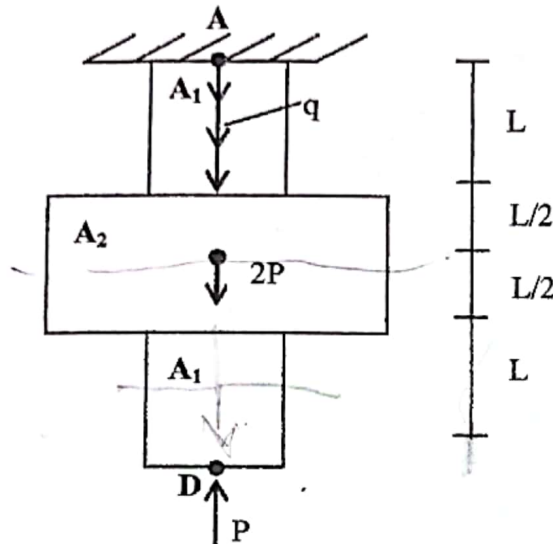


Série d'exercices N° 03
Traction - Compression simple

Exercice N° 01

Une barre en acier étagée encastree en A est soumise à des charges verticales représentées sur la figure ci-dessous.



$$L = 1\text{ m}$$

$$q = 5\text{ t/ml}$$

$$P = 5\text{ t}$$

