2 \Rightarrow F_3 = F_2 - \mu_c \cdot N \Rightarrow F_3 = 40 - 0,2 \cdot 30 \therefore F_3 = 34 \text{ N}$

- d) Se o corpo se move com velocidade constante para a esquerda, a força de atrito cinético aponta para a direita e, como a força resultante é nula, devemos ter:

$$F_3 = F_{\text{at.}(c)} + F_2 \Rightarrow F_3 = \mu_c \cdot N + F_2 \Rightarrow F_3 = 0,2 \cdot 30 + 40$$

$$\therefore F_3 = 46 \text{ N}$$

- 9 As forças que atuam sobre o bloco são: o peso (\vec{P}), a força aplicada pela pessoa (\vec{F}), a reação normal da parede à compressão exercida sobre o bloco (\vec{F}') e a força de atrito estático ($\vec{F}_{\text{at.}(e)}$), contrária ao escorregamento do bloco pela parede.



LUIZ RUBIO

- a) $P = 2 \text{ kgf} = 20 \text{ N}$
b) A força que o corpo exerce no apoio se deve exclusivamente à força com que a pessoa o aperta; portanto, $F = 40 \text{ N}$.
c) A força que o apoio exerce no corpo \vec{F}' e a força que o corpo exerce no apoio \vec{F} são um par ação-reação; portanto, suas intensidades são iguais ($F' = F = 40 \text{ N}$).
d) Se o corpo permanece em repouso, a força de atrito estático e o peso devem ter módulos iguais:

$$F_{\text{at.}(e)} = P \therefore F_{\text{at.}(e)} = 20 \text{ N}$$

- e) Se o corpo está na iminência de descer deslizando, a força de atrito que o mantém em equilíbrio é máxima, e sua intensidade é dada por:

$$F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = \mu_e \cdot N$$

Nesse caso, \vec{F}' é a reação normal do apoio à compressão do corpo; portanto:

$$F_{\text{at.}(e)\text{máx.}} = \mu_e \cdot F' \Rightarrow \mu_e = \frac{F_{\text{at.}(e)\text{máx.}}}{F'} \Rightarrow \mu_e = \frac{20}{40} \Rightarrow \mu_e = 0,5$$

CAPÍTULO 9

2ª lei de Newton: corpos acelerados

Questões propostas

- 1 a) Nesse intervalo de tempo, a aceleração do corpo é:
- $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{15 - 0}{5 - 0} \Rightarrow a = \frac{15}{5} \therefore a = 3 \text{ m/s}^2$$
- b) O módulo da força resultante nesse intervalo de tempo é:
- $$F_R = m \cdot a \Rightarrow F_R = 5 \cdot 3 \therefore F_R = 15 \text{ N}$$
- 2 a) O módulo da velocidade v_2 pode ser calculado a partir da equação de Torricelli. Então, temos:
- $$v_2^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow v_2^2 = 8^2 + 2 \cdot 1,6 \cdot 60 \Rightarrow v_2^2 = \sqrt{256}$$
- $$\therefore v_2 = 16 \text{ m/s}$$
- b) Como o movimento entre os pontos A e B é retilíneo e uniforme, a força resultante que age sobre o corpo é nula: $F_R = 0$
- c) O módulo da força resultante entre os pontos B e C é:
- $$F_R = m \cdot a \Rightarrow F_R = 4 \cdot 1,6 \therefore F_R = 6,4 \text{ N}$$
- d) No trecho AB, o corpo realiza MRU; portanto, o tempo nesse trecho é dado por:
- $$s = s_0 + v \cdot t_{AB} \Rightarrow 40 = 0 + 8 \cdot t_{AB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{40}{8} \therefore t_{AB} = 5 \text{ s}$$
- No trecho BC, o corpo realiza MRUV; portanto, o tempo nesse trecho é dado por:

$$v = v_0 + a \cdot t_{BC} \Rightarrow 16 = 8 + 1,6 \cdot t_{BC} \Rightarrow t_{BC} = \frac{16 - 8}{1,6} \therefore t_{BC} = 5 \text{ s}$$

O tempo total de movimento entre os pontos A e C é dado pela soma dos tempos parciais AB e BC:

$$t_{AC} = t_{AB} + t_{BC} \Rightarrow t_{AC} = 5 + 5 \therefore t_{AC} = 10 \text{ s}$$

- 3 a) As forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 têm mesmo módulo e direção, porém sentidos opostos, de modo que elas se anulam; portanto, a força resultante é igual à força \vec{F}_3 .

- b) Como $|\vec{F}_R| = |\vec{F}_3| = 20 \text{ N}$, aplicando a 2ª lei de Newton, temos:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 20 = 10 \cdot a \Rightarrow a = \frac{20}{10} \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

- 4 No intervalo de 0 s a 2 s, a aceleração do corpo é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{4 - 0}{2 - 0} \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

O módulo da resultante nesse intervalo de tempo pode ser obtido a partir da 2ª lei de Newton:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = 3 \cdot 2 \therefore F = 6 \text{ N}$$

No intervalo de 2 s a 6 s, a aceleração do corpo é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - 4}{6 - 2} \therefore a = -1 \text{ m/s}^2$$

Da mesma forma, o módulo da resultante nesse intervalo de tempo é:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = 3 \cdot 1 \therefore F = 3 \text{ N}$$

- 5 a) Para que o corpo permaneça em equilíbrio, é preciso que a força de tração tenha o mesmo módulo que a força peso do corpo. Assim:

$$T = P \therefore T = 80 \text{ N}$$

- b) Para que o corpo desça acelerando a $10,0 \text{ m/s}^2$, temos, pela 2ª lei de Newton:

$$P - T = m \cdot a \Rightarrow 80 - T = 8 \cdot 10 \Rightarrow T = 80 - 80 \therefore T = 0$$

- 6 Considerando que Garfield quer diminuir a força peso que atua sobre ele, o planeta do Sistema Solar mais indicado é aquele com menor aceleração gravitacional: Marte ou Mercúrio. Como a massa dos corpos é invariável, de nada adiantaria a mudança para um planeta de menor gravidade com o objetivo de emagrecer, pois, apesar da sensação de menor peso num planeta de menor gravidade, não há diminuição da massa.

- 7 a) Sendo $g_T = 9,8 \text{ m/s}^2$ a aceleração da gravidade na Terra e $P_T = 49 \text{ N}$ o peso da caixa na Terra, sua massa pode ser calculada por:

$$P_T = m \cdot g_T \Rightarrow 49 = m \cdot 9,8 \therefore m = 5 \text{ kg}$$

A massa da caixa é invariável, ou seja, não depende da aceleração da gravidade, e será a mesma na Terra, em Júpiter e em Mercúrio.

- b) O peso da caixa é maior em Júpiter, pois, como a massa do corpo é invariável, seu peso, dado por $P = m \cdot g$, será maior no planeta em que a aceleração da gravidade for maior.

- 8 a) A máxima força que o fio consegue suportar é igual ao peso de um corpo de 60 kg na Terra:

$$F_{\text{máx.}} = P = m \cdot g \therefore F_{\text{máx.}} = 600 \text{ N}$$

Na Lua, a resistência do fio não se altera, embora ele esteja sujeito a uma aceleração menor da gravidade. A força máxima que o fio consegue suportar continua sendo 600 N.

- b) Na Lua, a maior massa de um corpo suspenso por esse fio sem que ele se rompa deve ser tal que exerça sobre ele força de 600 N, isto é, o peso do corpo deve ser igual a 600 N.

$$F_{\text{máx.}} = m \cdot g_{\text{Lua}} \Rightarrow 600 = m \cdot 1,5 \therefore m = 400 \text{ kg}$$

- 9** O barbante terá maior chance de arrebentar quanto maior for a tração a que os meninos submeterem as latinhas.

Supondo que a inclinação com que eles puxam as latinhas seja a mesma nas três situações, a tração será maior quando os meninos aumentarem a velocidade, pois o módulo da projeção horizontal da tração será maior que o módulo da força de atrito dinâmico das latinhas. Portanto, nesse caso, o barbante terá maior chance de arrebentar. Caso da situação do item a.

Se os meninos diminuïrem a velocidade, o módulo da projeção horizontal da tração deverá ser menor que o módulo da força de atrito dinâmico das latinhas. Caso da situação do item b.

Se os meninos estiverem em velocidade constante, a projeção horizontal da tração terá o mesmo módulo que a força de atrito dinâmico. Caso da situação do item c. Logo, o barbante terá maior chance de arrebentar na situação do item a.

- 10** Quando os motores auxiliares são acionados, a sonda adquire certa aceleração, cujo módulo pode ser calculado pela 2ª lei de Newton:

$$F = m \cdot a \Rightarrow 8,0 \times 10^3 = 4 \times 10^2 \cdot a \therefore a = 20 \text{ m/s}^2$$

Essa aceleração fará com que a sonda pare; portanto, ela será contrária ao sentido do movimento (desaceleração, logo $a < 0$). Sendo $v = 6,0 \times 10^3 \text{ m/s}$ a velocidade inicial da sonda, o tempo em que os motores auxiliares devem ficar ligados até que a nave pare pode ser calculado por:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 6,0 \times 10^3 + (-20)t \therefore t = 300 \text{ s ou } t = 5 \text{ min}$$

- 11** a) Convertendo v de km/h para m/s, obtemos:

$$v = \frac{54}{3,6} \therefore v = 15 \text{ m/s}$$

No intervalo de 0 s a 90 s, a aceleração do corpo é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{15-0}{90-0} \therefore a = \frac{1}{6} \text{ m/s}^2$$

O módulo da resultante nesse intervalo de tempo pode ser obtido por meio da 2ª lei de Newton:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = 3.000 \cdot \frac{1}{6} \therefore F = 500 \text{ N}$$

No intervalo de 90 s a 210 s, a aceleração do trem é igual a zero, pois sua velocidade é constante nesse intervalo de tempo e, portanto, a resultante das forças que atuam sobre o trem é nula.

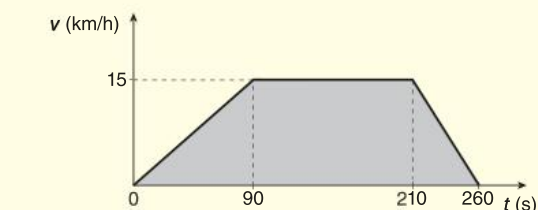
No intervalo de 210 s a 260 s, a aceleração do corpo é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0-15}{260-210} \therefore a = -\frac{3}{10} \text{ m/s}^2$$

O módulo da resultante nesse intervalo de tempo pode ser obtido por meio da 2ª lei de Newton:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = 3.000 \cdot \frac{3}{10} \therefore F = 900 \text{ N}$$

- b) Temos: $\Delta s \stackrel{N}{=} \text{área}$



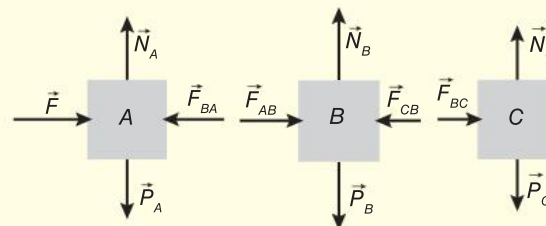
$$\Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow \Delta s \stackrel{N}{=} \frac{(260+120) \cdot 15}{2} \therefore \Delta s = 2.850 \text{ m}$$

- 12** Na vertical, o módulo da força peso de cada um dos blocos é igual ao da força normal em cada um deles.

Então, sendo \vec{F} a resultante das forças externas que atuam sobre os blocos, a aceleração do sistema (comum aos blocos A, B e C) pode ser calculada pela 2ª lei de Newton:

$$F = (m_A + m_B + m_C) \cdot a = (3 + 5 + 2) \cdot a \Rightarrow 40 = 10 \cdot a \therefore a = 4 \text{ m/s}^2$$

Os diagramas a seguir mostram as forças que atuam sobre cada um dos blocos:



Aplicando a 2ª lei de Newton separadamente aos blocos, obtemos para o bloco A:

$$F - F_{BA} = m_A \cdot a \Rightarrow 40 - F_{BA} = 3 \cdot 4 \therefore F_{BA} = 28 \text{ N}$$

Para o bloco B:

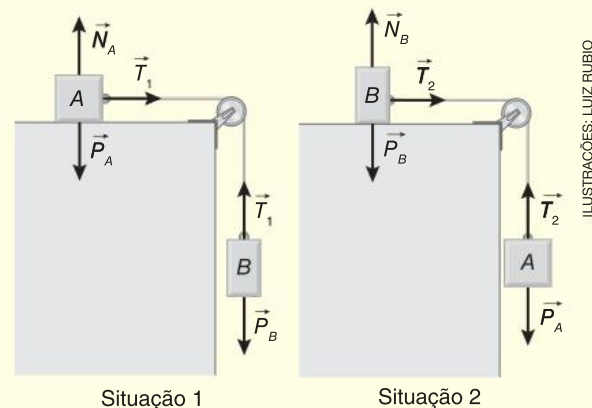
$$F_{AB} - F_{CB} = m_B \cdot a \Rightarrow 28 - F_{CB} = 5 \cdot 4 \therefore F_{CB} = 8 \text{ N}$$

Lembrando que F_{AB} e F_{BA} constituem um par ação-reação, e, por isso, suas intensidades são iguais.

Para o bloco C:

$$F_{BC} = m_C \cdot a \Rightarrow F_{BC} = 2 \cdot 4 \therefore F_{BC} = 8 \text{ N}$$

- 13** a)



Nas duas situações mostradas, a resultante das forças externas atuando nos sistemas é o peso do bloco que está pendurado.

Então, a resultante das forças que atuam sobre o sistema da situação 1 é menor que a resultante das forças que atuam sobre o sistema da situação 2; portanto, a aceleração do sistema na situação 1 é menor.

Situação 1:

$$F_R = P_B = (m_A + m_B) \cdot a_1 \Rightarrow 5 = (4,5 + 0,5) \cdot a_1 \therefore a_1 = 1 \text{ m/s}^2$$

Situação 2:

$$F_R = P_A = (m_A + m_B) \cdot a_2 \Rightarrow 45 = (4,5 + 0,5) \cdot a_2 \therefore a_2 = 9 \text{ m/s}^2$$

- b) Aplicando a 2ª lei de Newton a cada um dos blocos, obtemos em cada situação a tração no fio.

Situação 1

Para o bloco A:

$$T_1 = m_A \cdot a_1 \Rightarrow T_1 = 4,5 \cdot 1 \therefore T_1 = 4,5 \text{ N}$$

Para o bloco B:

$$P_B - T_1 = m_B \cdot a_1 \Rightarrow 5 - T_1 = 0,5 \cdot 1 \therefore T_1 = 4,5 \text{ N}$$

Situação 2

Para o bloco B: $T_2 = m_B \cdot a_2 \Rightarrow T_2 = 0,5 \cdot 9 \therefore T_2 = 4,5 \text{ N}$

Para o bloco A:

$P_A - T_2 = m_A \cdot a_2 \Rightarrow 45 - T_2 = 4,5 \cdot 9 \therefore T_2 = 4,5 \text{ N}$

Em ambas as situações, o módulo da força de tração no fio que une os blocos vale 4,5 N.

- 14** Aplicando a 2ª lei de Newton, podemos calcular o módulo da aceleração do sistema:

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow 6 = 4 \cdot a \Rightarrow a = \frac{6}{4} \therefore a = 1,5 \text{ m/s}^2$$

Como a aceleração de cada um dos corpos é igual à aceleração do sistema, aplicando a 2ª lei de Newton para cada um dos corpos, temos:

$$R_1 = m_1 \cdot a \Rightarrow R_1 = 3 \cdot 1,5 \therefore R_1 = 4,5 \text{ N}$$

$$R_2 = m_2 \cdot a \Rightarrow R_2 = 1 \cdot 1,5 \therefore R_2 = 1,5 \text{ N}$$

alternativa b

- 15** Em todas as situações, as forças que atuam sobre a menina são o peso e a normal (força de reação à compressão que a menina exerce sobre a balança). A balança marca o módulo dessa força de compressão.

Considerando positiva a aceleração para cima e negativa a aceleração para baixo, e sabendo que o peso da menina é $P = 50 \cdot 10 \therefore P = 500 \text{ N}$, podemos calcular a força normal em cada situação por meio da 2ª lei de Newton.

- a) Quando o elevador sobe acelerado com aceleração de módulo $0,8 \text{ m/s}^2$ (\vec{a} para cima):

$$N - P = m \cdot a \Rightarrow N - 500 = 50 \cdot 0,8 \therefore N = 540 \text{ N}$$

- b) Quando o elevador sobe retardado com aceleração de módulo $0,8 \text{ m/s}^2$ (\vec{a} para baixo):

$$N - P = m \cdot a \Rightarrow N - 500 = 50 \cdot (-0,8) \therefore N = 460 \text{ N}$$

- c) Quando o elevador desce acelerado com aceleração de módulo $0,8 \text{ m/s}^2$ (\vec{a} para baixo):

$$N - P = m \cdot a \Rightarrow N - 500 = 50 \cdot (-0,8) \therefore N = 460 \text{ N}$$

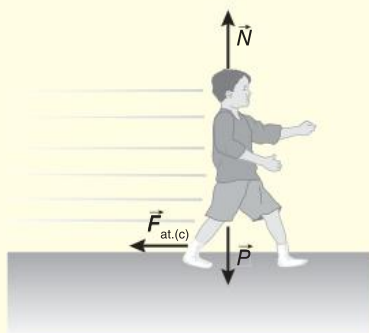
- d) Quando o elevador desce retardado com aceleração de módulo $0,8 \text{ m/s}^2$ (\vec{a} para cima):

$$N - P = m \cdot a \Rightarrow N - 500 = 50 \cdot 0,8 \therefore N = 540 \text{ N}$$

- e) Quando o elevador se move em movimento uniforme ou está em repouso, a resultante das forças que atuam sobre a menina é nula:

$$N = P \text{ ou } N - P = 0 \therefore N = 500 \text{ N}$$

- 16** Na figura abaixo, estão representadas as forças que atuam sobre o garoto:



As forças na direção vertical têm módulos iguais:

$$N = P = 500 \text{ N}$$

A força de atrito é a força resultante sobre o corpo, contrária ao sentido do movimento; por isso, será responsável pela desaceleração ($a < 0$) do corpo.

O módulo dessa aceleração é, pela 2ª lei de Newton:

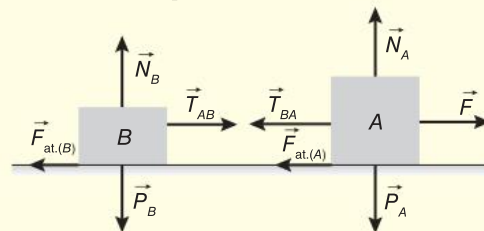
$$F_{at(c)} = m \cdot a \Rightarrow \mu \cdot N = m \cdot a \Rightarrow 0,1 \cdot 500 = 50 \cdot a \therefore a = 1 \text{ m/s}^2$$

Como é uma desaceleração, $a = -1 \text{ m/s}^2$.

A velocidade inicial do menino é $v_0 = 2 \text{ m/s}$. A distância percorrida por ele até parar pode ser calculada pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow 0^2 = 2^2 + 2 \cdot (-1) \cdot d \Rightarrow d = \frac{4}{2} \therefore d = 2 \text{ m}$$

- 17** a) A figura a seguir mostra o diagrama de forças que atuam sobre os corpos.



Na direção vertical, a resultante das forças que atuam sobre cada um dos corpos é nula, pois o módulo da força peso e o módulo da força normal de cada um deles são iguais.

Corpo A: $N_A = P_A = 100 \text{ N}$

Corpo B: $N_B = P_B = 60 \text{ N}$

As forças externas que atuam sobre o sistema na direção horizontal são: a força \vec{F} , a força de atrito do chão sobre o bloco A ($\vec{F}_{at(A)}$) e a força de atrito do chão sobre o bloco B ($\vec{F}_{at(B)}$). Assim, o módulo da resultante das forças externas sobre o sistema é:

$$F_R = F - F_{at(A)} - F_{at(B)} \Rightarrow F_R = 112 - \mu N_A - \mu N_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_R = 112 - (0,5 \cdot 100) - (0,5 \cdot 60) \therefore F_R = 32 \text{ N}$$

Aplicando a 2ª lei de Newton ao sistema de dois corpos, obtemos sua aceleração:

$$F_R = (m_A + m_B) \cdot a \Rightarrow 32 = (16) \cdot a \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

- b) O valor da força de tração no fio pode ser obtido aplicando a 2ª lei de Newton a qualquer um dos blocos separadamente. Assim, para o bloco A:

$$F - T_{BA} - F_{at(A)} = m_A \cdot a \Rightarrow 112 - T_{BA} - \mu \cdot N_A = 10 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 112 - T_{BA} - 50 = 20 \Rightarrow T_{BA} = 112 - 50 - 20 \therefore T_{BA} = 42 \text{ N}$$

Para o bloco B:

$$T_{AB} - F_{at(B)} = m_B \cdot a \Rightarrow T_{AB} - \mu \cdot N_B = 6 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{AB} - 30 = 12 \therefore T_{AB} = 42 \text{ N}$$

CAPÍTULO 10

Aplicações das leis de Newton

Para saber mais

Saber físico e tecnologia – Cortando o ar

Ampliando sua leitura

- O veículo bege tem o maior coeficiente de arrasto aerodinâmico, pois, de acordo com o texto, sua forma de *hatch* propicia o surgimento de uma região de turbulência mais intensa do que a verificada no veículo vermelho, que tem a forma de sedã.

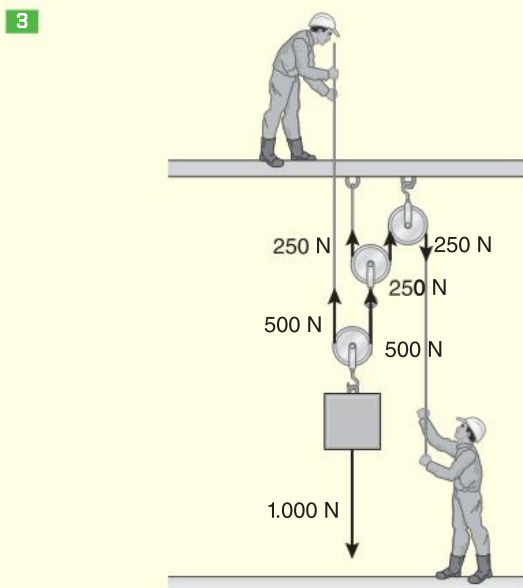
2. A força de resistência do ar no ônibus é dez vezes maior que a força de resistência do ar sobre o carro esporte, conforme demonstrado na equação a seguir.

$$R_{\text{ar}} = \frac{1}{2} \cdot c_x \cdot d \cdot A \cdot v^2$$

$$\frac{R_{\text{ônibus}}}{R_{\text{carro}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,8d \cdot 2,5 \cdot A_{\text{carro}} \cdot v^2}{\frac{1}{2} \cdot 0,2d \cdot A_{\text{carro}} \cdot v^2} = \frac{0,8}{0,2} \cdot 2,5 = 10$$

Questões propostas

- 1 Porque a inclinação do plano não foi suficiente para que a componente P_x do peso fosse maior do que a força de atrito estático máxima.
- 2 a) Correta. Como não existe atrito, a única força a que o corpo está sujeito é a componente P_x do peso, que tem, nesse caso, mesma direção, mas sentido contrário ao movimento. Assim, o corpo desacelera à medida que sobe.
- b) Correta. O corpo está sujeito à mesma força (componente P_x do peso), tanto na subida quanto na descida. Logo, o módulo da sua aceleração será o mesmo, subindo ou descendo.
- c) Incorreta. As acelerações são iguais na subida e na descida; logo, o tempo será o mesmo nas duas situações.
- d) Incorreta. A partir do momento em que a pessoa não está mais em contato com o corpo, a força por ela aplicada deixa de atuar.
- e) Incorreta. A componente P_x do peso desacelera o corpo durante a subida, fazendo-o parar em determinado instante.
- f) Incorreta. A força aplicada no corpo para que fique parado no ponto mais alto deve ter mesmo módulo e direção, mas sentido contrário ao da componente P_x do peso.



O operário posicionado na parte de cima exerce sobre a corda uma força de 500 N. O outro exerce uma força de 250 N.

- 4 a) Para que o corpo permaneça em equilíbrio, é preciso que a força de tração (\vec{T}) tenha o mesmo módulo da componente do peso na direção do plano (\vec{P}_x). Assim:

$$T = P_x \Rightarrow T = m \cdot g \cdot \sin \theta \Rightarrow T = 20 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5} \therefore T = 120 \text{ N}$$

- b) A condição para o corpo subir o plano em movimento uniforme e para que ele permaneça em repouso sobre o plano é a mesma. Nos dois casos, a intensidade da força resultante atuante é nula ($F_R = 0$); portanto:

$$T = P_x \therefore T = 120 \text{ N}$$

- c) Para que o corpo suba acelerando a $0,5 \text{ m/s}^2$, temos, pela 2ª lei de Newton:

$$T - P_x = m \cdot a \Rightarrow T - 120 = 20 \cdot 0,5 \Rightarrow T = 10 + 120$$

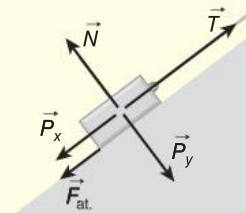
$$\therefore T = 130 \text{ N}$$

- d) Para que o corpo desça acelerando a $0,5 \text{ m/s}^2$, temos, pela 2ª lei de Newton:

$$P_x - T = m \cdot a \Rightarrow 120 - T = 20 \cdot 0,5 \Rightarrow T = 120 - 10$$

$$\therefore T = 110 \text{ N}$$

5



$$P_x = P \cdot \sin \theta \Rightarrow P_x = 20 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5} \therefore P_x = 120 \text{ N}$$

$$P_y = P \cdot \cos \theta \Rightarrow P_y = 20 \cdot 10 \cdot \frac{4}{5} \therefore P_y = 160 \text{ N}$$

$$N = P_y \therefore N = 160 \text{ N}$$

- a) Para que o corpo permaneça em equilíbrio ($F_R = 0$), temos:

$$T - P_x - F_{\text{at(e)max}} = 0 \Rightarrow T = P_x + F_{\text{at(e)max}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = P_x + \mu_e \cdot N \Rightarrow T = P_x + \mu_e \cdot P_y \Rightarrow T = 120 + 0,4 \cdot 160$$

$$\therefore T = 184 \text{ N}$$

- b) Para o corpo subir o plano em movimento uniforme ($F_R = 0$), temos:

$$T - P_x - F_{\text{at(c)}} = 0 \Rightarrow T = P_x + F_{\text{at(c)}} \Rightarrow T = P_x + \mu_c \cdot N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = P_x + \mu_c \cdot P_y \Rightarrow T = 120 + 0,5 \cdot 160 \therefore T = 200 \text{ N}$$

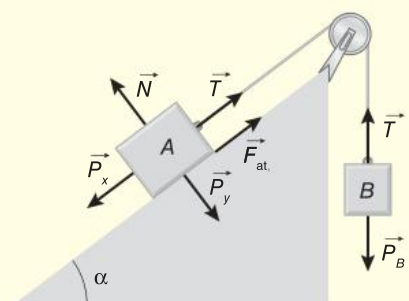
- c) Para que o corpo suba acelerando a $0,5 \text{ m/s}^2$, temos, pela 2ª lei de Newton:

$$T - P_x - F_{\text{at(c)}} = m \cdot a \Rightarrow T - P_x - \mu_c \cdot N = m \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T - P_x - \mu_c \cdot P_y = m \cdot a \Rightarrow T - 120 - 80 = 20 \cdot 0,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 120 + 80 + 10 \therefore T = 210 \text{ N}$$

6



- a) $P_A = 100 \text{ N}$

$$P_x = P \cdot \sin \alpha \Rightarrow P_x = 100 \cdot \frac{3}{5} \therefore P_x = 60 \text{ N}$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha \Rightarrow P_y = 100 \cdot \frac{4}{5} \therefore P_y = 80 \text{ N}$$

b) Sabemos que:

$$N = P_y \therefore N = 80 \text{ N}$$

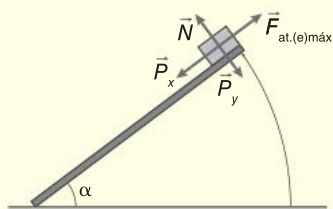
O módulo da força de atrito estático máxima é:

$$F_{\text{at.(e) máx.}} = \mu \cdot N \Rightarrow F_{\text{at.(e) máx.}} = 0,4 \cdot 80 \therefore F_{\text{at.(e) máx.}} = 32 \text{ N}$$

c) Sendo $P_B = 20 \text{ N}$ e $P_x = 60 \text{ N}$, o corpo A desce o plano.

d) A força de atrito em A tem a mesma direção do movimento, mas sentido contrário; então essa força tem a mesma direção do plano inclinado, mas sentido para o topo do plano.

- 7 a) Sendo α o ângulo que a prancha faz com o chão quando o bloco está na iminência de escorregar, temos:



$$P_x = F_{\text{at.(e) máx.}} \Rightarrow P \sin \alpha = \mu \cdot N$$

$$\text{Portanto: } N = P_y = P \cdot \cos \alpha$$

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \mu \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \mu = \frac{0,6}{0,8} \Rightarrow \mu = 0,75$$

b) Com o corpo em movimento, passa a atuar sobre ele a força de atrito cinético, e a resultante deixa de ser nula, tornando-se:

$$F_R = P_x - F_{\text{at.(c)}} \Rightarrow F_R = P_x - \mu_c \cdot N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_R = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_R = 2 \cdot 10 \cdot 0,6 - 0,5 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0,8 \therefore F_R = 4 \text{ N}$$

Pela 2ª lei de Newton, a aceleração adquirida pelo corpo é dada por:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 4 = 2 \cdot a \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

O tempo gasto para percorrer a prancha pode ser calculado pela equação horária da posição (MRUV), sendo $v_0 = 0$ e $s - s_0 = 4 \text{ m}$.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \frac{at^2}{2} = s - s_0 \Rightarrow \frac{2t^2}{2} = 4 \therefore t = 2 \text{ s}$$

- 8 O peso da gota de água é:

$$P = mg = 0,20 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \therefore P = 0,20 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

No momento em que a gota atinge a velocidade limite, a força de resistência do ar é igual a seu peso. Assim:

$$P = R_{\text{ar}} = 0,20 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Para baixas velocidades, temos: $R_{\text{ar}} = k \cdot v$

A equação que podemos associar ao gráfico linear é do tipo $y = Ax$, na qual A é a constante de proporcionalidade. Nesse caso, $A = k = \frac{4 \cdot 10^{-4} - 0}{2 - 0}$, portanto

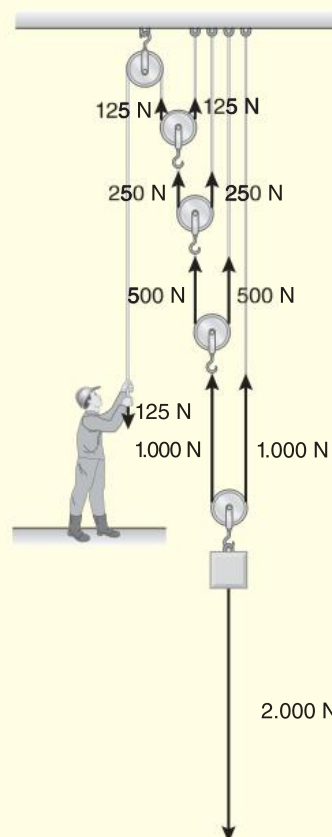
$$k = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m/s}}. \text{ Assim:}$$

$$0,20 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot v \therefore v = 10 \text{ m/s}$$

Quando a gota atingir a velocidade de 10 m/s, sua velocidade será constante.

alternativa e

- 9 Para levantar o saco de cimento exercendo uma força de até 150 N, o pedreiro pode arranjar as roldanas num sistema formado por quatro roldanas móveis, mais uma presa ao teto, como representa a figura:



Dessa forma, o pedreiro exercerá uma força menor, de 125 N, para levantar o saco.

CAPÍTULO 11

Dinâmica do movimento circular uniforme

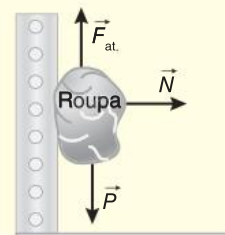
Questões propostas

- 1 Na situação (2), a pedra realiza uma trajetória curvilínea; portanto, há uma força resultante centrípeta, fazendo com que a tensão seja maior nessa situação.

- 2 a) Por inércia, a água tende a se manter em movimento retilíneo e a sair pela tangente, por isso sai pelos furos do cesto circular.

- b) As forças que atuam sobre a roupa quando o cesto da máquina gira estão representadas ao lado.

Se a roupa grudar na parede, na direção vertical devemos ter $P = F_{\text{at}}$ e a resultante centrípeta, na direção horizontal, é igual à força de contato entre o cesto e a roupa (normal).



- 3 a) O traçado geométrico tem raio de curvatura maior do que o traçado ideal.

- b) Como a força centrípeta é inversamente proporcional ao raio de curvatura do traçado, quanto maior o raio, menor o valor da força centrípeta, possibilitando maior velocidade na entrada da curva.

- 4 A força de tração aplicada pelo fio na pedra menor impede que ela continue em linha reta, por isso ela executa um movimento circular. Essa tração é a resultante centrípeta que atua sobre a pedra menor.

Se esse valor da tração, que depende da velocidade com que a pedra menor gira, for igual ao peso da pedra maior, esta permanecerá em repouso. Para isso:

$$m \cdot a_{cp} = T = 2m \cdot g \Rightarrow a_{cp} = 2 \cdot g \Rightarrow \frac{v^2}{R} = 2g \therefore v = \sqrt{2gR}$$

- 5** Velocidade do avião: $v = 504 \text{ km/h} = 140 \text{ m/s}$.

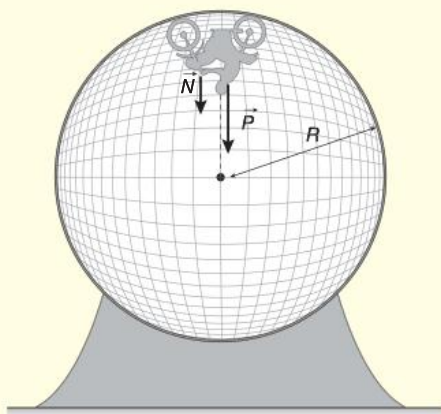
No ponto mais baixo da trajetória, as forças que atuam sobre o piloto são o seu peso e a força normal, exercida pelo assento do avião. Então, a resultante centrípeta sobre o piloto é:

$$R_{cp} = N - P = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow N - 70 \cdot 10 = \frac{70 \cdot 140^2}{250} \therefore N = 6.188 \text{ N}$$

Sendo $P = 700 \text{ N}$, a força que o assento exerce é cerca de nove vezes maior que o peso do piloto, pois:

$$\frac{6.188}{700} = 8,84$$

- 6** No ponto mais alto da trajetória, as forças que atuam sobre o motoqueiro são:



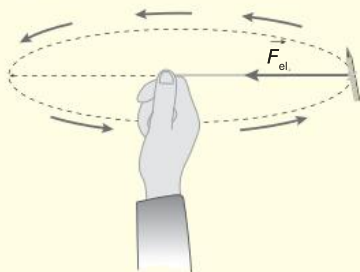
Assim, a resultante centrípeta sobre ele é:

$$R_{cp} = P + N \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = P + N$$

Dessa forma, temos a velocidade mínima quando N é igual a zero, uma vez que m , g e R são constantes. Então, devemos ter:

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g \Rightarrow \frac{v^2}{R} = g \Rightarrow v = \sqrt{g \cdot R} \Rightarrow v = \sqrt{10 \cdot 5} \therefore v \approx 7 \text{ m/s}$$

- 7** Dados: $m = 10 \text{ g} = 0,01 \text{ kg}$; $R = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$; $x = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$; $f = 2 \text{ Hz}$



A resultante centrípeta sobre o lápis é igual à força elástica exercida pelo elástico: $R_{cp} = F_{el}$.

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{m \cdot v^2}{R \cdot x}$$

Sabendo que $f = \frac{1}{T}$, podemos determinar a velocidade tangencial do lápis a partir de:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf \Rightarrow v = 2 \cdot 3 \cdot 0,3 \cdot 2 \therefore v = 3,6 \text{ m/s}$$

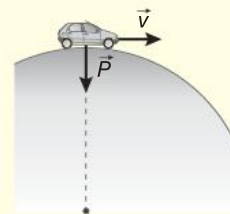
Então, a constante elástica do elástico é:

$$k = \frac{m \cdot v^2}{R \cdot x} \Rightarrow k = \frac{0,01 \cdot (3,6)^2}{0,3 \cdot 0,1} \therefore k = 4,32 \text{ N/m}$$

- 8** a) A resultante centrípeta sobre o carro tem intensidade dada por:

$$R_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Assim, quando o carro tem velocidade máxima, a resultante centrípeta é máxima; isso ocorre quando $N = 0$, pois: $R_{cp} = P - N$

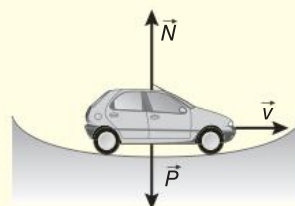


Se $N = 0$, $R_{cp} = P$. Então:

$$R_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} = P \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g \Rightarrow \frac{v^2}{R} = g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{250} = 10 \therefore v = 50 \text{ m/s}$$

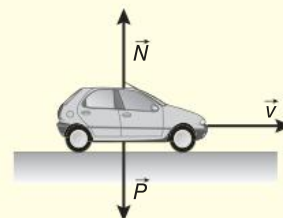
- b) Na posição B, temos:



$$R_{cp} = N - P = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow N - 1.500 \cdot 10 = \frac{1.500 \cdot 50^2}{250}$$

$$\therefore N = 30.000 \text{ N}$$

No trecho retilíneo (ponto O):



$$N = P \Rightarrow N = m \cdot g \Rightarrow N = 1.500 \cdot 10 \therefore N = 15.000 \text{ N}$$

Então, no ponto B a reação do piso da estrada sobre o carro tem intensidade duas vezes maior que no ponto O.

- 9** No ponto mais baixo da trajetória, o peso aponta no sentido radialmente para fora, enquanto a normal aponta na direção do centro. Como o avião realiza movimento circular uniforme, a força normal deve ser maior que a força peso para que o corpo tenha resultante centrípeta.
alternativa b

- 10** Velocidade do automóvel:
 $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

Considerando o sistema automóvel + motorista ($M = 800 \text{ kg} + 60 \text{ kg} = 860 \text{ kg}$), no ponto mais baixo da trajetória as forças que atuam sobre o veículo são o seu peso e a força normal, logo, a resultante centrípeta sobre o veículo é:

$$R_{cp} = N - P = \frac{M \cdot v^2}{r} \Rightarrow N - M \cdot g \Rightarrow \frac{860 \cdot 20^2}{20} = N - 860 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 17.200 + 8.600 \therefore N = 25.800 \text{ N}$$

alternativa d

- 11** Analisando as alternativas, temos:

a) Incorreto. A força normal não é nula, pois o bloco está apoiado sobre a mesa.

b) Correto.

Dados: $m = 0,5 \text{ kg}$; $R = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$; $v = 2 \text{ m/s}$
O bloco realiza um movimento circular e uniforme, portanto, a força resultante é a resultante centrípeta, assim:

$$R_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow R_{cp} = \frac{0,5 \cdot (2)^2}{0,4} \therefore R_{cp} = 5 \text{ N}$$

c) Incorreto. A aceleração tangencial é igual a zero, pois a única aceleração no movimento circular uniforme é a aceleração centrípeta.

d) Incorreto. A aceleração total do bloco é igual à aceleração centrípeta.

e) Incorreto. Ao cortar o fio, o bloco sai pela tangente da curva devido à inércia.

alternativa b

CAPÍTULO 12

Leis de Kepler

Questões propostas

1 a) Não. De acordo com a 2ª lei de Kepler, áreas iguais são varridas em intervalos de tempo iguais.

b) Num mesmo intervalo de tempo, o deslocamento de A a B é maior que o deslocamento A' a B'. A velocidade é máxima no periélio, o ponto da trajetória mais próximo do Sol, A₁.

c) O planeta tem velocidade máxima no periélio e velocidade mínima no afélio. Assim, no deslocamento do afélio ao periélio, o movimento é acelerado, e no deslocamento do periélio ao afélio, é retardado.

2 a) Quanto mais próximo estiver o ponto do Sol, maior será a velocidade do cometa; então:

$$v_i > v_j > v_L > v_K$$

b) No ponto I, a aceleração centrípeta é maior, pois o planeta está mais próximo do Sol e com uma velocidade linear maior.

3 Como a massa do satélite é pequena em relação à da Terra, o período de revolução do satélite não depende de sua massa, apenas do raio da órbita. Pela 3ª lei de Kepler, sabemos que $\frac{T^2}{R^3}$ é constante. Então, se a massa duplicar, o valor do período continuará sendo o mesmo.

4 Analisando cada uma das afirmativas:

I. Verdadeira. A afirmativa corresponde à 1ª lei de Kepler.

II. Falsa. A velocidade de cada um dos planetas não é constante. É maior quando o planeta está num ponto da trajetória mais próximo do Sol, e menor quando está mais afastado.

III. Verdadeira. A órbita de Urano é menor e, por ser entre os astros representados o mais próximo do Sol, sua velocidade orbital é maior; portanto, é o que gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol.

5 Pela 3ª lei de Kepler, devemos ter:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

Se tivermos $R_3 = 3R_2$, o novo período (T_3) será:

$$\frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{T_3^2}{(3R_2)^3} \Rightarrow \frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{T_3^2}{27R_2^3} \Rightarrow T_3^2 = 108 \therefore T_3 \approx 10,4 \text{ h}$$

6 Podemos calcular o período orbital de Júpiter a partir da 3ª lei de Kepler, sabendo que o período orbital da Terra é de 1 ano, e que a distância de Júpiter ao Sol é cerca de cinco vezes maior que a distância da Terra ao Sol:

$$\frac{T_{\text{Terra}}^2}{R_{\text{Terra}}^3} = \frac{T_{\text{Júpiter}}^2}{R_{\text{Júpiter}}^3} \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{Terra}}^3} = \frac{T_{\text{Júpiter}}^2}{(5R_{\text{Terra}})^3} \Rightarrow T_{\text{Júpiter}}^2 = 125$$

$$\therefore T_{\text{Júpiter}} \approx 11,2 \text{ anos}$$

Assim, podemos concluir que em 8 anos Júpiter não completou uma volta inteira em torno do Sol.

CAPÍTULO 13

Gravitação universal

Questões propostas

1 Um aluno e seu colega exercem forças de atração gravitacional de mesmo módulo um sobre o outro, pois se trata de um par ação-reação. Vamos calcular a intensidade dessa força entre dois alunos, supondo que estejam distantes 1 m um do outro e tenham massas $m_1 = 60 \text{ kg}$ e $m_2 = 70 \text{ kg}$. Considerando $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, temos:

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{D^2} \Rightarrow F = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{60 \cdot 70}{1^2} \therefore F = 2,81 \times 10^{-7} \text{ N}$$

2 A força de atração entre a Terra e o Sol é dada por:

$$F = G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{d^2} \Rightarrow F = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{2 \times 10^{30} \cdot 6 \times 10^{24}}{(1 \times 10^{11})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{12 \times 10^{54}}{10^{22}} \therefore F = 8,04 \times 10^{22} \text{ N} \approx 10^{23} \text{ N}$$

alternativa a

3 A força de atração gravitacional entre a Terra e o satélite

$$\text{será: } F = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}} \cdot M_{\text{satélite}}}{D^2}$$

$$D = R_{\text{Terra}} + h_{\text{satélite}} \Rightarrow D = 6.400 + 3.600$$

$$\therefore D = 10.000 \text{ km} = 1,0 \times 10^7 \text{ m}$$

Assim:

$$F = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{6,0 \times 10^{24} \cdot 1,0 \times 10^3}{(1,0 \times 10^7)^2} \Rightarrow F = \frac{4,02 \times 10^{17}}{1,0 \times 10^{14}}$$

$$\therefore F = 4.020 \text{ N}$$

4 A força de atração gravitacional entre a pessoa e a Terra será:

$$P = F = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}} \cdot M_{\text{pessoa}}}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{6,0 \times 10^{24} \cdot 6,0 \times 10^1}{(6,4 \times 10^6)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{24,12 \times 10^{15}}{4,1 \times 10^{13}} \Rightarrow P \approx 5,88 \times 10^2 \therefore P \approx 588 \text{ N}$$

5 De acordo com a lei da gravitação universal, temos:

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2}$$

Analisaremos cada uma das alternativas, comparando-as com esse resultado.

a) Incorreta

$$F_{(a)} = G \cdot \frac{3M_1 \cdot 2M_2}{d^2} \Rightarrow F_{(a)} = 6 \cdot G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} \Rightarrow F_{(a)} = 6F$$

b) Correta

$$F_{(b)} = G \cdot \frac{\frac{M_1}{2} \cdot \frac{M_2}{2}}{d^2} \Rightarrow F_{(b)} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} \Rightarrow F_{(b)} = \frac{F}{4}$$

c) Incorreta. A força que atua em cada corpo tem mesmo módulo, mesma direção, mas sentido contrário, independentemente do valor da massa de cada corpo.

d) Correta

$$F_{(d)} = G \cdot \frac{4M_1 \cdot 2M_2}{d^2} \Rightarrow F_{(d)} = 8 \cdot G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} \Rightarrow F_{(d)} = 8F$$

e) Correta

$$F_{(e)} = G \cdot \frac{\frac{M_1}{4} \cdot \frac{M_2}{5}}{d^2} \Rightarrow F_{(e)} = \frac{1}{20} \cdot G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} \Rightarrow F_{(e)} = \frac{F}{20}$$

6 Situação Inicial:

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2}$$

a) Duplicando a distância entre os corpos:

$$F' = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{(2d)^2} \Rightarrow F' = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} \Rightarrow F' = \frac{F}{4}$$

b) Reduzindo a distância à terça parte:

$$F'' = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} \Rightarrow F'' = 9 \cdot G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} \Rightarrow F'' = 9F$$

7 Situação inicial:

$$F = G \cdot \frac{M_A \cdot M_B}{x^2}$$

a) Multiplicando a distância por 10:

$$F' = G \cdot \frac{M_A \cdot M_B}{(10x)^2} \Rightarrow F' = \frac{1}{100} \cdot G \cdot \frac{M_A \cdot M_B}{x^2} \Rightarrow F' = \frac{F}{100}$$

b) Aumentando a distância para 4x, dobrando a massa de A e triplicando a massa de B:

$$F'' = G \cdot \frac{2M_A \cdot 3M_B}{(4x)^2} \Rightarrow F'' = \frac{6}{16} \cdot G \cdot \frac{M_A \cdot M_B}{x^2} \Rightarrow F'' = \frac{3}{8} \cdot G \cdot \frac{M_A \cdot M_B}{x^2} \Rightarrow F'' = \frac{3F}{8}$$

8 a) Dado que o planeta atrai o corpo com uma força F , pela 3ª lei de Newton, então o corpo atrai o planeta por uma força F de mesma direção e mesmo módulo, mas sentidos contrários. O módulo dessa força será:

$$F = G \cdot \frac{M_{\text{planeta}} \cdot M_{\text{corpo}}}{D^2}$$

b) Afastando-se o corpo do planeta a uma distância 3D:

$$F' = G \cdot \frac{M_{\text{planeta}} \cdot M_{\text{corpo}}}{(3D)^2} \Rightarrow F' = \frac{1}{9} \cdot G \cdot \frac{M_{\text{planeta}} \cdot M_{\text{corpo}}}{D^2} \Rightarrow F' = \frac{F}{9}$$

9 Dado: $g = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{R^2} = 10 \text{ m/s}^2$

a) Afastando o corpo para uma distância 3R:

$$g' = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{(3R)^2} \Rightarrow g' = \frac{1}{9} \cdot G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{R^2} \therefore g' = \frac{10}{9} \text{ m/s}^2$$

b) Afastando o corpo para uma distância 5R:

$$g'' = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{(5R)^2} \Rightarrow g'' = \frac{1}{25} \cdot G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{R^2} \Rightarrow g'' = \frac{10}{25} \therefore g'' = 0,4 \text{ m/s}^2$$

10 Temos: $g = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{(R_{\text{Terra}})^2} = 10 \text{ m/s}^2$

Assim:

$$g_x = G \cdot \frac{M_x}{R_x^2} \Rightarrow g_x = G \cdot \frac{2M_{\text{Terra}}}{(2 \cdot R_{\text{Terra}})^2} = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{(R_{\text{Terra}})^2} \therefore g_x = 5 \text{ m/s}^2$$

11 A intensidade do campo gravitacional independe da massa do corpo que sofre sua ação, porém depende da massa do corpo que o gera e da distância que um corpo é colocado do seu centro. Portanto, dois corpos colocados no mesmo ponto sofrerão a mesma aceleração gravitacional.

alternativa d

12 Sabemos que a gravidade na superfície da Terra é dada por:

$$g_{\text{Terra}} = \frac{M_{\text{Terra}}}{(R_{\text{Terra}})^2} \cdot G$$

Então:

$$g_{\text{Netuno}} = \frac{M_{\text{Netuno}}}{(R_{\text{Netuno}})^2} \cdot G \Rightarrow g_{\text{Netuno}} = \frac{18M_{\text{Terra}}}{(4R_{\text{Terra}})^2} \cdot G \Rightarrow g_{\text{Netuno}} = \frac{18}{16} \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{(R_{\text{Terra}})^2} \cdot G \Rightarrow g_{\text{Netuno}} = \frac{18}{16} \cdot 10 \therefore g_{\text{Netuno}} \approx 11,25 \text{ m/s}^2$$

alternativa b

13 Não, a distância D é menor que o raio da Terra. A aceleração da gravidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância que o corpo está do centro do planeta e a aceleração de queda é de 5 m/s^2 (menor que o valor de g).

Temos:

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{R^2} \approx 10 \text{ m/s}^2 \text{ e } g' = G \cdot \frac{M_{\text{Terra}}}{(R+D)^2} \approx 5 \text{ m/s}^2$$

Portanto:

$$\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+D)^2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R}{R+D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = R(\sqrt{2} - 1) \approx 0,41 R$$

Dessa forma, a distância D mede aproximadamente 41% do raio da Terra, sendo menor do que o raio.

14 Dados: $M_L = \frac{M_T}{81}$ e $R_L = \frac{R_T}{3,7}$

Sabemos que:

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \text{ e } g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$$

Assim:

$$g_L = G \cdot \frac{\frac{M_T}{81}}{\left(\frac{R_T}{3,7}\right)^2} \Rightarrow g_L = \frac{13,69}{81} \cdot G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_L \approx 0,17 \cdot g_T \therefore g_L \approx 1,7 \text{ m/s}^2$$

Explore em História

A “crise dos mísseis” ocorreu em outubro de 1962, no auge do período conhecido por Guerra Fria, caracterizado pelo confronto das ideologias políticas defendidas por Estados Unidos, de um lado, e União Soviética, do outro. A crise ocorreu em razão de mísseis nucleares de fabricação estadunidense terem sido instalados em alguns países da Europa, como Turquia, Inglaterra e Itália. Em represália, a União Soviética instalou mísseis em Cuba, que, se detonados, atingiriam o litoral do estado da Flórida. Tais eventos causaram enorme tensão entre as duas superpotências, falando-se, inclusive, na época, em risco de uma guerra nuclear. A crise, que envolveu uma série de outros fatos, durou treze dias até que os mísseis fossem retirados tanto de Cuba quanto da Turquia.

Explore em Arte

No filme, a astronauta, interpretada por Sandra Bullock, após sofrer o acidente no Hubble, enfrenta vários desafios para tentar voltar à Terra. Em uma dessas cenas, a astronauta utiliza um extintor de incêndio para se movimentar da nave onde está até a estação espacial chinesa, que está bem mais distante no espaço. Nesse momento, a astronauta aplica um pouco de seu conhecimento das leis da Física,

principalmente a 3ª lei de Newton, da ação e reação. Parece fácil imaginar que em uma situação sem atrito algum, o jato do extintor sendo arremessado para um lado permita que a pessoa seja lançada no sentido contrário. No entanto, essa mobilidade não é tão simples, pois requer estratégia e planejamento para efetuar esse tipo de deslocamento.

Questões propostas

- 15 A resultante centrípeta sobre a ISS é a força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre ela; então:

$$F_{cp} = F \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{R}}$$

R é a distância da ISS ao centro da Terra, logo:

$$R = R_T + d_{ISS} \Rightarrow 6,2 \times 10^6 + 0,4 \cdot 10^6 \therefore R = 6,6 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Assim:

$$v = \sqrt{6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{6,0 \times 10^{24}}{6,6 \times 10^6}} \therefore v \approx 7.804 \text{ m/s} \approx 28.094 \text{ km/h}$$

- 16 Sabemos que $v = \frac{2\pi R}{T}$ (em que R é a distância da ISS ao centro da Terra).

Então, o período de translação da estação espacial pode ser obtido por:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,6 \times 10^6}{7.804}$$

$$\therefore T \approx 5.074,32 \text{ s} \approx 84,57 \text{ min}$$

- 17 A ISS dá uma volta ao redor da Terra em aproximadamente 84,57 min. Então, em 24 h (1.440 min), o número de voltas é de aproximadamente 17.

- 18 a) Distância da ISS ao centro da Terra:

$$R = R_T + d_{ISS} \Rightarrow 6,2 \times 10^6 + 0,35 \times 10^6 \therefore R = 6,55 \times 10^6 \text{ m}$$

A força que atua sobre ela é o seu peso; então:

$$P = F \Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R^2} \Rightarrow g = G \cdot \frac{M_T}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{6,0 \times 10^{24}}{(6,55 \times 10^6)^2} \therefore g \approx 9,37 \text{ m/s}^2$$

b) Os astronautas flutuam porque estão “caindo” em direção à Terra com a mesma aceleração da ISS. Mas a gravidade está presente, caso contrário eles iriam para fora da órbita da Terra. Há, portanto, uma força (peso) que está sempre “puxando” os astronautas na direção do centro de nosso planeta. No entanto, ela atua como resultante centrípeta, mantendo os astronautas em órbita.

c) A ISS não cria um campo gravitacional suficientemente grande porque sua massa é pequena; então, a força de atração gravitacional que exerce sobre os astronautas em seu interior também é pequena.

- 19 Dados: $m_{\text{nave}} = 4 \times 10^4 \text{ kg}$; $g_s = 4 \text{ m/s}^2$ (aceleração gravitacional na superfície de Marte); $R = 4 \cdot 10^6 \text{ m}$ (raio da órbita); $M_{\text{Marte}} = 6 \times 10^{23} \text{ kg}$; $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
A resultante centrípeta sobre a nave é a força de atração gravitacional que Marte exerce sobre ela; então:

$$F_{cp} = F \Rightarrow \frac{m_{\text{nave}} \cdot v^2}{R} = G \cdot \frac{m_{\text{nave}} \cdot M_{\text{Marte}}}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M_{\text{Marte}}}{R}} \Rightarrow v = \sqrt{6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{6 \times 10^{23}}{4 \times 10^6}}$$

$$\therefore v \approx 3.170 \text{ m/s}$$

- 20 Sendo $v = \frac{2\pi R}{T}$, o período de translação da nave pode ser obtido por:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 4 \times 10^6}{3.170} \therefore T \approx 7.571 \text{ s} \approx 2,1 \text{ h}$$

- 21 A força que atua sobre a nave em órbita é o seu peso; então, a aceleração da gravidade (g) nessa órbita pode ser obtida de:

$$P = F \Rightarrow m_{\text{nave}} \cdot g_o = G \cdot \frac{m_{\text{nave}} \cdot M_{\text{Marte}}}{R^2} \Rightarrow g_o = G \cdot \frac{M_{\text{Marte}}}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g_o = 6,7 \times 10^{-11} \cdot \frac{6 \times 10^{23}}{(4 \times 10^6)^2} \therefore g_o \approx 2,5 \text{ m/s}^2$$

- 22 a) Na superfície:

$$P_s = m_{\text{nave}} \cdot g_s \Rightarrow P_s = 4 \times 10^4 \cdot 4 \therefore P_s = 1,6 \times 10^5 \text{ N}$$

- b) Em órbita:

$$P_o = m_{\text{nave}} \cdot g_o \Rightarrow P_o = 4 \times 10^4 \cdot 2,5 \therefore P_o = 10^5 \text{ N}$$

- 23 O valor obtido foi zero, ou algo muito próximo disso, porque o objeto está em estado de imponderabilidade. Ele está “caindo” em direção ao planeta com a mesma aceleração que a nave, por isso não exerce força (peso) sobre o dinamômetro.

- 24 a) A velocidade orbital na nave, dada por $v = \sqrt{G \cdot \frac{M_{\text{Marte}}}{R}}$, não depende da sua massa.

Então, se sua massa duplicasse, continuaria sendo a mesma: aproximadamente 3.170 m/s.

- b) Se a massa de Marte quadruplicasse, teríamos:

$$v' = \sqrt{G \cdot \frac{4M_{\text{Marte}}}{R}} \therefore v' = 2 \sqrt{G \cdot \frac{M_{\text{Marte}}}{R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v' = 2v \therefore v' = 6.340 \text{ m/s}$$

- 25 A nave pode desligar seus motores porque a força centrípeta, responsável pela mudança na direção e sentido dessa velocidade, se deve exclusivamente à força gravitacional que Marte exerce sobre a nave, mantendo a nave em MCU.

Para pesquisar em grupo

Será verdade mesmo que... ... nem a luz escapa de um buraco negro?

1. Resposta pessoal.
2. Um buraco negro é um astro cuja velocidade de escape é igual à velocidade da luz, ou seja, 300.000 km/s. Para entender o conceito de velocidade de escape, suponha que uma pessoa esteja na superfície de um planeta e atire uma pedra para cima. Se a pedra não for atirada com muita força, ela subirá por algum tempo, porém a gravidade do planeta, com certeza, vai fazê-la descer. Se a pedra for atirada novamente, mas, desta vez, com força suficiente, poderia escapar da gravidade do planeta e continuar a subir para sempre. A velocidade necessária para que a pedra escape da atração gravitacional do planeta é chamada de “velocidade de escape”. Formalmente, a velocidade de escape de um planeta ou de uma estrela é a velocidade mínima para que um objeto, lançado a partir da superfície do planeta ou da estrela, escape de

sua atração gravitacional. Como a velocidade de escape do buraco negro é igual à velocidade da luz, nenhuma luz emergirá desse objeto, o que lhe dá o aspecto de um buraco no espaço, daí seu nome.

3. Pela tabela a seguir, podemos concluir que, quanto maior o tamanho do astro (maior massa e maior raio), maior será sua velocidade de escape. Isso indica que, quanto maior o tamanho do corpo celeste, maior será a atração gravitacional que ele exerce. Assim, um astro com muita massa e muito grande (bem maior que o Sol ou talvez até maior que o Sistema Solar) poderia ter uma velocidade de escape igual à velocidade da luz.

Astro	Velocidade de escape (km/s)	Massa (kg)	Raio (km)
Mercúrio	4,4	$3,30 \times 10^{23}$	2.439
Terra	11,2	$5,98 \times 10^{24}$	6.378
Júpiter	59,5	$1,90 \times 10^{27}$	71.398
Saturno	35,5	$5,96 \times 10^{26}$	60.000
Sol	617,5	$1,98 \times 10^{30}$	696.000

4. Buracos negros são objetos com grande quantidade de massa, mas, em termos comparativos, bem pequenos. Um buraco negro com massa igual à do Sol teria um raio de 3 km. Um buraco negro com 10 massas solares teria um raio de 30 km; e um buraco negro com 1 milhão de massas solares, localizado no centro de uma galáxia, teria um raio de 3 milhões de quilômetros. Esse tamanho pode parecer muito grande, mas não é, considerando tamanhos médios de corpos celestes. O Sol, por exemplo, tem um raio de cerca de 700.000 km, e, assim, um buraco negro gigante no centro de uma galáxia teria um raio apenas quatro vezes, aproximadamente, maior que o do Sol. Podemos concluir que estrelas com muita massa podem se tornar buracos negros, mas, na verdade, isso pode acontecer com qualquer objeto, com qualquer quantidade de matéria, desde que seja comprimido até que tenha uma densidade muito grande. Um objeto desse tipo tem um campo gravitacional muito intenso, capaz de capturar até a luz.
5. Quando as partículas colidem a velocidades muito próximas à da luz, a matéria gerada nessa colisão poderia ter uma densidade tão alta que seria suficiente para se tornar um buraco negro.
6. A detecção de um buraco negro não é feita de maneira direta. Embora não emita luz, o intenso campo gravitacional desse corpo celeste provoca uma série de efeitos sobre a matéria que está ao seu redor. Esses efeitos indicativos de sua existência são detectados pelos físicos e astrônomos.

CAPÍTULO 14

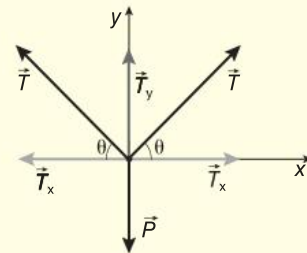
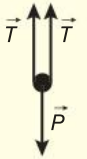
Estática do ponto material e do corpo extenso

Questões propostas

1. Vamos considerar a pessoa um ponto material e, supondo que a tração nos braços dela seja igual a T , temos: Na situação A, considerando os braços da pessoa alinhados com a vertical:

$$2T = P \Rightarrow T = \frac{P}{2}$$

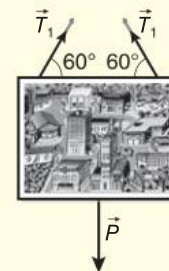
Na situação B, os braços da pessoa estão abertos formando um ângulo θ com a horizontal:



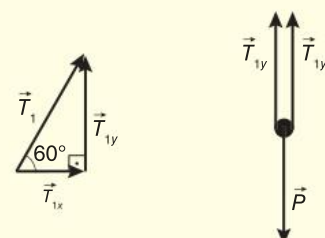
$$T \sin \theta + T \sin \theta = P \Rightarrow 2T \sin \theta = P \Rightarrow T = \frac{P}{2 \sin \theta} \Rightarrow T = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{\sin \theta}$$

Como $\sin \theta < 1$, $\frac{1}{\sin \theta}$ sempre será maior que 1; então, o módulo da força de tração que a pessoa terá de fazer será maior na situação B que na situação A. Note que, à medida que o ângulo θ aumenta (aproxima-se de 90°), $\sin \theta$ também aumenta, e o fator $\frac{1}{\sin \theta}$ que multiplica $\frac{P}{2}$ vai se aproximando de 1. Quando $\theta = 90^\circ$, como na situação A, temos $\frac{1}{\sin 90^\circ} = 1$, e a tração é a menor possível.

2. Na posição (1), temos:



Sabendo que $T_1 = 30$ N, podemos calcular a intensidade do peso do quadro:



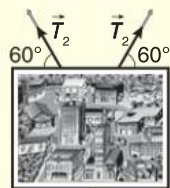
As componentes da tração na direção horizontal se anulam e, na direção vertical, equilibram o peso:

$$2 \cdot T_1 \cdot \sin 60^\circ = P \Rightarrow 2 \cdot 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = P \therefore P = 30\sqrt{3} \text{ N}$$

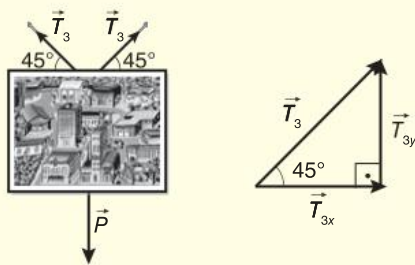
Posição (2), ao lado, temos:

Como o ângulo que os fios fazem com a horizontal é o mesmo, a tração sobre os fios nessa situação será igual à tração sobre eles na posição 1:

$$T_2 = T_1 \therefore T_2 = 30 \text{ N}$$



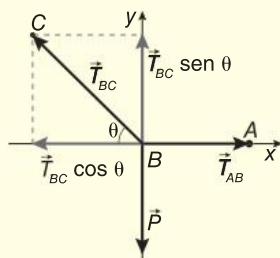
Na posição (3), temos:



As componentes da tração na direção horizontal se anulam e, na direção vertical, equilibram o peso:

$$2 \cdot T_3 \cdot \sin 45^\circ = P \Rightarrow 2 \cdot T_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{3} \Rightarrow T_3 = \frac{30\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T_3 = \frac{30\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \therefore T_3 = 15\sqrt{6} \text{ N}$$

- 3** Pelo método de projeções ortogonais de forças nos eixos x e y, no ponto B, temos:



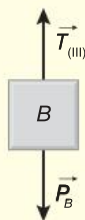
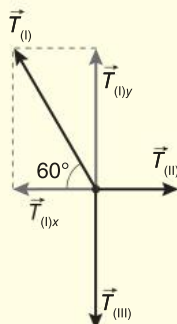
Eixo x:

$$T_{BC} \cos \theta = T_{AB} \Rightarrow 240 \cdot 0,8 = T_{AB} \therefore T_{AB} = 192 \text{ N}$$

Eixo y:

$$P = T_{BC} \sin \theta \Rightarrow m \cdot g = T_{BC} \sin \theta \Rightarrow m \cdot 10 = 240 \cdot 0,6 \therefore m = 14,4 \text{ kg}$$

- 4** Corpo A: $m = 3 \text{ kg} \Rightarrow P_A = m_A \cdot g \therefore P_A = 30 \text{ N}$
 Corpo B: $m = 2 \text{ kg} \Rightarrow P_B = m_B \cdot g \therefore P_B = 20 \text{ N}$
 As forças que atuam no corpo B são demonstradas na figura ao lado.
 Daí temos: $T_{III} = P_B \therefore T_{III} = 20 \text{ N}$
 Pelo método de projeções ortogonais de forças nos eixos x e y, no ponto de encontro das cordas I, II e III, temos:



Eixo y:

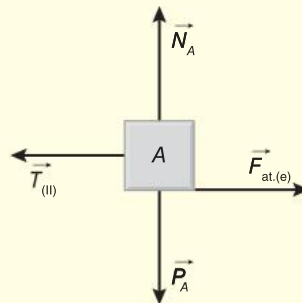
$$T_{(I)} \sin 60^\circ = T_{(III)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{(I)} \sin 60^\circ = 20 \Rightarrow T_{(I)} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 \therefore T_{(I)} = \frac{40\sqrt{3}}{2} \text{ N}$$

Eixo x:

$$T_{(I)} \cos 60^\circ = T_{(II)} \Rightarrow \frac{40\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = T_{(II)} \therefore T_{(II)} = \frac{20\sqrt{3}}{2} \text{ N}$$

As forças que atuam no corpo A são:

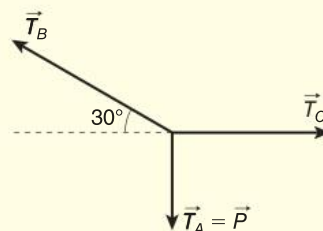


Direção horizontal: $N_A = P_A = 30 \text{ N}$

Direção vertical: $F_{at(e)máx.} = T_{(II)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \mu_e \cdot N_A = T_{(II)} \Rightarrow \mu_e \cdot 30 = \frac{20\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mu_e \approx 0,38$$

- 5** Considerando o ponto de junção entre as cordas um ponto material, temos o seguinte sistema de forças atuando sobre ele:



Pelo método de projeções de forças, temos:

Eixo x: $T_{Bx} = T_C \Rightarrow T_B \cos \theta = T_C$

Eixo y: $T_{By} = T_A \Rightarrow T_B \sin \theta = P$

Como $P = 300 \text{ N}$ e $\theta = 30^\circ$, temos:

$$T_B \cdot \sin 30^\circ = P \Rightarrow T_B \cdot \frac{1}{2} = 300 \therefore T_B = 600 \text{ N}$$

alternativa d

- 6** Como os ângulos formados pela corda e a linha vertical são iguais, então as forças aplicadas pelos operários terão o mesmo módulo, indicado por T (tração aplicada entre o balde e o operário).

Pelo método de projeções de forças, temos:

Eixo y: $2T_y = P \Rightarrow 2T \cos \theta = P$

Como $P = 50 \text{ N}$ e $\theta = 30^\circ$, temos:

$$2T \cos 30^\circ = P \Rightarrow 2 \cdot T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50 \therefore T = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ N}$$

alternativa c

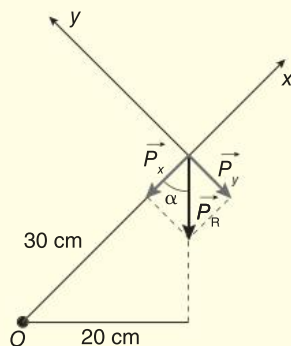
- 7** O momento de rotação da força \vec{F} é:

$$M = F \cdot d \Rightarrow M = 400 \cdot 0,15 \therefore M = 60 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Quando o extensor é acoplado, para que se consiga soltar a porca, deve-se aplicar uma força tal que o efeito de rotação seja o mesmo; portanto, o momento de \vec{F}' deve ser igual ao momento de \vec{F} :

$$M = F' \cdot d' \Rightarrow 60 = F' \cdot 0,75 \therefore F = 80 \text{ N}$$

- 8 O momento da força peso aplicada pelo rapaz ($M_{(R)}$) pode ser calculado pela soma dos momentos das componentes horizontal e vertical de $\vec{F}_{(R)}$ em relação ao polo O, como representado na figura a seguir.



Temos:

$$\sin \alpha = \frac{20}{30} = \frac{P_y}{P} \Rightarrow \frac{P_y}{P} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{P_y}{75} = \frac{2}{3} \therefore P_y = 50 \text{ kgf}$$

$M_{(R)Px} = 0$, pois P_x atua no eixo de rotação que passa pelo ponto O.

$$M_{(R)Py} = P_y \cdot d \Rightarrow M_{(R)Py} = 50 \cdot 30 \therefore M_{(R)Py} = 1.500 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

Portanto, $M_{(R)} = M_{(R)Px} + M_{(R)Py} = 0 + 1.500$

$$\therefore M_{(R)} = 1.500 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

O momento da força peso aplicada pela moça ($M_{(M)}$) é maior que $1.500 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$, pois a força por ela aplicada é maior que P_y e a distância d ao polo O é a mesma:

$$M_{(M)} = 51 \cdot 30 \therefore M_{(M)} = 1.530 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

Portanto, a moça consegue saltar o parafuso.

- 9 Para que os efeitos sobre a porca sejam iguais quando as forças são aplicadas individualmente nesses pontos, devemos ter:

$$M_{F_1} = M_{F_2} \Rightarrow F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \Rightarrow 50 \cdot 15 = F_2 \cdot 25$$

$$\therefore F_2 = 30 \text{ N}$$

Portanto, o módulo de F_1 é cerca de 1,7 vez maior que o módulo de F_2 .

- 10 O momento da força resultante em relação ao ponto A é igual à soma dos momentos de cada uma das forças em relação a esse ponto:

$$M_{\text{res}} = M_{F_1} + M_{F_2} \Rightarrow M_{\text{res}} = -F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2$$

O sinal é negativo porque \vec{F}_1 atua sobre a chave produzindo tendência de movimento de rotação no sentido horário, enquanto o sinal positivo indica que \vec{F}_2 atua sobre a chave produzindo tendência de movimento de rotação no sentido anti-horário. Assim:

$$M_{\text{res}} = -20 \cdot 12 + 30 \cdot 8 \Rightarrow M_{\text{res}} = -240 + 240 \Rightarrow M_{\text{res}} = 0$$

- 11 Considerando que todas as forças aplicadas têm o mesmo módulo, o maior braço com uma força perpendicular exercerá o maior momento sobre a ferramenta.

alternativa d

- 12 Para forças de mesma intensidade (F), aplicadas perpendicularmente nas extremidades das alavancas, para os três modelos, 1, 2 e 3, temos os respectivos momentos:

$$M_1 = F \cdot 40$$

$$M_2 = F \cdot 30$$

$$M_3 = F \cdot 25$$

$$\text{Então: } M_1 > M_2 > M_3$$

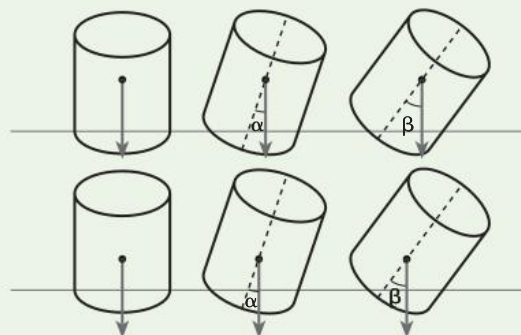
alternativa b

Para saber mais

Conexões com o cotidiano – Por que a torre de Pisa não cai?

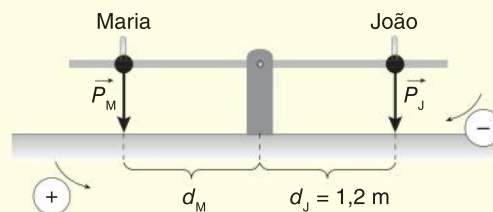
Ampliando sua leitura

Quanto mais perto da base estiver o centro de massa do corpo, maior poderá ser o ângulo limite de inclinação até que o corpo caia, como podemos perceber pelos esquemas a seguir.



Questões propostas

- 13 Para que a gangorra permaneça em equilíbrio estático na horizontal, a soma dos momentos das forças peso exercidas por Maria ($P_M = 38 \text{ kgf}$) e João ($P_J = 46 \text{ kgf}$) em relação ao ponto de apoio da gangorra deve ser nula.



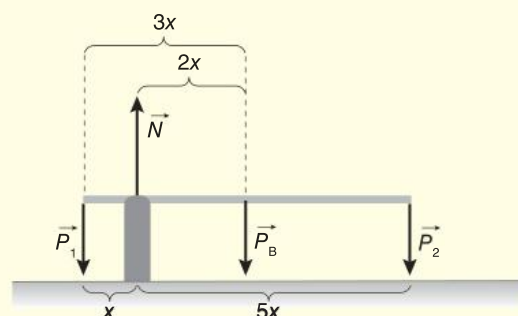
$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_M + M_J = 0 \Rightarrow P_M \cdot d_M - P_J \cdot d_J = 0$$

O sinal positivo indica que \vec{P}_M atua sobre a gangorra produzindo tendência de movimento de rotação no sentido anti-horário, enquanto o sinal negativo indica que \vec{P}_J atua sobre a gangorra produzindo tendência de movimento de rotação no sentido horário.

Assim:

$$38 \cdot d_M - 46 \cdot 1,2 = 0 \Rightarrow d_M = \frac{46 \cdot 1,2}{38} \therefore d_M = 1,45 \text{ m}$$

- 14 a) Se a distância do ponto de apoio à extremidade em que M_1 está amarrada é x , a distância do ponto de apoio à extremidade em que M_2 está amarrada é $5x$, e o comprimento da barra é $6x$.



A força peso atua no centro de gravidade da barra, que coincide com seu ponto médio; portanto, está a uma distância $2x$ do ponto de apoio.

No equilíbrio, a soma dos momentos dessas forças em relação ao ponto de apoio deve ser nula:

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_{P_1} + M_N + M_{P_B} + M_{P_2} = 0$$

Em que:

$M_N = 0$. A força atua no ponto de apoio da barra ($d = 0$).

O sinal de M_{P_1} é positivo, pois \vec{P}_1 faz com que a barra tenda a girar no sentido anti-horário.

O sinal de M_{P_B} é negativo, pois \vec{P}_B faz com que a barra tenda a girar no sentido horário.

O sinal de M_{P_2} é negativo, pois \vec{P}_2 faz com que a barra tenda a girar no sentido horário.

Então:

$$P_1 \cdot d_1 - P_B \cdot d_B - P_2 \cdot d_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot g \cdot x - m_B \cdot g \cdot 2x - m_2 \cdot g \cdot 5x = 0$$

Dividindo a equação por $g \cdot x$, temos:

$$m_1 - m_B \cdot 2 - m_2 \cdot 5 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 - m_B \cdot 2 - 1,5 \cdot 5 = 0 \Rightarrow 2m_B = 4,5 \therefore m_B = 2,25 \text{ kg}$$

- b) A soma das forças que atuam no corpo deve ser nula; então:

$$\Sigma F_x = 0 \text{ e } \Sigma F_y = 0$$

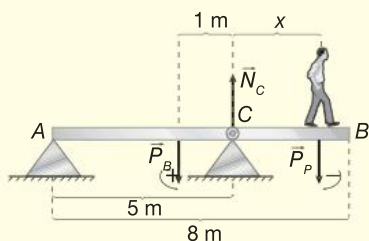
Na situação apresentada, não há forças na direção horizontal x . Na vertical y , temos:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = P_1 + P_2 + P_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = m_1 \cdot g + m_B \cdot g + m_2 \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 12 \cdot 10 + 2,25 \cdot 10 + 1,5 \cdot 10 \therefore N = 157,5 \text{ N}$$

- 15 Na iminência do movimento, a força que o apoio A exerce sobre a barra é nula, pois não há mais contato entre esses corpos.



Das condições de equilíbrio, sabemos que a soma das intensidades dos momentos em relação ao ponto C (polo) deve ser nula:

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_{P_B} + M_{P_P} + M_{N_C} = 0$$

Note que:

$M_{N_C} = 0$. A força atua no ponto de apoio da barra ($d = 0$).

O sinal de M_{P_B} é positivo, pois \vec{P}_B faz com que a barra tenda a girar no sentido anti-horário.

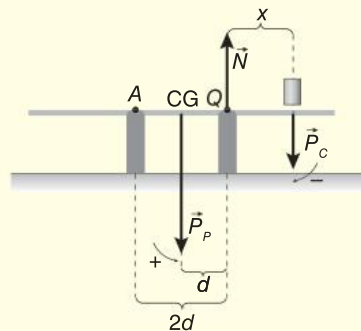
O sinal de M_{P_P} é negativo, pois \vec{P}_P faz com que a barra tenda a girar no sentido horário.

$$P_B \cdot d_B - P_P \cdot x = 0 \Rightarrow m_B \cdot g \cdot d_B - m_P \cdot g \cdot x = 0$$

Dividindo a equação por g e substituindo os valores numéricos, obtemos:

$$100 \cdot 1 - 80 \cdot x = 0 \Rightarrow x = \frac{100}{80} \therefore x = 1,25 \text{ m}$$

- 16 Na iminência do movimento, a força que o primeiro apoio exerce sobre a prancha é nula, pois não há mais contato entre esses corpos. As forças que atuam sobre a prancha nessa situação são:



\vec{P}_P é o peso da barra, \vec{P}_C é o peso do cilindro e \vec{N} é a força que o segundo apoio exerce na prancha.

Das condições de equilíbrio, sabemos que a soma das intensidades dos momentos em relação ao ponto O (polo) deve ser nula:

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_{P_P} + M_{P_C} + M_N = 0$$

Note que $M_N = 0$. A força atua no ponto O ($d = 0$).

O sinal de M_{P_P} é positivo, pois \vec{P}_P faz com que a barra tenda a girar no sentido anti-horário.

O sinal de M_{P_C} é negativo, pois \vec{P}_C faz com que a barra tenda a girar no sentido horário.

$$P_P \cdot d_P - P_C \cdot x = 0 \Rightarrow P_P \cdot d_P = P_C \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_P \cdot g \cdot d_P = m_C \cdot g \cdot x \Rightarrow$$

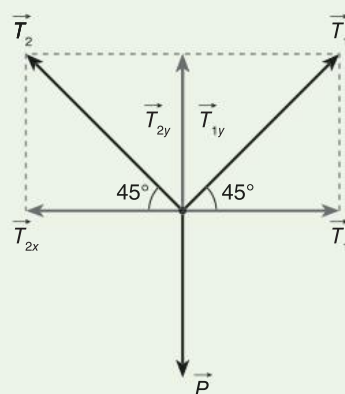
$$\Rightarrow m_P \cdot d_P = m_C \cdot x \Rightarrow 3m \cdot d = m \cdot x \Rightarrow x = 3d$$

A distância entre o polo O (segundo apoio) e o ponto em que a prancha começa a tombar é $3d$; portanto, em relação ao ponto A, a distância é igual a $5d$.

Trilhando o caminho das competências

Arte e equilíbrio

- O centro de gravidade do garoto e o ponto de apoio de sua mão sobre o solo precisam pertencer a uma reta perpendicular ao solo para que ocorra o equilíbrio.
- A ilustração apresenta o esquema de forças que atuam sobre a pessoa e sobre a corda na condição de equilíbrio destacada no texto.



O peso da pessoa é equilibrado pela soma:

$$\vec{T}_{2y} + \vec{T}_{1y}$$

$$\text{Como } T_1 = T_2 \text{ e } T_{1y} = T_{2y} = T_1 \cos 45^\circ =$$

$$= T_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq T_1 \cdot 0,7, \text{ temos:}$$

$$2 \cdot T_1 = 1,4 \cdot T_1 = P \Rightarrow T_1 = 0,7 \cdot P$$

Portanto, a força de tração na corda tem módulo igual a cerca de 70% do valor do peso da pessoa.

CAPÍTULO 15

Hidrostática: pressão em fluidos

Questões propostas

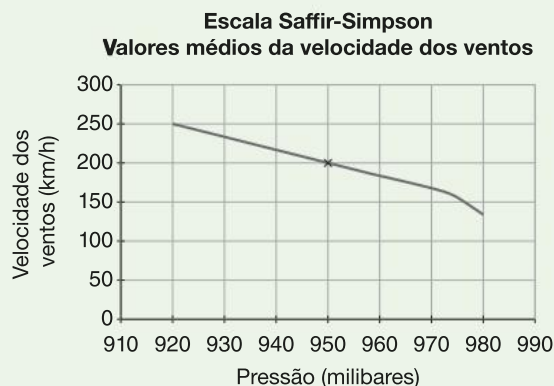
- 1 A pessoa não corre o risco de se machucar porque a força que ela exerce sobre os pregos (seu peso) é dividida sobre os vários pregos. Assim, a pressão exercida pelos pregos é muito reduzida, mesmo sendo a área de contato pequena. A pessoa, então, não sente dores quando se deita sobre essa cama.
- 2 a) A intensidade da força que o armário exerce sobre o chão é: $F = 40 \text{ kgf}$
A área de contato do armário sobre o chão é igual a 4 vezes a área de cada pé:
 $A = 4 \cdot \left(\frac{10 \cdot 10}{2}\right) \therefore A = 200 \text{ cm}^2$
Assim, a pressão exercida pelo armário no chão é:
 $p = \frac{F}{A} = \frac{40}{200} \therefore p = 0,2 \text{ kgf/cm}^2$
b) Se o armário for colocado de cabeça para baixo, a área de contato será:
 $A' = 140 \cdot 60 \therefore A' = 8.400 \text{ cm}^2$ ($A' = 42A$)
Como a pressão é inversamente proporcional à área, e a força aplicada pelo armário no chão continua sendo seu peso, nessa situação, a pressão será 42 vezes menor.
- 3 A intensidade da força \vec{F} que a pessoa exerce sobre as telhas é igual ao seu peso ($F = 800 \text{ N}$).
a) Área de contato: $A = 1,2 \text{ m}^2$
 $p = \frac{F}{A} = \frac{800}{1,2} \therefore p \approx 666 \text{ N/m}^2$
As telhas não quebram.
b) Área de contato: $A = 400 \text{ cm}^2 = 0,04 \text{ m}^2$
 $p = \frac{F}{A} = \frac{800}{0,04} \therefore p = 2 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
As telhas não quebram.
c) Área de contato: $A = 180 \text{ cm}^2 = 0,018 \text{ m}^2$
 $p = \frac{F}{A} = \frac{800}{0,018} \therefore p \approx 4,4 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
As telhas quebram.

Para saber mais

Conexões com o cotidiano - No olho do furacão

Ampliando sua leitura

Com base no gráfico, podemos concluir que a pressão barométrica do furacão é de 950 milibares.



Questões propostas

- 4 A afirmação está correta. Quanto menor a área de contato dos pneus (no caso, os pneus da bicicleta), maior a pressão necessária especificada para calibrá-los. No automóvel, levando em conta somente o fator área, deve-se considerar uma característica óbvia: são quatro pneus e mais largos que os da bicicleta. Portanto, a calibragem nos automóveis é menor.
- 5 O peso do saco de arroz será de:
 $P_s = mg \Rightarrow P_s = 5 \cdot 10 \therefore P_s = 50 \text{ N}$
Para obter uma pressão equivalente com uma quantidade de x sacos, temos:
 $\frac{xP_s}{4} = 100.000 \Rightarrow \frac{xP_s}{4} = 10^5 \Rightarrow 50x = 4 \cdot 10^5 \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 10^5}{50}$
 $\therefore x = 8.000$ sacos
- 6 Sendo 76 cmHg a pressão atmosférica ao nível do mar, a pressão numa cidade a 500 m de altitude (diminuição de 5 cmHg) será:
 $76 \text{ cmHg} - 5 \text{ cmHg} = 71 \text{ cmHg}$
Em atm, a pressão é:

Pressão (cmHg)		Pressão (atm)
76	_____	1
71	_____	x

Logo: $x = 0,93 \text{ atm}$
- 7 Sendo a pressão atmosférica ao nível do mar $p = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$, a força exercida sobre $10 \text{ cm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$ do corpo da pessoa é:
 $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = 10^5 \cdot 10^{-3} \therefore F = 100 \text{ N}$
- 8 Sendo 76 cmHg a pressão atmosférica ao nível do mar, a pressão numa cidade a 700 m de altitude (diminuição de 7 cmHg) será:
 $76 \text{ cmHg} - 7 \text{ cmHg} = 69 \text{ cmHg}$
Em N/m^2 , a pressão é:

Pressão (cmHg)		Pressão (N/m^2)
76	_____	$1 \cdot 10^5$
69	_____	x

Logo: $x = 9,1 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$
Assim, a força exercida pelo ar em uma área de 1 m^2 é $9,1 \cdot 10^4 \text{ N}$.
A força necessária para levantar um saco de açúcar de 5 kg em MRU é igual ao peso do saco: $F_{\text{saco}} = m \cdot g = 50 \text{ N}$
Assim: $\frac{F_{\text{ar}}}{F_{\text{saco}}} = \frac{9,1 \cdot 10^4 \text{ N}}{50 \text{ N}} = 1.820$
Portanto, a força exercida pelo ar em 1 m^2 é cerca de 1.820 vezes maior que a força necessária para levantar o saco de açúcar.
- 9 Sendo 76 cmHg a pressão atmosférica ao nível do mar, a pressão numa cidade a 400 m de altitude (diminuição de 4 cmHg) será:
 $76 \text{ cmHg} - 4 \text{ cmHg} = 72 \text{ cmHg}$
Em libras/pol² (psi), a pressão é:

Pressão (cmHg)		Pressão (psi)
76	_____	14
72	_____	x

Logo: $x = 13,3 \text{ psi}$

Assim: $\frac{p_{\text{pneu}}}{p_{\text{ar}}} = \frac{32 \text{ psi}}{13,3 \text{ psi}} \approx 2,4$

Portanto, a pressão interna do pneu é cerca de 2,4 vezes maior que a pressão atmosférica numa cidade a 400 m de altitude.

- 10** a) A extremidade do tubo em que o nível de mercúrio é mais baixo está unida ao pneu em que o ar é mantido à maior pressão. Portanto, a pressão no interior do pneu B é 3,0 atm e a pressão no interior do pneu A é 2,5 atm.

b) A altura assinalada corresponde à diferença entre os valores de pressão nas duas extremidades do tubo, pois, se estivessem submetidos à mesma pressão, os níveis de mercúrio deveriam ser iguais. Assim:

$$p_B - p_A = 0,5 \text{ atm}$$

Em cmHg, temos: $p_B - p_A = 38 \text{ cmHg}$

Portanto: $h = 38 \text{ cm}$

- 11** Como a pressão hidrostática é a mesma, podemos escrever $d_A g h_A = d_B g h_B$.

Sendo $h_B = m$ e $h_A = n$, ficamos com:

$$d_A n = d_B m \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{d_A}{d_B}$$

Sendo $d_A = 1 \text{ g/cm}^3$ e $d_B = 2 \text{ g/cm}^3$, temos:

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{2}$$

- 12** Como a pressão hidrostática é a mesma, podemos escrever $d_{\text{álcool}} g h_{\text{álcool}} = d_{\text{água}} g h_{\text{água}}$. Sendo $d_{\text{álcool}} = 0,8 \text{ g/cm}^3$ e $d_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$, ficamos com:

$$0,8 h_{\text{álcool}} = 1 \cdot 10 \Rightarrow h_{\text{álcool}} = \frac{10}{0,8} \therefore h_{\text{álcool}} = 12,5 \text{ m}$$

- 13** a) No SI, temos: $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $d_{\text{água}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$

Da equação fundamental da Hidrostática, a pressão sobre o mergulhador é:

$$p = p_0 + dgh \Rightarrow p = 10^5 + 1.000 \cdot 10 \cdot 5$$

$$\therefore p = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \text{ ou } p = 1,5 \text{ atm}$$

- b) O observador e o peixe estão à mesma profundidade; portanto, a pressão sobre eles tem a mesma intensidade. O peixe está, na posição B, submetido à mesma pressão, embora na posição B a coluna de líquido sobre ele pareça ser menor do que na posição A. Observe que A e B são pontos de um mesmo líquido à mesma profundidade. Assim, as pressões nesses dois pontos têm a mesma intensidade.

- 14** Sabendo que a cada 10 m de profundidade na água há um aumento de 1 atm na pressão e que ao nível do mar $p_0 = 1 \text{ atm}$, a pessoa pode ser submetida a um aumento de pressão de 5 atm. Então:

Profundidade (m)	Pressão (atm)
10	1
x	5

Logo: $x = 50 \text{ m}$

Então, a profundidade máxima que a pessoa pode atingir é 50 m.

- 15** A área de uma janela é:

$$A = 0,5 \cdot 0,40 \therefore A = 0,2 \text{ m}^2$$

Como a pressão interna é maior que a pressão externa, a força causada por essa diferença de pressão Δp é perpendicular à janela e orientada de dentro para fora. Sendo $p_{\text{atm}} = 10^5 \text{ N/m}^2$ e $p_{10.000 \text{ m}} = 0,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, temos:

$$\Delta p = 10^5 - 0,25 \cdot 10^5 \therefore \Delta p = 7,5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

Sendo $p = \frac{F}{A}$, temos:

$$F = A \cdot p \Rightarrow F = 0,2 \cdot 7,5 \cdot 10^4 \therefore F = 15.000 \text{ N}$$

- 16** A pressão num ponto localizado na base na coluna de mercúrio é igual à pressão atmosférica. Portanto:

$$p = dgh$$

No SI, temos:

$$p_{\text{atm}} = 10^5 \text{ N/m}^2; g = 10 \text{ m/s}^2; d_{\text{líquido}} = 3.400 \text{ kg/m}^3$$

Assim:

$$10^5 = 3.400 \cdot 10 \cdot h \therefore h = 2,94 \text{ m}$$

- 17** a) A densidade absoluta do líquido pode ser obtida pela equação fundamental da Hidrostática a partir de dois pontos dados:

$$1 \cdot 10^5 = p_0 + d \cdot 10 \cdot 4 \quad (1)$$

$$1,2 \cdot 10^5 = p_0 + d \cdot 10 \cdot 8 \quad (2)$$

Subtraindo (1) de (2), temos:

$$2 \cdot 10^4 = 40 \cdot d \therefore d = 500 \text{ kg/m}^3 = 0,5 \text{ g/cm}^3$$

- b) Substituindo o valor de d em uma das equações do item a, (1) ou (2), temos:

$$1 \cdot 10^5 = p_0 + 500 \cdot 10 \cdot 4 \therefore p_0 = 0,8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

- c) $p_0 = 0,8 \text{ atm} = 60,8 \text{ cmHg}$

Sabendo que a pressão atmosférica diminui aproximadamente 1 cmHg a cada 100 m acima do nível do mar, nessa cidade a diminuição em relação ao nível do mar foi:

$$76 \text{ cmHg} - 60,8 \text{ cmHg} = 15,2 \text{ cmHg}$$

Portanto:

Diminuição (cmHg)	Altitude (m)
1	100
15,2	x

Logo: $x = 1.520 \text{ m}$

- d) Podemos obter a pressão em um ponto 15 m abaixo da superfície do líquido a partir da equação fundamental da Hidrostática:

$$p = p_0 + dgh \Rightarrow p = 0,8 \cdot 10^5 + 500 \cdot 10 \cdot 15$$

$$\therefore p = 1,55 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Explore em Geografia

Aquífero é uma formação geológica que armazena água subterrânea, com permeabilidade suficiente para a circulação da água. As rochas que constituem essa formação geológica têm inúmeros poros de dimensões que permitem o armazenamento da água e o seu escoamento, sob a ação de um diferencial de pressão hidrostática.

Os maiores aquíferos brasileiros são: Saga (Sistema Aquífero da Grande Amazônia), anteriormente conhecido como Alter do Chão, localizado na região amazônica, e Guarani, localizado em estados das regiões Sul e Sudeste, abrangendo áreas de países vizinhos.



Fonte: FERREIRA, G. M. L. *Atlas geográfico: espaço mundial*. São Paulo: Moderna, 2010.



Fonte: FERREIRA, G. M. L. *Atlas geográfico: espaço mundial*. São Paulo: Moderna, 2010.

Explore em Biologia

Variações na pressão arterial são comuns ao longo do dia. O menor valor ocorre, geralmente, durante o sono e tende a aumentar durante atividades físicas ou por fatores emocionais, como medo, tensão e estresse. Há fatores orgânicos e emocionais que provocam alterações crônicas da pressão arterial, caracterizando a hipertensão, ou pressão alta; nesse caso, é preciso que a pessoa faça acompanhamento médico regular. Hábitos saudáveis, como a prática regular de exercícios físicos, alimentação equilibrada, sem excesso de sal ou de alimentos gordurosos, controle de peso, não fumar, entre outros, podem ajudar a evitar a hipertensão.

Questões propostas

18 Para que a pressão interior seja maior que a pressão atmosférica, a coluna de água deve ter mais de 10 m. Logo, a água não sairá com a garrafa fechada. Abrindo-se a garrafa, a pressão no orifício aumenta apenas com a profundidade em relação à superfície da água; portanto, a pressão atmosférica não interfere na velocidade de escoamento.
alternativa a

19 O ponto colocado a 10 cm do fundo do recipiente estará abaixo de uma coluna de 0,06 m de óleo e de 0,04 m de água. Desconsiderando a pressão atmosférica, temos a pressão nesse ponto, dada por:

$$p = p_A + p_o \Rightarrow p = d_A g h_A + d_o g h_o \Rightarrow \\ \Rightarrow p = 1,00 \times 10^3 \cdot 10 \cdot 0,04 + 0,90 \times 10^3 \cdot 10 \cdot 0,06 \Rightarrow \\ \Rightarrow p = 4 \times 10^2 + 5,4 \times 10^2 \therefore p = 9,4 \times 10^2 \text{ N/m}^2$$

alternativa b

20 A partir da linha de separação dos líquidos, temos $h_x = 8 \text{ cm}$ e $h_y = 10 \text{ cm}$. Como a pressão exercida pelas duas colunas de líquido na horizontal é a mesma, então:

$$p_o + d_x g h_x = p_o + d_y g h_y \Rightarrow d_x h_x = d_y h_y \Rightarrow \\ \Rightarrow d_x \cdot 8 = d_y \cdot 10 \Rightarrow \frac{d_x}{d_y} = 1,25$$

O líquido x tem densidade 1,25 vez maior que o líquido y.

21 A altura da coluna de mercúrio tem 104 cm, contada a partir do ponto da separação entre o gás e o mercúrio. A pressão exercida nesse ponto é:

$$p_{\text{atm}} + p_{\text{Hg}} = 76 \text{ cmHg} + 104 \text{ cmHg} = 180 \text{ cmHg}$$

Esse valor corresponde à pressão do gás contido no botijão. Em pascal, temos:

Pressão (cmHg)	Pressão (Pa)
76	1
180	x

$$\text{Logo: } x \approx 2,4 \text{ Pa}$$

22 a) Como os acréscimos de pressão sofridos em um ponto do líquido são integralmente transmitidos a todos os pontos do líquido, temos:

$$\Delta p_I = \Delta p_{II} \Rightarrow \frac{F_I}{A_I} = \frac{F_{II}}{A_{II}} \Rightarrow \frac{1.000}{0,5} = \frac{F_{II}}{2,0} \therefore F_{II} = 4.000 \text{ N}$$

b) Os volumes de líquido deslocados no ramo menor e no ramo maior são iguais. Se $h_I = 40 \text{ cm}$, então:

$$V_I = V_{II} \Rightarrow A_I \cdot h_I = A_{II} \cdot h_{II} \Rightarrow 0,5 \cdot 40 = 2,0 \cdot h_{II} \\ \therefore h_{II} = 10 \text{ cm}$$

23 a) Como os acréscimos de pressão sofridos em um ponto do líquido são integralmente transmitidos a todos os pontos do líquido, temos:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{10}{20} = \frac{F_2}{50} \therefore F_2 = 25 \text{ N}$$

b) Os volumes de líquido deslocados no ramo menor e no ramo maior são iguais. Se $h_1 = 0,6 \text{ m}$, então a altura h_2 a que o êmbolo maior se eleva é:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 \cdot h_1 = A_2 \cdot h_2 \Rightarrow 20 \cdot 0,6 = 50 \cdot h_2 \\ \therefore h_2 = 0,24 \text{ m}$$

24 a) Como o módulo de \vec{F}_1 é nulo, a pressão exercida pelo êmbolo no óleo é nula, e a pressão no ponto P_1 pode ser obtida a partir de: $p_1 = d g h_1$

$$\text{No SI: } d = 900 \text{ kg/m}^3; h_1 = 0,4 \text{ m}; g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Assim: } p_1 = 900 \cdot 10 \cdot 0,4 \therefore p_1 = 3.600 \text{ N/m}^2$$

b) A diferença entre as pressões em P_1 e P_2 é dada por:

$$p_2 - p_1 = d g h_2 - d g h_1 \Rightarrow p_2 - p_1 = d g \cdot (h_2 - h_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow p_2 - p_1 = 900 \cdot 10 \cdot 0,3 \therefore p_2 - p_1 = 2.700 \text{ N/m}^2$$

- 25 a) Sendo $A = 80 \text{ cm}^2 = 0,008 \text{ m}^2$ a área da superfície do êmbolo, a pressão p_0 exercida pelo êmbolo na superfície do óleo é:

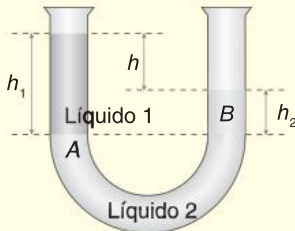
$$p_0 = \frac{F_1}{A} \Rightarrow p_0 = \frac{10}{0,008} \therefore p_0 = 1.250 \text{ N/m}^2$$

A pressão na superfície do óleo é integralmente comunicada aos pontos P_1 e P_2 ; então, esses dois pontos são submetidos a um acréscimo de 1.250 N/m^2 .

$$\Delta p_1 = 1.250 \text{ N/m}^2$$

- b) Pelo princípio de Pascal, o aumento da pressão em P_2 é o mesmo que em P_1 , ou seja, $\Delta p_2 = 1.250 \text{ N/m}^2$.

26



LUÍZ RUIBIO

Com base na figura anterior, temos:

$$h_1 - h_2 = h = 4,0 \text{ cm} \Rightarrow h_1 = h_2 + 4,0 \text{ cm}$$

Na altura da separação dos líquidos (pontos A e B):

$$p_A = p_B \Rightarrow p_0 + d_1 g h_1 = p_0 + d_2 g h_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_1 h_1 = d_2 h_2 \Rightarrow 0,75 h_1 = 1,25 h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{5}{3} h_2$$

Então:

$$h_2 + 4,0 = \frac{5}{3} h_2 \Rightarrow \frac{2}{3} h_2 = 4,0 \therefore h_2 = 6,0 \text{ cm}$$

$$h_1 = h_2 + 4,0 \therefore h_1 = 10,0 \text{ cm}$$

CAPÍTULO 16

Hidrostatica: princípio de Arquimedes

Questões propostas

- 1 No equilíbrio: $P = E$

Sendo d_c a densidade do corpo e $d_{\text{água}}$ a densidade da água, temos:

$$d_c V_c g = d_{\text{água}} V_{\text{água}} g \Rightarrow d_c = d_{\text{água}} \cdot \frac{V_{\text{água}}}{V_c} \Rightarrow d_c = 0,7 \cdot d_{\text{água}}$$

Sendo $d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$, temos:

$$d_c = 0,7 \cdot d_{\text{água}} = 0,7 \cdot 1 \therefore d_c = 0,7 \text{ g/cm}^3$$

- 2 a) $\frac{d_{\text{madeira}}}{d_{\text{água}}} = \frac{0,85}{1,0} = 0,85$

A fração é 0,85, ou seja, 85% do volume do bloco.

$$b) \frac{d_{\text{madeira}}}{d_{\text{gasolina}}} = \frac{0,85}{0,7} \approx 1,2$$

O resultado é 1,2. Portanto, o corpo imerge na gasolina.

$$c) \frac{d_{\text{madeira}}}{d_{\text{óleo}}} = \frac{0,85}{0,9} \approx 0,94$$

A fração é 0,94, ou seja, 94% do volume do bloco.

$$d) \frac{d_{\text{madeira}}}{d_{\text{líquido}}} = \frac{0,85}{1,7} = 0,50$$

A metade, ou seja, 50% do volume do bloco.

- 3 No SI:

$$d_{\text{alumínio}} = 2.700 \text{ kg/m}^3; V_{\text{alumínio}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3;$$

$$m_{\text{alumínio}} = d_{\text{alumínio}} \cdot V_{\text{alumínio}} = 2.700 \text{ kg/m}^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 1,35 \text{ kg};$$

$$P_{\text{alumínio}} = 13,5 \text{ N}; d_{\text{água}} = 1.000 \text{ kg/m}^3; d_{\text{gasolina}} = 700 \text{ kg/m}^3$$

- a) Como o alumínio afunda completamente, pois sua densidade é maior que a da água, o empuxo que age sobre o pedaço de alumínio colocado na água é:

$$E = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g \Rightarrow E = 1.000 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \therefore E = 5 \text{ N}$$

- b) O empuxo que age sobre o pedaço de alumínio colocado na gasolina é:

$$E = d_{\text{gasolina}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g \Rightarrow E = 700 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \therefore E = 3,5 \text{ N}$$

Como a densidade do alumínio é maior que a dos líquidos, o corpo afunda.

Note que o peso do pedaço de alumínio é maior que o empuxo exercido sobre ele quando colocado nos dois líquidos.

- 4 a) No equilíbrio, o empuxo do líquido sobre o corpo deve ter intensidade igual à da força peso que atua sobre ele:

$$E = P \Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g = m_{\text{cortiça}} \cdot g \Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{imerso}} = m_{\text{cortiça}}$$

Sendo V o volume da cortiça, podemos escrever sua massa em função de V e de sua densidade:

$$m_{\text{cortiça}} = d_{\text{cortiça}} \cdot V = 0,3 V$$

Assim:

$$0,9 \cdot V_{\text{imerso}} = 0,3 V \therefore V_{\text{imerso}} = \frac{1}{3} V$$

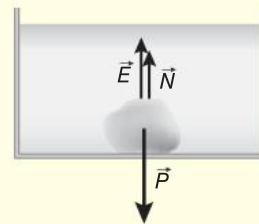
O volume de cortiça imerso corresponde a $\frac{1}{3}$ do volume total da peça. Então, $\frac{2}{3}$ (aproximadamente 66%) do volume da cortiça estão acima da linha da água.

- b) Sabendo que $d_{\text{liq.}} = 900 \text{ kg/m}^3$, o valor do empuxo que o líquido exerce sobre a cortiça é:

$$E = d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g = 900 \cdot \frac{1}{3} V \cdot g \Rightarrow E = 300 \cdot V \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 300 \cdot 0,01 \cdot 10 \therefore E = 30 \text{ N}$$

- 5 As forças que atuam sobre a pedra são seu peso, a força normal exercida pelo fundo do aquário e o empuxo.



ADILSON SECCO

Como a pedra está em equilíbrio, a resultante dessas forças deve ser nula. Então:

$$P = E + N \Rightarrow N = P - E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = m_{\text{pedra}} \cdot g - d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = V_{\text{pedra}} \cdot d_{\text{pedra}} \cdot g - d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g$$

O volume de líquido deslocado é igual ao volume da pedra.

No SI, temos:

$$V_{\text{deslocado}} = V_{\text{pedra}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3; d_{\text{pedra}} = 5.600 \text{ kg/m}^3$$

Assim:

$$N = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5.600 \cdot 10 - 1.000 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \therefore N = 9,2 \text{ N}$$

A intensidade da força que a pedra exerce sobre o fundo do aquário é igual à força que o fundo do aquário exerce sobre ela; portanto, 9,2 N.

- 6 a) No equilíbrio, temos:

$$E = P \Rightarrow d_{\text{água}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g = m_{\text{madeira}} \cdot g$$

Sabendo que 80% do volume do pedaço de madeira está imerso na água suja e escrevendo a massa da madeira como produto do seu volume por sua densidade, temos:

$$0,8V_{\text{madeira}} \cdot d_{\text{água}} \cdot g = V_{\text{madeira}} \cdot d_{\text{madeira}} \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,8 \cdot d_{\text{água}} = d_{\text{madeira}} \Rightarrow 0,8 \cdot 1.200 = d_{\text{madeira}} \\ \therefore d_{\text{madeira}} = 960 \text{ kg/m}^3$$

b) A massa do pedaço de madeira é:

$$m_{\text{madeira}} = V_{\text{madeira}} \cdot d_{\text{madeira}} \Rightarrow m_{\text{madeira}} = 2,0 \cdot 960 \\ \therefore m_{\text{madeira}} = 1.920 \text{ g}$$

- 7** As forças que atuam sobre a pedra na situação descrita são seu peso, a tração exercida pelo cabo do dinamômetro ($T = 35 \text{ N}$) e o empuxo exercido pelo líquido.



Estando a pedra em equilíbrio, temos:

$$E + T = P \Rightarrow V_{\text{deslocado}} \cdot d_{\text{liq.}} \cdot g + 35 = m_{\text{pedra}} \cdot g$$

No SI: $d_{\text{liq.}} = 800 \text{ kg/cm}^3$

Assim:

$$V_{\text{deslocado}} \cdot 800 \cdot 10 + 35 = 4 \cdot 10 \Rightarrow V_{\text{deslocado}} = \frac{40 - 35}{8.000}$$

$$\therefore V_{\text{deslocado}} = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 625 \text{ cm}^3$$

O volume de líquido deslocado é igual ao volume da pedra ($V_{\text{deslocado}} = V_{\text{pedra}}$). Então, sua densidade é:

$$d_{\text{pedra}} = \frac{m_{\text{pedra}}}{V_{\text{pedra}}} \Rightarrow d_{\text{pedra}} = \frac{4}{6,25 \cdot 10^{-4}}$$

$$\therefore d_{\text{pedra}} = 6.400 \text{ kg/m}^3 = 6,4 \text{ g/cm}^3$$

- 8** Na água, temos:

$$E = P \Rightarrow d_{\text{água}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g = m_{\text{corpo}} \cdot g$$

Sendo V o volume do corpo, o volume de líquido deslocado é igual a $0,6V$. Escrevendo a massa do corpo como produto de seu volume V por sua densidade, temos:

$$d_{\text{água}} \cdot 0,6 V \cdot g = V \cdot d_{\text{corpo}} \cdot g \Rightarrow 0,6 d_{\text{água}} = d_{\text{corpo}}$$

No SI: $d_{\text{água}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$

Assim:

$$d_{\text{corpo}} = 0,6 \cdot 1.000 \therefore d_{\text{corpo}} = 600 \text{ kg/m}^3$$

No líquido de densidade $0,75 \text{ g/cm}^3 = 750 \text{ kg/m}^3$, temos:

$$E = P \Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} \cdot g = V \cdot d_{\text{corpo}} \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot V_{\text{deslocado}} = V \cdot d_{\text{corpo}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{\text{deslocado}} \cdot 750 = V \cdot 600 \therefore V_{\text{deslocado}} = 0,8V$$

Assim, o volume de líquido deslocado é igual a 80% do volume V do corpo, ou seja, o corpo tem 80% do seu volume imerso nesse líquido; 160 cm^3 .

- 9** Diagrama de corpo livre:



$$\text{Volume: } V = 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{Massa: } m = d \cdot V \Rightarrow m = 20 \cdot 10^{-4} \therefore m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Como a bola está em equilíbrio, a resultante das forças que atuam sobre ela é nula. Assim, temos:

$$E = T + P \Rightarrow d_{\text{água}} \cdot g \cdot V_{\text{deslocado}} = T + mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.000 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = T + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \Rightarrow 1 = T + 0,02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 1 - 0,02 \therefore T = 0,98 \text{ N}$$

alternativa e

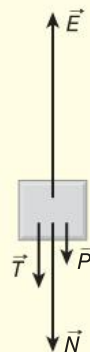
- 10** Como o bloco está em equilíbrio, a resultante das forças que atuam sobre ele é nula. Assim, temos:

$$E = T + P + N \Rightarrow d_{\text{liq.}} \cdot g \cdot V_{\text{deslocado}} = T + mg + N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 400 \cdot 10 \cdot 0,25 = 89,5 + 0,05 \cdot 10 + N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.000 = 90 + N \therefore N = 910 \text{ N}$$

alternativa c

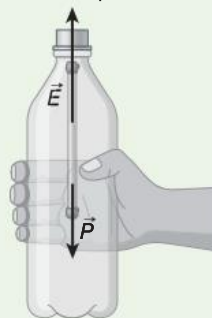


Investigar é preciso

Atividade experimental - Submarinos

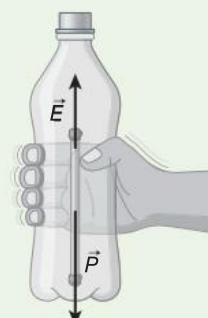
1. Ao apertar a garrafa, a caneta afunda. Soltando a garrafa, ela retorna para cima. A explicação para isso está relacionada à densidade da caneta. Quando ela é maior que a da água, a intensidade da força de empuxo é menor que a da força peso e a caneta afunda. Quando a densidade da água é maior que a da caneta, o empuxo sobre a caneta tem intensidade maior que o peso e, assim, a caneta sobe. Essa modificação na densidade ocorre por causa do furo no tubo da caneta. Quando apertamos a garrafa, a pressão sobre o líquido faz a água entrar no tubo da caneta, modificando sua densidade. Quando soltamos, a pressão diminui e a água sai do tubo, alterando, novamente, sua densidade.

- 2.** Garrafa desapertada



O tubo da caneta sobe.

Garrafa apertada



O tubo da caneta desce.

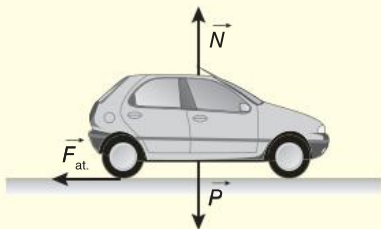
3. O submarino tem compartimentos (tanques de lastro) que são inundados de água ou esvaziados por meio de um sistema de bombas, o que faz com que a densidade do submarino seja alterada, modificando a força de empuxo sobre ele. Assim, esvaziando os tanques de lastro, o submarino emerge, pois o empuxo é maior que o peso; enchendo esses tanques, ele submerge até a profundidade desejada. No caso do nosso "submarino caseiro", os tanques de lastro correspondem ao tubo vazio da caneta, e a função do sistema de bombas se dá ao apertar ou desapertar a garrafa, modificando a pressão do líquido em seu interior.

CAPÍTULO 17

Trabalho, potência e energia cinética

Questões propostas

- 1 a) Verdadeira. A força peso favorece o deslocamento vertical para baixo; portanto, o trabalho realizado por ela é motor. Se houver força de resistência do ar, esta terá sentido vertical para cima e não favorecerá o deslocamento da bola; portanto, realizará trabalho resistente.
- b) Verdadeira. A areia exerce força de resistência sobre a bola diminuindo sua velocidade e fazendo-a parar depois de certo intervalo de tempo.
- c) Falsa. A força de resistência da areia faz a bola alterar seu estado de movimento até parar, realizando trabalho resistente sobre a bola.
- 2 As forças que atuam sobre o carro no deslocamento até parar são:



Temos: $P = N = m \cdot g = 10.000 \text{ N}$

Assim, a força de atrito será:

$$F_{\text{at}} = \mu \cdot N = 0,6 \cdot 10.000 \therefore F_{\text{at}} = 6.000 \text{ N}$$

O trabalho realizado pelas forças peso e normal é nulo, uma vez que são perpendiculares ao deslocamento ($\cos 90^\circ = 0$).

No entanto, o ângulo que a força de atrito forma com o deslocamento é 180° ; portanto:

$$\mathcal{C}_{F_{\text{at}}} = F_{\text{at}} \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow \mathcal{C}_{F_{\text{at}}} = 6.000 \cdot 80 \cdot (-1)$$

$$\therefore \mathcal{C}_{F_{\text{at}}} = -480.000 \text{ J}$$

- 3 a) Como o recipiente sobe com velocidade constante, a força exercida pelo motor tem intensidade igual à do peso: $F = P = 15.000 \text{ N}$

O ângulo que a força \vec{F} , exercida pelo motor, forma com o deslocamento é nulo; assim, o trabalho por ela realizado é dado por:

$$\mathcal{C}_F = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow \mathcal{C}_F = 15.000 \cdot 60 \cdot 1 \therefore \mathcal{C}_F = 900.000 \text{ J}$$

- b) A potência associada à força do motor é dada por:

$$P = \frac{|\mathcal{C}|}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{900.000}{30} \therefore P = 30.000 \text{ W} = 30 \text{ kW}$$

- 4 O trabalho realizado pela tração T para mover é dado por:

$$\mathcal{C}_T = T \cdot d \cdot \cos 53^\circ \Rightarrow \mathcal{C}_T = 80 \cdot 20 \cdot 0,6 \therefore \mathcal{C}_T = 960 \text{ J}$$

alternativa c

- 5 a) Os homens devem exercer forças iguais aos seus pesos para se elevarem a uma altura de 1,5 m. Como o trabalho realizado por uma força é diretamente proporcional ao módulo dessa força, podemos associar ao homem A, que tem maior peso, um trabalho maior.

- b) As forças exercidas por cada homem têm o mesmo sentido do deslocamento e intensidades iguais às intensidades de seus pesos; assim, a potência associada ao trabalho do homem A é:

$$P_A = \frac{\mathcal{C}_A}{\Delta t_A} \Rightarrow P_A = \frac{m_A \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 0^\circ}{\Delta t_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_A = \frac{100 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 1}{1,200} \therefore P_A = 1,25 \text{ W}$$

Para o homem B:

$$P_B = \frac{\mathcal{C}_B}{\Delta t} \Rightarrow P_B = \frac{m_B \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 0^\circ}{\Delta t_B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_B = \frac{70 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 1}{1,800} \therefore P_B = 0,58 \text{ W}$$

- 6 a) Como o atleta sobe com velocidade constante, a resultante das forças sobre ele é nula.

- b) O módulo do peso do atleta é:

$$P = m \cdot g = 80 \cdot 10 \therefore P = 800 \text{ N}$$

A força peso forma um ângulo de 180° com o deslocamento; assim, o valor do trabalho por ela realizado é:

$$\mathcal{C} = P \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow \mathcal{C} = 800 \cdot 8 \cdot (-1) \therefore \mathcal{C} = -6.400 \text{ J}$$

- c) A potência associada ao peso do atleta é:

$$P = \frac{|\mathcal{C}|}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{6.400}{4,8} \therefore P \approx 1.333,3 \text{ W}$$

- 7 Para a pessoa sedentária, o rendimento mecânico é dado por:

$$\eta_1 = \frac{P_{\text{mecânica}}}{P_{\text{metabólica}}} \Rightarrow \eta_1 = \frac{2}{100} \Rightarrow \eta_1 = 2\%$$

Para o atleta, o rendimento mecânico é:

$$\eta_2 = \frac{P_{\text{mecânica}}}{P_{\text{metabólica}}} \Rightarrow \eta_2 = \frac{100}{1.000} \Rightarrow \eta_2 = 10\%$$

Portanto, o rendimento mecânico do atleta é cinco vezes maior que o de uma pessoa sedentária.

- 8 Como a composição se move com velocidade constante, a resultante das forças sobre ela é nula. Então, o módulo das forças de atrito é igual ao da força exercida pela locomotiva; logo:

$$F_{\text{at}} = 1,0 \times 10^5 \text{ N}$$

A potência dissipada pelas forças de atrito pode ser obtida de:

$$P = \frac{|\mathcal{C}_{F_{\text{at}}}|}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{|\mathbf{F}_{\text{at}} \cdot \Delta \mathbf{s} \cdot \cos \alpha|}{\Delta t}$$

$$\text{Onde: } \frac{\Delta s}{\Delta t} = v = 10 \text{ m/s}$$

α é o ângulo que as forças de atrito formam com o deslocamento ($\alpha = 180^\circ$).

$$\text{Então: } P = |\mathbf{F}_{\text{at}} \cdot \mathbf{v} \cdot \cos 180^\circ| \Rightarrow P = |1,0 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot (-1)|$$

$$\therefore P = 1,0 \cdot 10^6 \text{ W}$$

- 9 As afirmações são feitas a partir de referenciais diferentes, então tanto você como seu amigo têm razão. Para você, parado na estação, o trem (e seu amigo) se movem devido à ação de forças; portanto, há realização de trabalho motor e aumento da energia cinética. Para o seu amigo, que toma o trem como referencial, ele permanece parado, então sua energia cinética não sofre variação.

- 10 A energia cinética do carro quando ele se move com velocidade v é:

$$E_{C_1} = \frac{mv^2}{2}$$

Quando se move com velocidade $2v$:

$$E_{C_2} = \frac{m(2v)^2}{2} = 4 \cdot \frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{C_2} = 4 \cdot E_{C_1}$$

A energia cinética quadruplica.

Quando se move com velocidade $3v$:

$$E_{C_3} = \frac{m(3v)^2}{2} = 9 \cdot \frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{C_3} = 9 \cdot E_{C_1}$$

A energia cinética é nove vezes maior.

- 11** Quando as duas bolas se movem com a mesma velocidade, a bola de futebol, por ter maior massa, tem maior energia cinética que a bola de tênis, pois a energia cinética é diretamente proporcional à massa do corpo em movimento ($E_c = \frac{mv^2}{2}$). Assim, a bola de futebol precisará perder mais energia para parar.

Para que haja perda de energia, é necessário que se exerça trabalho sobre a bola, o que é feito através de uma força com sentido contrário ao deslocamento; no caso descrito, exercida pelas mãos de quem apanha a bola.

Como a energia cinética da bola de tênis é menor, a intensidade da força exercida para pará-la deve ser menor; portanto, apanhar essa bola é a opção mais segura.

- 12** A força de atrito à qual os carros estão submetidos é a mesma, e essa força realiza trabalho contrário ao deslocamento até o instante em que os carros param. O segundo carro trafega com velocidade maior que o primeiro; então sua energia cinética é maior. Para parar, esse veículo precisará perder mais energia que o primeiro; portanto, o trabalho realizado sobre ele será maior. Como o trabalho é diretamente proporcional à distância percorrida, podemos afirmar que a distância percorrida pelo primeiro carro é menor.

- 13** No instante em que começa a frear, o carro já havia percorrido certa distância com velocidade constante:

$$v = 126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$$

$$\Delta s = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta s = 35 \cdot 0,6 \therefore \Delta s = 21 \text{ m}$$

O carro percorreu 21 metros até ter seus freios acionados pelo motorista. Portanto, o carro precisa executar a frenagem em uma distância menor que 59 m até parar para que não atinja o caminhão.

A distância percorrida pelo carro até parar pode ser obtida a partir de:

$$\bar{C}_{F_{at.}} = E_{Cf} - E_{Ci} \Rightarrow F_{at.} \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$

Como $N = P$, temos:

$$m \cdot \mu \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$

Dividindo a igualdade por m :

$$\mu \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ = \frac{v_f^2}{2} - \frac{v_i^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,8 \cdot 10 \cdot \Delta s \cdot (-1) = \frac{0^2}{2} - \frac{35^2}{2} \Rightarrow \Delta s = -\frac{35^2}{(-16)}$$

$$\therefore \Delta s = 76,6 \text{ m}$$

Então, o carro colide com o caminhão.

- 14** Ao empurrar o chão, podemos dizer que os músculos do atleta realizaram um trabalho de 500 J, dos quais 70%, ou seja, 350 J, foram acrescentados ao valor de sua energia cinética inicial, relacionado ao trabalho com a energia cinética do atleta. Assim, temos:

$$\bar{C} = \Delta E_c \Rightarrow \bar{C} = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} \Rightarrow 350 = \frac{70v_f^2}{2} - \frac{70 \cdot (10)^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 350 + 3.500 = 35v_f^2 \Rightarrow v_f^2 = 110 \therefore v_f \approx 10,5 \text{ m/s}$$

alternativa b

- 15** a) Sim, a energia cinética diminuiu devido à força de resistência exercida pela parede sobre o projétil.

- b) O trabalho da força de resistência da parede pode ser obtido a partir de:

$$\bar{C} = E_{Cf} - E_{Ci} \Rightarrow \bar{C} = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{C} = \frac{0,01 \cdot 50^2}{2} - \frac{0,01 \cdot 400^2}{2} \therefore \bar{C} = -787,5 \text{ J}$$

- c) $\bar{C} = F \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow -787,5 = F \cdot 0,2 \cdot (-1)$

$$\therefore F = 3.937,5 \text{ N}$$

Para saber mais

Saber físico e tecnologia - Energia eólica

Ampliando sua leitura

Para calcular quantos aerogeradores seriam necessários para gerar potência semelhante à de Itaipu, podemos dividir 14.000 MW por 6 MW:

$$14.000 : 6 = 2.333,33...$$

Portanto, seriam necessários cerca de 2.333 geradores, considerando condições ideais de vento, para gerar a potência correspondente.

CAPÍTULO 18

Energia potencial

Questões propostas

- 1** O trabalho realizado pelo peso equivale à energia potencial adquirida pelo conjunto ao ser elevado à altura de 5 m:
 $4.250 = m_{\text{conjunto}} \cdot g \cdot h \Rightarrow 4.250 = m_{\text{conjunto}} \cdot 10 \cdot 5$
 $\therefore m_{\text{conjunto}} = 85 \text{ kg}$
Sendo $m_{\text{conjunto}} = m_{\text{atriz}} + m_{\text{fantasia}} + m_{\text{plataforma}}$, obtemos:
 $85 = m_{\text{atriz}} + 10 + 15 \therefore m_{\text{atriz}} = 60 \text{ kg}$
- 2** a) O trabalho realizado, tanto por Jonas quanto por Letícia, será o mesmo, pois o trabalho da força peso depende apenas da altura e não da trajetória.
b) Todas as mochilas terão a mesma energia potencial gravitacional, pois, considerando o solo o referencial, todas estarão à mesma altura sob a ação da mesma aceleração gravitacional.
c) Não. O que podemos dizer é que Carlos não realizou trabalho; quem realizou o trabalho, no caso, foi o motor do elevador.
d) Como a potência é inversamente proporcional ao tempo gasto na realização do trabalho, podemos concluir que Jonas desenvolveu maior potência.
- 3** I. Incorreta. O vaso possui energia potencial gravitacional por estar localizado a uma altura de 15 m em relação ao solo, se este for tomado como nível de referência. Para que tenha energia potencial, o corpo não precisa estar em movimento.
II. Correta. Na metade da queda, a uma altura de 7,5 m do solo, a energia potencial gravitacional do vaso é:
 $E_{pg} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{pg} = 0,5 \cdot 10 \cdot 7,5 \therefore E_{pg} = 37,5 \text{ J}$
III. Correta. No momento em que chega ao solo, o corpo tem certa velocidade, então tem energia cinética não nula, pois $E_c = \frac{mv^2}{2}$. Sendo sua altura em relação ao solo igual a zero, a energia potencial do corpo, dada por $E_{pg} = m \cdot g \cdot h$, é nula.
- 4** Quando $m = 5,0 \text{ kg}$, a força exercida pelo corpo é igual ao seu peso $F = P = m \cdot g \therefore F = 50 \text{ N}$, e a deformação da mola é, pelo gráfico, igual a 1,0 m.

Sendo $k = \frac{F}{x}$, a partir do gráfico temos:

$$k = \frac{100}{2,0} \therefore k = 50 \text{ N/m}$$

Assim, a energia potencial elástica armazenada na mola nessa situação é:

$$E_{\text{pel.}} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow E_{\text{pel.}} = \frac{50 \cdot 1^2}{2} \therefore E_{\text{pel.}} = 25 \text{ J}$$

- 5** Para $x = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$, temos, em cada compressão,

$$E_{\text{pel.}} = \frac{250 \cdot 0,2^2}{2} \therefore E_{\text{pel.}} = 5 \text{ J em cada distensão também.}$$

Logo, em cada ciclo, a energia transformada pelo atleta será $E_{\text{ciclo}} = 10 \text{ J}$.

Como são 20 ciclos, por minuto, temos:

$$E = 20 \text{ J} \cdot 10 \Rightarrow E = 200 \text{ J}$$

Logo, em 10 minutos de exercícios, teremos 2.000 J de energia transformada.

- 6** A relação entre a energia potencial final E_{pg_2} (depois da colisão) e a energia potencial gravitacional inicial E_{pg_1} (antes da colisão) é:

$$\frac{E_{\text{pg}_2}}{E_{\text{pg}_1}} = \frac{m \cdot g \cdot h_2}{m \cdot g \cdot h_1} \Rightarrow \frac{E_{\text{pg}_2}}{E_{\text{pg}_1}} = \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow \frac{E_{\text{pg}_2}}{E_{\text{pg}_1}} = \frac{1,5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\text{pg}_2} = 0,75 E_{\text{pg}_1}$$

Então, a porcentagem de energia potencial perdida na colisão é de 25%.

- 7** A energia potencial gravitacional é calculada pelo produto $m \cdot g \cdot h$. Assim, considerando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$: $E_{\text{pg}} = 1.500 \cdot 9,8 \cdot 10 = 147.000 \therefore E_{\text{pg}} \approx 1,5 \cdot 10^5 \text{ J}$

Dessa forma, como a energia cinética é igual à energia potencial gravitacional antes da queda, tem-se:

$$1,5 \cdot 10^5 = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 3 \cdot 10^5 = 1.500 \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = 200$$

$$\therefore v = 14,14 \text{ m/s}$$

- 8** A energia gasta durante a subida será igual ao valor da energia potencial no ponto situado a 105 m do solo, cujo cálculo é:

$$E_{\text{pg}} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{\text{pg}} = 80 \cdot 10 \cdot 105 \therefore E_{\text{pg}} = 84 \text{ kJ} = 21 \text{ kcal}$$

Assim, a porcentagem da energia ganha com o sanduíche gasta durante essa subida (desprezando o gasto com outras funções biológicas) será de:

$$x = \frac{21 \text{ kcal} \cdot 100\%}{600 \text{ kcal}} \therefore x = 3,5\%$$

- 9** O aumento da energia potencial é dado por:

$$\Delta E_{\text{pg}} = m \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta E_{\text{pg}} = 1,2 \times 10^4 \cdot 10 \cdot 25$$

$$\therefore \Delta E_{\text{pg}} = 3,0 \times 10^6 \text{ J}$$

alternativa d

- 10** Temos:

$$\frac{E_{\text{pg}_1}}{E_{\text{pg}_2}} = \frac{m \cdot g \cdot h_1}{m \cdot g \cdot h_2} \Rightarrow \frac{E_{\text{pg}_1}}{E_{\text{pg}_2}} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{E_{\text{pg}_1}}{E_{\text{pg}_2}} = \frac{5.000}{500} \therefore \frac{E_{\text{pg}_1}}{E_{\text{pg}_2}} = 10$$

Trilhando o caminho das competências

Usinas maremotrizes

- Positivos: **(b)** e **(e)**; negativos **(a)**, **(c)**, **(d)** e **(f)**.
- Como o custo de instalação de uma usina maremotriz é cerca de cinco vezes maior do que o de uma hidrelétrica, podemos inferir que teremos $5 \cdot \text{R\$ } 700,00 = \text{R\$ } 3.500,00$ por kW, ou $\text{R\$ } 3.500.000,00$ por MW de potência instalada em uma usina maremotriz com capacidade semelhante à de Belo Monte.

CAPÍTULO 19

Transformações de energia mecânica

Explore em Química

Fontes de energia não renováveis são aquelas cujas reservas se esgotam, pois seu processo de formação é muito lento, comparado com o ritmo de consumo que o ser humano faz delas. Petróleo e carvão mineral são reservas formadas há milhões de anos, que não serão recompostas senão em prazo idêntico.

Fontes de energia renováveis são aquelas que se renovam continuamente na natureza, sendo, por isso, inesgotáveis. Madeira, carvão vegetal e álcool podem ser produzidos a partir do plantio ou replantio de árvores e canaviais.

Questões propostas

- 1** I. Verdadeira. A energia potencial de um corpo em certa altura é igual ao trabalho do seu peso num deslocamento vertical igual a essa altura; portanto, a energia potencial gravitacional do homem no alto do muro é maior.

II. Verdadeira. A energia mecânica do homem (na forma potencial) é maior no alto do muro do que no caixote. Assim, devido à conservação de energia, sua energia cinética ao atingir o solo será maior quando o homem pular do muro.

III. Falsa. Se existirem forças dissipativas, parte da energia mecânica que o homem tinha antes do salto será perdida e, portanto, não se manterá constante.
- 2** I. Correta. Seja (1) a janela localizada a 5 m de altura, e (2) o solo. Se o sistema for conservativo, devemos ter:

$$E_{\text{mec}_1} = E_{\text{mec}_2} \Rightarrow E_{\text{C}_1} + E_{\text{pg}_1} = E_{\text{C}_2} + E_{\text{pg}_2}$$

Mas na janela a energia cinética é nula, pois o gato cai do repouso, e no solo a energia potencial gravitacional do gato é nula, pois $h = 0 \text{ m}$.

Assim:

$$E_{\text{pg}_1} = E_{\text{C}_2} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow g \cdot h_1 = \frac{v_2^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 5 = \frac{v_2^2}{2} \therefore v_2 = 10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$$

II. Incorreta. A energia mecânica do gato na janela é igual à sua energia potencial:

$$E_{\text{mec}_1} = m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow E_{\text{mec}_1} = 4 \cdot 10 \cdot 5 \therefore E_{\text{mec}_1} = 200 \text{ J}$$

Se os efeitos de resistência do ar forem considerados, parte da energia mecânica será dissipada, e o gato atingirá o solo com energia mecânica de valor menor que 200 J.

III. Correta. Na metade da altura ($h = 2,5 \text{ m}$), a energia potencial do gato é 100 J.

$$E_{\text{pg}} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_{\text{pg}} = 4 \cdot 10 \cdot 2,5 \therefore E_{\text{pg}} = 100 \text{ J}$$

Como sua energia mecânica inicial é 200 J, nesse ponto, o gato pode ter no máximo 100 J de energia na forma de energia cinética. (Se o sistema for conservativo, a energia cinética será 100 J; se não for, será menor que isso.)

IV. Incorreta. A energia mecânica do gato só vale 200 J em qualquer instante da queda se o sistema for conservativo, ou seja, se forças dissipativas como a resistência do ar forem desconsideradas. Se não for conservativo, parte da energia será perdida ao longo da queda, e à medida que o gato cai sua energia será menor.

- 3 a) Como o carrinho parte de A e do repouso, nesse ponto sua energia mecânica é só potencial. Se h_B for igual a h_A e o sistema for considerado conservativo, o carrinho chegará a B com velocidade nula, pois E_{pg_A} será igual a E_{pg_B} , e, então, não conseguirá completar o looping.

b) $E_{Mec,D} < E_{Mec,C} < E_{Mec,B} < E_{Mec,A}$

Se a força de atrito for considerada, o sistema será dissipativo. A energia mecânica será cada vez menor ao longo do deslocamento, por causa do trabalho realizado pela força de atrito.

- c) Energia mecânica do carrinho em A: $E_{Mec,A} = 10^5$ J
Energia mecânica do carrinho em D:

$$E_{Mec,D} = 10 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 \therefore E_{Mec,D} = 8 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Como o carrinho para em D, nesse ponto sua energia é só potencial. Então a altura h_D é:

$$E_{pg_D} = 8 \cdot 10^4 \text{ J} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_D = 8 \cdot 10^4 \Rightarrow 1.000 \cdot 10 \cdot h_D = 8 \cdot 10^4 \therefore h_D = 8 \text{ m}$$

- d) O trabalho da força exercida pelo motor da esteira para elevar o carrinho ao ponto D é igual à energia potencial do carrinho nesse ponto.

$$E_{mec,A} = E_{pg_A} = 10^5 \text{ J} \therefore \zeta_{motor} = 10^5 \text{ J}$$

Assim:

$$P = \frac{|\zeta|}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{10^5}{20} \therefore P = 5.000 \text{ W} = 5 \text{ kW}$$

- 4 Na frenagem com o auxílio do dispositivo, 80% da energia cinética inicial do caminhão é dissipada por causa das forças de atrito. Os 20% restantes são transformados em energia potencial gravitacional, e o caminhão para. Temos, então:

$$0,2 E_c = E_{pg} \Rightarrow 0,2 \cdot \frac{mv_i^2}{2} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow 0,2v_i^2 = g \cdot h$$

Sendo $v_i = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$, temos:

$$0,1 \cdot 20^2 = 10 \cdot h \therefore h = 4 \text{ m}$$

O caminhão irá parar a 4 metros de altura do solo no início da frenagem.

- 5 Sendo A um ponto no balão, a uma altura de 200 m do solo, e B um ponto no solo, temos:

- $E_{Mec,A} = E_{pg_A} = m \cdot g \cdot h$ (a energia cinética é zero nesse ponto, pois o balão está parado)

$$E_{Mec,A} = 30 \cdot 10 \cdot 200 \therefore E_{Mec,A} = 60.000 \text{ J}$$

- $E_{Mec,B} = E_{c_B} = \frac{mv_B^2}{2}$ (a energia potencial é zero nesse ponto, pois $h = 0$)

$$v_B = 144 \text{ km/h} = 40 \text{ m/s}$$

$$E_{Mec,B} = \frac{30 \cdot 40^2}{2} \therefore E_{Mec,B} = 24.000 \text{ J}$$

Então, o valor da energia mecânica dissipada é:

$$\Delta E_{Mec} = 60.000 - 24.000 \therefore \Delta E_{Mec} = 36.000 \text{ J}$$

- 6 a) Sendo $k = \frac{F}{x}$, a partir do gráfico temos:

$$k = \frac{10}{0,1} \therefore k = 100 \text{ N/m}$$

Assim, a energia potencial elástica armazenada na mola quando $x = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$ é:

$$E_{pel} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow E_{pel} = \frac{100 \cdot (0,25)^2}{2} \therefore E_{pel} = 3,125 \text{ J}$$

- b) Quando a mola atinge seu comprimento natural ($x = 0$), toda sua energia mecânica, antes armazenada na forma de energia potencial (pois a mola estava deformada), é transformada em energia cinética, de modo que o boneco sai com $v = 5 \text{ m/s}$.

Assim:

$$E_{pel} = E_c \Rightarrow \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow k \cdot x^2 = m \cdot v^2 \Rightarrow 100 \cdot x^2 = 0,04 \cdot 5^2 \therefore x = 0,1 \text{ m}$$

- 7 Temos: $k = 40 \text{ N/m}$; $x = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$;

$$P_{carrinho} = 0,05 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s} \therefore P_{carrinho} = 0,5 \text{ N}$$

- a) No ponto A:

$$E_{pel} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow E_{pel} = \frac{40 \cdot (0,1)^2}{2} \therefore E_{pel} = 0,2 \text{ J}$$

- b) Como o sistema é conservativo:

$$E_{Mec,A} = E_{Mec,B}$$

Em A, a energia do carrinho é só potencial elástica. Em B, o carrinho possui energia cinética e energia potencial gravitacional.

Sendo: $h_B = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$ e $m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$, temos:

$$E_{pel,A} = E_{pg_B} + E_{c_B} \Rightarrow E_{pel,A} = m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow 0,2 = 0,05 \cdot 10 \cdot 0,3 + \frac{0,05 \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow v_B^2 = 2$$

$$\therefore v_B = 1,4 \text{ m/s}$$

Para verificar se o carrinho vai conseguir executar o looping, é preciso verificar se, com essa velocidade, a reação da pista no carrinho é maior que zero:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = P + N$$

Como $R = 0,15 \text{ m}$:

$$0,05 \cdot \frac{2^2}{0,15} - 0,05 \cdot 10 = N \therefore N \approx 0,83 \text{ N}$$

Assim, o corpo não perde contato com a pista, realizando o looping.

- c) A altura que o ponto C deve ter para que o carrinho pare ao atingi-lo é tal que:

$$E_{pel,A} = E_{pg_C} \Rightarrow 0,2 = m \cdot g \cdot h_C \Rightarrow 0,2 = 0,05 \cdot 10 \cdot h_C \therefore h_C = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

- 8 No deslocamento de A a B o atrito é desprezível, então a energia mecânica em B é igual à energia mecânica em A (energia potencial gravitacional):

$$E_{Mec,A} = E_{Mec,B} \Rightarrow E_{Mec,A} = m \cdot g \cdot h_A \Rightarrow E_{Mec,A} = 80 \cdot 10 \cdot 20 \therefore E_{Mec,A} = 16.000 \text{ J}$$

O esquiador para em C; portanto, nesse ponto sua energia mecânica é igual a zero. O trabalho da força de atrito é igual à variação da energia mecânica do esquiador:

$$\zeta_{F_{at}} = \Delta E_{Mec} \Rightarrow F_{at} \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ = 0 - 16.000 \Rightarrow \mu \cdot N \cdot \Delta s \cdot (-1) = -16.000$$

Sendo $N = P = m \cdot g = 800 \text{ N}$ e $\Delta s = BC$, temos:

$$0,5 \cdot 800 \cdot BC = 16.000 \therefore BC = 40 \text{ m}$$

- 9 Considerando o sistema como conservativo, temos que a energia mecânica deve ser a mesma para qualquer ponto da trajetória, portanto:

$$E_{\text{Mec},A} = E_{\text{Mec},B} \Rightarrow E_{\text{pg},A} = E_{\text{pg},B} + E_{\text{C},B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_B + \frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 5,65 = 10 \cdot 3,2 + \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow 56,5 - 32 = \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow v_B^2 = 49$$

$$\therefore v_B = 7 \text{ m/s}$$

$$E_{\text{Mec},A} = E_{\text{Mec},C} \Rightarrow E_{\text{pg},A} = E_{\text{pg},C} + E_{\text{C},C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_C + \frac{mv_C^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 5,65 = 10 \cdot 2,45 + \frac{v_C^2}{2} \Rightarrow 56,5 - 24,5 = \frac{v_C^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 64 \therefore v_C = 8 \text{ m/s}$$

alternativa a

- 10 Considerando o sistema como conservativo, temos que a energia mecânica deve ser a mesma para qualquer ponto da trajetória, portanto:

$$E_{\text{Mec},f} = E_{\text{Mec},i} \Rightarrow E_{\text{pg},f} + E_{\text{C},f} = E_{\text{Mec},i} \Rightarrow 7,5 + E_{\text{C},f} = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_f^2}{2} = 20 - 7,5 \Rightarrow v_f^2 = 25 \therefore v_f = 5 \text{ m/s}$$

alternativa c

- 11 Considerando o sistema como conservativo, temos que a energia mecânica deve ser a mesma para qualquer ponto da trajetória, portanto:

$$E_{\text{pel.}} = E_{\text{pg}} + E_{\text{C}} \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{200x^2}{2} = 2 \cdot 10 \cdot 4 + \frac{2 \cdot (1)^2}{2} \Rightarrow 100x^2 = 80 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{81}{100} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{81}{100}} \Rightarrow x = \frac{9}{10} \therefore x = 0,90 \text{ m} = 90,0 \text{ cm}$$

alternativa b

Para saber mais

Diálogos com a Física Moderna – Energia infinita!

Ampliando sua leitura

1. A Física Clássica considera que *massa* e *energia* são grandezas independentes, ou seja, ao fornecer energia para um corpo, não alteramos o valor de sua massa, diferentemente da teoria da relatividade de Einstein, que considera a massa uma forma de energia concentrada. Assim, ao fornecer energia a um corpo, alteramos o valor de sua massa.
2. Para a teoria da relatividade de Einstein, *massa* e *energia* são grandezas equivalentes, ou seja, quando fornecemos energia cinética para um corpo, uma parte dessa energia é acumulada por ele na forma de massa. Quanto maior a quantidade de energia fornecida ao corpo, maior sua quantidade de massa, e, como a massa é uma medida da sua inércia, torna-se cada vez mais difícil acelerá-lo, limitando o valor de sua velocidade.

Saber físico e tecnologia – Como funciona uma usina hidrelétrica

Ampliando sua leitura

1. As transformações de energia em uma hidrelétrica são: energia potencial em energia cinética na queda-d'água; energia cinética em energia elétrica com os giros das turbinas.
2. Sendo $1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ L}$, $m = 1.000 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $h = 196 \text{ m}$, temos:

$$E_{\text{pg}} = mgh \Rightarrow E_{\text{pg}} = 1.000 \cdot 10 \cdot 196$$

$$\therefore E_{\text{pg}} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ J}$$

UNIDADE 6

PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

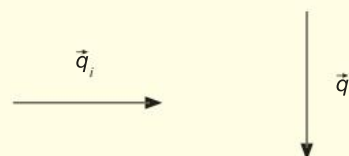
CAPÍTULO 20

Quantidade de movimento e impulso

Questões propostas

- 1 Sim. A energia cinética é uma grandeza escalar e depende apenas da massa e do módulo da velocidade do corpo; já a quantidade de movimento é uma grandeza vetorial e, além da massa, depende da direção e do sentido da velocidade do corpo. Portanto, uma pessoa pode rebater uma bola com velocidade de mesmo módulo, mantendo, assim, inalterada a energia cinética da bolinha, mas com sentido contrário, modificando sua quantidade de movimento.
- 2 a) Apesar de apresentar o mesmo módulo, a direção e o sentido do vetor quantidade de movimento da bola variam.

LUÍZ RUIBO



O módulo da variação da quantidade de movimento pode ser calculado a partir do teorema de Pitágoras:

$$(\Delta q)^2 = q_i^2 + q_f^2 \Rightarrow (\Delta q)^2 = 15^2 + 15^2$$

$$\therefore \Delta q = 15\sqrt{2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- b) A energia cinética da bola não variou, pois o módulo da sua velocidade e o da sua massa mantiveram-se constantes.
- 3 A partir do gráfico, podemos calcular a velocidade com que o carro se desloca:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2 - (-10)}{5 - 0} \therefore v = 2,4 \text{ m/s}$$

Portanto, o módulo da quantidade de movimento é dado por:

$$q = m \cdot v \Rightarrow q = 1,2 \cdot 10^3 \cdot 2,4 \therefore q = 2.880 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- 4 a) A velocidade de cada fruta ao chegar à superfície da água não depende da massa e, por isso, será a mesma.

$$E_{\text{Mec},i} = E_{\text{Mec},f} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 10 \cdot 3,2 = \frac{v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 64 \therefore v = 8 \text{ m/s}$$

b) A quantidade de movimento de cada fruta será:

$$q_{\text{mel.}} = m_{\text{mel.}} \cdot v \Rightarrow q_{\text{mel.}} = 4 \cdot 8 \therefore q_{\text{mel.}} = 32 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$q_{\text{lar.}} = m_{\text{lar.}} \cdot v \Rightarrow q_{\text{lar.}} = 0,06 \cdot 8 \therefore q_{\text{lar.}} = 0,48 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

c) A melancia tem maior energia cinética, pois tem maior massa.

d) A melancia provocará maior perturbação, pois tem maior energia cinética e maior quantidade de movimento.

5 Analisando o gráfico, vemos que o fim da aceleração do atleta se dá no instante 4 segundos, quando atinge a velocidade de 12,5 m/s. Portanto, o módulo da quantidade de movimento do atleta nesse instante é:

$$q = m \cdot v \Rightarrow q = 80 \cdot 12,5 \therefore q = 1.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

6 A partir da energia cinética da bola, podemos calcular sua velocidade imediatamente antes do chute:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 16 = \frac{0,5 \cdot v^2}{2} \therefore v = 8 \text{ m/s}$$

Adotando um referencial positivo no sentido do movimento inicial da bola e sabendo que o chute apenas inverteu o sentido do movimento, temos:

$$q_f = m \cdot v_f \Rightarrow q_f = 0,5 \cdot (-8) \therefore q_f = -4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

7 A afirmação não é verdadeira. O fato de a bola apresentar a quantidade de movimento nula implica que sua velocidade é nula, ou seja, podemos afirmar que a bola não tem energia cinética, o que não exclui a possibilidade de a bola possuir algum tipo de energia potencial, por exemplo, a gravitacional ou a elástica.

8 a) Falsa. A quantidade de movimento é uma grandeza vetorial; portanto, depende da direção e do sentido do vetor velocidade.

b) Falsa. A velocidade do caminhão e do carro é a mesma, porém eles possuem massas diferentes e, portanto, apresentam quantidades de movimento diferentes.

c) Falsa. O módulo da quantidade de movimento do caminhão é:

$$q = m \cdot v \Rightarrow q = 2 \cdot 10^3 \cdot 30 \therefore q = 6 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

d) Falsa. Quando o caminhão e o carro têm a mesma velocidade na mesma direção e mesmo sentido, seus vetores quantidade de movimento também apresentam mesma direção e mesmo sentido, porém módulos diferentes por causa da diferença de massa entre eles.

e) Verdadeira. O módulo da velocidade do caminhão e o do carro são os mesmos, porém os veículos apresentam massas diferentes, o que resulta num valor diferente para a quantidade de movimento de cada um.

9 a) A aceleração média é dada por:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 10 = a \cdot 0,1 \therefore a = 100 \text{ m/s}^2$$

b) O valor do impulso será:

$$I = F \cdot \Delta t \Rightarrow I = m \cdot a \cdot \Delta t \Rightarrow I = 4 \cdot 100 \cdot 0,1 \therefore I = 40 \text{ N} \cdot \text{s}$$

c) Ao ser lançado para cima, o corpo fica sujeito apenas à aceleração da gravidade, logo: $a = 10 \text{ m/s}^2$

$$d) E_{\text{mec},j} = E_{\text{mec},q} \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{10^2}{2} = 10 \cdot h \therefore h = 5 \text{ m}$$

10 Desde o instante inicial de aplicação da força até o completo abaixamento da alavanca que libera o gás, passou 0,2 segundo (ações I e II). O módulo do impulso da força exercida pelo polegar, durante esse intervalo de tempo, é dado pela área sob a curva do gráfico entre o instante inicial até 0,2 segundo:

$$I = A_I + A_{II} \Rightarrow I = \frac{0,1 \cdot 2}{2} + \frac{(2+1) \cdot 0,1}{2} \therefore I = 0,25 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Para saber mais

Conexões com o cotidiano - Como funcionam os *air bags*

Ampliando sua leitura

1. O esquema apresentado à direita do texto mostra que o *air bag* demora 68 milissegundos para inflar completamente.

2. A desaceleração do motorista no momento da colisão pode ser estimada considerando o tempo de 85 milissegundos para a redução da velocidade de 90 km/h (25 m/s) a 0 m/s. Assim,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25}{85 \cdot 10^{-3}} \approx 0,3 \times 10^3 \therefore a \approx 300 \text{ m/s}^2$$

Portanto, é de cerca de 300 m/s² o valor da desaceleração estimada do motorista em contato com o *air bag* durante uma colisão frontal a 90 km/h.

Questões propostas

11 a) O impulso é numericamente igual à área do gráfico até 20 segundos; assim:

$$I \stackrel{N}{=} A \stackrel{N}{=} F_m \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{(B+b) \cdot h}{2} \stackrel{N}{=} F_m \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{(20+10) \cdot 3}{2} = F_m \cdot 20 \Rightarrow 45 = F_m \cdot 20 \therefore F_m = 2,25 \text{ N}$$

Assim, a aceleração do corpo será:

$$F = m \cdot a \Rightarrow 2,25 = 30 \cdot a \therefore a = 0,075 \text{ m/s}^2$$

E a velocidade será dada por:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0,075 \cdot 20 \therefore v = 1,5 \text{ m/s}$$

b) O impulso é numericamente igual à área do gráfico até 25 segundos; assim:

$$I \stackrel{N}{=} A \stackrel{N}{=} F_m \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{(B+b) \cdot h}{2} \stackrel{N}{=} F_m \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{(25+10) \cdot 3}{2} = F_m \cdot 25 \Rightarrow 52,5 = F_m \cdot 25 \therefore F_m = 2,1 \text{ N}$$

Assim, a aceleração do corpo será:

$$F = m \cdot a \Rightarrow 2,1 = 30 \cdot a \therefore a = 0,07 \text{ m/s}^2$$

E a velocidade, será dada por:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 0,07 \cdot 25 \therefore v = 1,75 \text{ m/s}$$

12 O módulo do impulso aplicado pelo chão sobre a bola é dado pela variação da quantidade de movimento da bola:

$$I = \Delta q \Rightarrow I = m \cdot v_f - m \cdot v_i \Rightarrow I = 0,26 \cdot 7,5 - (-0,26 \cdot 10) \therefore |I| = 4,55 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Como a quantidade de movimento inicial da bola era vertical e para baixo e a final era vertical e para cima, pode-se afirmar que o impulso aplicado pelo chão sobre a bola é vertical e para cima.

13 a) $F_{\text{el.}} = kx \Rightarrow F_{\text{el.}} = 20 \cdot 0,2 \therefore F_{\text{el.}} = 4 \text{ N}$

$$b) I = F \cdot \Delta t \Rightarrow I = 4 \cdot 0,2 \therefore I = 0,8 \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$c) I = \Delta q \Rightarrow I = m \cdot v_f - m \cdot v_i \Rightarrow 0,8 = 0,02 \cdot v_f \Rightarrow v_f = \frac{0,8}{0,02} \therefore v_f = 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$$

14 a) A velocidade com que o coco atinge o solo é obtida pelo princípio da conservação da energia mecânica:

$$E_{M_{\text{cabeira}}} = E_{M_{\text{solo}}} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3,2}$$

$$\therefore v = 8 \text{ m/s}$$

Portanto, o módulo do impulso aplicado sobre o coco é dado por:

$$I = \Delta q \Rightarrow I = m \cdot v_f - m \cdot v_i \Rightarrow I = 0,5 \cdot 0 - 0,5 \cdot 8$$

$$\therefore |I| = 4 \text{ N} \cdot \text{s} \text{ (direção vertical e sentido para cima)}$$

b) A força média exercida pelo chão sobre o coco é dada por:

$$I = F_R \cdot \Delta t \Rightarrow I = (F_m - P) \cdot \Delta t \Rightarrow 4 = (F_m - 5) \cdot 0,5$$

$$\therefore F_m = 13 \text{ N}$$

c) Se o coco caísse na areia em vez de cair no cimento, provavelmente não se esborracharia, já que o tempo de interação entre o coco e a areia seria maior do que o tempo de interação entre o coco e o cimento. Portanto, a força aplicada pela areia sobre o coco seria menor do que a força aplicada pelo cimento sobre o coco.

15 Sabendo que o módulo do impulso é a variação da quantidade de movimento e que $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, podemos calcular o módulo do impulso que o cinto exerce sobre o boneco:

$$I = \Delta q \Rightarrow I = m \cdot v_f - m \cdot v_i \Rightarrow I = 80 \cdot 0 - 80 \cdot 25$$

$$\therefore |I| = 2.000 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Portanto, o módulo da força média que o cinto exerce no boneco durante o freamento é:

$$I = F_R \cdot \Delta t \Rightarrow 2.000 = F_m \cdot 0,1 \therefore F_m = 20.000 \text{ N}$$

16 O módulo do impulso da força resultante é dado por:

$$I = \Delta q \Rightarrow I = q_f - q_i \Rightarrow I = 0,2 - 0,3 \therefore |I| = 0,1$$

O módulo da força resultante que age sobre a bola é:

$$I = F_R \cdot \Delta t \Rightarrow 0,1 = F_R \cdot 0,5 \therefore F_R = 0,2 \text{ N}$$

17 Durante os primeiros 5 segundos, temos:

$$I = F_{R_1} \cdot \Delta t \Rightarrow 60 = F_{R_1} \cdot 5 \therefore F_{R_1} = 12 \text{ N (movimento uniformemente acelerado)}$$

Assim, a aceleração do corpo nesse percurso será:

$$F_{R_1} = m \cdot a \Rightarrow 12 = 6 \cdot a_1 \therefore a_1 = 2 \text{ m/s}^2$$

Percorrendo uma distância dada por:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow s_1 = \frac{2 \cdot 5^2}{2} \therefore s_1 = 25 \text{ m}$$

nos próximos 5 segundos, o corpo não recebe impulso, portanto: $F_{R_2} = 0 \text{ N}$ (movimento uniforme); assim:

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t \Rightarrow v_1 = 2 \cdot 5 \therefore v_1 = 10 \text{ m/s}$$

Percorrendo uma distância dada por:

$$v_1 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} \Rightarrow s_2 = 10 \cdot 5 \therefore s_2 = 50 \text{ m}$$

nos últimos 5 segundos:

$$I = F_R \cdot \Delta t \Rightarrow -60 = F_R \cdot 5 \therefore F_{R_3} = -12 \text{ N (movimento uniformemente retardado)}$$

Assim, a aceleração do corpo nesse percurso será:

$$F_{R_3} = m \cdot a \Rightarrow -12 = 6 \cdot a_3 \therefore a_3 = -2 \text{ m/s}^2$$

Percorrendo uma distância dada por:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow s_3 = 10 \cdot 5 - \frac{2 \cdot 5^2}{2} \therefore s_3 = 25 \text{ m}$$

Então, a distância total percorrida pelo corpo é dada por:

$$D = s_1 + s_2 + s_3 \Rightarrow D = 25 + 50 + 25 \therefore D = 100 \text{ m}$$

18 A força média aplicada pelo chão na primeira situação é:

$$|I| = |F_R| \cdot \Delta t \Rightarrow |\Delta q| = (F_{m_1} - P) \cdot \Delta t \Rightarrow |q_f - q_i| = (F_{m_1} - P) \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |70 \cdot 0 - 70 \cdot 5| = (F_{m_1} - 700) \cdot 0,02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 350 = (F_{m_1} - 700) \cdot 0,02$$

$$\therefore F_{m_1} = 18.200 \text{ N (vertical, para cima)}$$

Dobrando mais os joelhos, temos:

$$|I| = |F_R| \cdot \Delta t \Rightarrow |\Delta q| = (F_{m_2} - P) \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |q_f - q_i| = (F_{m_2} - P) \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |70 \cdot 0 - 70 \cdot 5| = (F_{m_2} - 700) \cdot 0,1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 350 = (F_{m_2} - 700) \cdot 0,1$$

$$\therefore F_{m_2} = 4.200 \text{ N (vertical, para cima)}$$

As articulações da pessoa sofrerão menos com o segundo impacto, já que o tempo de amortecimento da queda é maior e consequentemente a força média aplicada pelo chão é menor.

19 I. Verdadeira. A variação da quantidade de movimento nos motoristas dos dois carros é a mesma, pois em ambos os casos o motorista terá a mesma velocidade inicial e final.

II. Verdadeira. O impulso que a árvore aplica no carro independe do *air bag*. No carro equipado com esse dispositivo, o tempo de amortecimento do impacto no motorista é maior e, portanto, a força média aplicada sobre ele é menor.

III. Falsa. A variação de energia e a desaceleração imposta ao carro independem do *air bag*; portanto, são iguais nos dois casos.

20 Temos: $m = 10 \text{ g} = 0,01 \text{ kg}$

Antes da colisão com o chão, a bolinha tinha velocidade de $3,0 \text{ m/s}$ vertical e para baixo; para que ela pare após a colisão, o impulso exercido pelo chão deverá ser vertical e para cima, e seu módulo é dado por:

$$I = |\Delta q| \Rightarrow I = |mv_f - mv_i| \Rightarrow I = |0 - 0,01 \cdot 3| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = 0,01 \cdot 3 \therefore I = 3 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s}$$

alternativa a

CAPÍTULO 21

Conservação da quantidade de movimento

Questões propostas

1 Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, podemos afirmar que a cada rebatida há um pequeno recuo dos astronautas no sentido contrário ao da rebatida. Portanto, os astronautas se afastam e a distância que a peteca percorre aumenta cada vez mais a cada jogada. Para que os astronautas possam retornar à nave, basta arremessar algum objeto no sentido oposto ao da nave. Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, o astronauta terá um deslocamento no sentido oposto ao do objeto lançado, ou seja, no sentido da nave.

2 O fato de a bexiga e de a massa de ar se deslocarem em sentidos opostos pode ser explicado pelo princípio da conservação da quantidade de movimento. A variação da quantidade de movimento na bexiga deve ter o mesmo módulo e o sentido oposto ao da variação da quantidade de movimento da massa de ar para que a quantidade de movimento total do sistema não se altere. Portanto:

$$\Delta q_B = -\Delta q_A \Rightarrow I_B = -I_A$$

Dividindo essa equação pelo intervalo de tempo de interação entre a bexiga e a massa de ar, temos:

$$I_B = -I_A \Rightarrow \frac{I_B}{\Delta t} = -\frac{I_A}{\Delta t} \Rightarrow F_B = -F_A$$

Então, percebemos que a 3ª lei de Newton e o princípio da conservação da quantidade de movimento estão relacionados.

- 3** Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento:

$$q_i = q_f \Rightarrow m \cdot v_i + M \cdot V_i = (m + M) \cdot v_c \Rightarrow \\ \Rightarrow 18 \cdot 6 + 50 \cdot 0 = (18 + 50) \cdot v_c \therefore v_c \approx 1,6 \text{ m/s}$$

A velocidade do conjunto (carrinho e mala) é então de 1,6 m/s.

- 4** Sabendo que o rojão explode no instante em que atinge sua altura máxima, podemos afirmar que, no momento da explosão, a velocidade vertical do rojão é nula. Como ele é lançado verticalmente para cima, sua velocidade horizontal também será nula no ponto máximo. Orientando positivamente a direção vertical com sentido para cima, temos:

$$q_i = q_f \Rightarrow 0 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + m_3 \cdot v_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 = 0,1 \cdot 30 + 0,2 \cdot (-20) + 0,2 \cdot v_3 \therefore v_3 = 5 \text{ m/s}$$

Portanto, o terceiro fragmento foi lançado verticalmente para cima com velocidade de 5 m/s.

- 5** a) O impulso na cápsula é dado pelo oposto da variação da quantidade de movimento do estágio:

$$I = -\Delta q_{\text{estágio}} \Rightarrow -I = m_e \cdot v_f - m_e \cdot v_i \Rightarrow \\ \Rightarrow -I = 30.000 \cdot 0 - 30.000 \cdot 1.500 \\ \therefore -I = -45.000 \text{ kN} \cdot \text{s} = -45 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{s}$$

O sinal negativo indica que o impulso foi aplicado no sentido contrário ao do movimento inicial do foguete.

- b) A velocidade final da nave é dada por:

$$\Delta q_{\text{cápsula}} = I \Rightarrow m_c \cdot v_f - m_c \cdot v_i = 45 \cdot 10^6 \Rightarrow \\ \Rightarrow 9 \cdot 10^3 = v_f - v_i \Rightarrow 9 \cdot 10^3 = v_f - 1.500 \\ \therefore v_f = 10.500 \text{ m/s}$$

A energia fornecida é a diferença de energia inicial e final da cápsula.

$$|E_{\text{transf.}}| = |E_f - E_i| \Rightarrow |E_{\text{transf.}}| = \frac{m_c \cdot v_f^2}{2} - \frac{m_c \cdot v_i^2}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow |E_{\text{transf.}}| = \frac{5.000 \cdot 10.500^2}{2} - \frac{5.000 \cdot 1.500^2}{2} \\ \therefore |E_{\text{transf.}}| = 2,7 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

- 6** Orientando positivamente o sentido da trajetória do projétil, temos, pelo princípio da conservação da quantidade de movimento:

$$q_i = q_f \Rightarrow 0 = m \cdot v - M \cdot V \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 = 4 \cdot 160 + 500 \cdot V \therefore V = -1,28 \text{ m/s}$$

Assim, a velocidade de recuo do canhão é de 1,28 m/s.

- 7** a) Atirando sua mochila no sentido oposto ao da nave, pela conservação da quantidade de movimento, o astronauta adquire uma velocidade de recuo no sentido da nave. Considerando que no espaço não existem forças de resistência ao movimento, o astronauta se deslocará em movimento uniforme e, então, atingirá a nave.

- b) A velocidade adquirida pela mochila é:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 500 = \frac{10 \cdot v^2}{2} \therefore v = 10 \text{ m/s}$$

Orientando positivamente o sentido da trajetória da mochila, temos, pelo princípio da conservação da quantidade de movimento:

$$q_i = q_f \Rightarrow 0 = m \cdot v - M \cdot V \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 = 10 \cdot 10 - 200 \cdot V \therefore V = -0,5 \text{ m/s}$$

- 8** Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$q_i = q_f \Rightarrow m_{\text{Leonardo}} \cdot v - m_{\text{Beatriz}} \cdot v = m_{\text{Leonardo}} \cdot v_f + m_{\text{Beatriz}} \cdot u \Rightarrow \\ \Rightarrow 75 \cdot 1,5 - 25 \cdot 1,5 = 75v_f + 25 \cdot 3,0 \Rightarrow 75 = 75v_f + 75 \Rightarrow \\ \Rightarrow 75 - 75 = 75v_f \Rightarrow 75v_f = 0 \therefore v_f = 0$$

alternativa a

- 9** Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$q_i = q_f \Rightarrow mv - MV = (m + M) \cdot v_c \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,02 \cdot 500 - 0,48 \cdot 10 = (0,02 + 0,48) \cdot v_c \Rightarrow \\ \Rightarrow 5,2 = 0,5v_c \therefore v_c = 10,4 \text{ m/s}$$

alternativa a

- 10** Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$q_i = q_f \Rightarrow 0 = m_A v_r - m_p v_p \Rightarrow m_p v_p = m_A v_r \Rightarrow \\ \Rightarrow 80 \cdot 0,15 = 60 \cdot v_r = \frac{12}{60} \therefore v_r = 0,2 \text{ m/s}$$

- 11** Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, o módulo da variação da quantidade de movimento do pássaro será o mesmo do avião, portanto:

$$|\Delta q_a| = |\Delta q_p| \Rightarrow M \cdot |\Delta v_a| = m \cdot |\Delta v_p| \Rightarrow |\Delta v_a| = \frac{m \cdot |\Delta v_p|}{M}$$

Como o produto da massa do pássaro pelo módulo de sua variação de velocidade é muito menor do que a massa do avião, podemos notar pela equação acima que o módulo da variação da velocidade do avião é muito pequeno para ser notado pelos passageiros.

- 12** O fato de os carros desmancharem em caso de colisão e apenas a célula de sobrevivência ser resistente é de vital importância para os pilotos, pois cada pedaço que se desprende do carro na colisão leva consigo uma parte da energia cinética do conjunto, diminuindo assim a energia que deve ser dissipada na célula de sobrevivência com o intuito de que o piloto nada sofra. Nos carros comuns, a estrutura menos resistente garante um tempo maior de interação entre o carro e o obstáculo no instante do choque, fazendo com que a força média que atua sobre o veículo seja menor.

- 13** Orientando positivamente o sentido da trajetória do caminhão, temos, pelo princípio da conservação da quantidade de movimento:

$$q_i = q_f \Rightarrow M_{\text{caminhão}} \cdot v_{\text{caminhão}} - m_{\text{herói}} \cdot v_{\text{herói}} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5.000 \cdot 50 - m_{\text{herói}} \cdot 250 = 0 \therefore m_{\text{herói}} = 1.000 \text{ kg}$$

Para ser fisicamente possível, a massa do herói deveria ser de 1.000 kg.

- 14** a) Pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$q_i = q_f \Rightarrow m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B = m_A \cdot v'_A + m_B \cdot v'_B \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot 5 + 1 \cdot 2 = 2 \cdot 3 + 1 \cdot v'_B \therefore v'_B = 6 \text{ m/s}$$

- b) A energia cinética antes da colisão é dada por:

$$E_{c_i} = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow E_{c_i} = \frac{2 \cdot 5^2}{2} + \frac{1 \cdot 2^2}{2} \therefore E_{c_i} = 27 \text{ J}$$

A energia cinética após a colisão é dada por:

$$E_{c_f} = \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow E_{c_f} = \frac{2 \cdot 3^2}{2} + \frac{1 \cdot 6^2}{2} \therefore E_{c_f} = 27 \text{ J}$$

A energia potencial do sistema também não é alterada. Portanto, houve conservação da energia mecânica.

- c) O choque foi perfeitamente elástico, já que a energia mecânica do sistema foi conservada.

- 15** A velocidade do conjunto após a colisão é dada por:

$$q_i = q_f \Rightarrow m_c \cdot v_i + m_b \cdot v_i = (m_c + m_b) \cdot v_c \Rightarrow \\ \Rightarrow m_c \cdot 30 + 15 \cdot m_c \cdot 0 = (m_c + 15 \cdot m_c) \cdot v_c \\ \therefore v_c = 1,875 \text{ m/s}$$

- 16** a) Imediatamente antes da colisão, a velocidade da argila era de:

$$q_i = q_f \Rightarrow m_A \cdot v_A + M_C \cdot v_C = (m_A + M_C) \cdot v_C \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,05 \cdot v_A + 0,5 \cdot 1 = (0,05 + 0,5) \cdot 2 \\ \therefore v_A = 12 \text{ m/s}$$

- b) Lembrando que os corpos seguem juntos após a colisão, o choque é totalmente inelástico. A quantidade de energia mecânica dissipada na colisão foi de:

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{Mec.}} &= E_{\text{Mec.}_i} - E_{\text{Mec.}_f} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta E_{\text{Mec.}} &= \frac{M_C \cdot v_i^2}{2} + \frac{m_A \cdot v_A^2}{2} - \frac{(M_C + m_A) \cdot v_C^2}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta E_{\text{Mec.}} &= \frac{0,5 \cdot 1^2}{2} + \frac{0,05 \cdot 12^2}{2} - \frac{(0,5 + 0,05) \cdot 2^2}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta E_{\text{Mec.}} &= 3,85 - 1,1 \therefore \Delta E_{\text{Mec.}} = 2,75 \text{ J}\end{aligned}$$

Trilhando o caminho das competências

A Física e os videogames

Num choque entre dois automóveis idênticos, que se movem no mesmo sentido, o automóvel mais rápido tende a perder velocidade, enquanto o mais lento, que seguia à frente, tende a aumentar a velocidade por causa do choque; algo semelhante ao que ocorre com duas bolas em uma partida de bilhar. Embora isso não seja representado dessa maneira nos *games*, é o que acontece na realidade de acordo com o princípio da conservação da quantidade de movimento.

Para saber mais

Sempre foi assim? – O princípio da conservação da quantidade de movimento

Ampliando sua leitura

1. Massa e energia são grandezas escalares, e quantidade de movimento é grandeza vetorial.
2. A taxa de variação no tempo da quantidade de movimento é igual à resultante de forças aplicadas sobre o corpo.

$$\frac{\Delta \vec{Q}}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_R$$

Diálogos com a Física Moderna – A conservação da quantidade de movimento e a Física de partículas

Ampliando sua leitura

1. Quando um jogador de sinuca vai encaçapar uma das bolas, ele deve tomar cuidado para não derrubar a bola branca junto com a bola visada, pois, pelas regras do jogo, ele pode ser punido por esse descuido. Essa situação é muito comum quando a bola branca e a bola que ele quer derrubar estão bem alinhadas com a caçapa. Como a colisão entre elas deve ser frontal, a tendência é de a bola branca também seguir em direção à caçapa, o que pode provocar sua queda. O jogador experiente executa a jogada de maneira que a bola branca troque velocidade com a bola a ser encaçapada, ou seja, ele planeja a jogada de tal maneira que a bola branca fique parada no lugar da outra bola, enquanto esta vai para o buraco com a velocidade que a bola branca possuía quando colidiu. Esse tipo de lance na sinuca torna evidente o uso do princípio de conservação da quantidade pelo jogador.
2. Nos aceleradores, feixes de partículas são acelerados e colidem a velocidades próximas à da luz, quebrando a matéria nos seus constituintes mais básicos. A análise da trajetória de cada uma dessas partículas por meio da aplicação do princípio da conservação da quantidade de movimento permite aos físicos investigar as propriedades dessas partículas fundamentais e as forças que estão envolvidas na formação da matéria.

ISBN 978-85-16-10509-9



9 788516 105099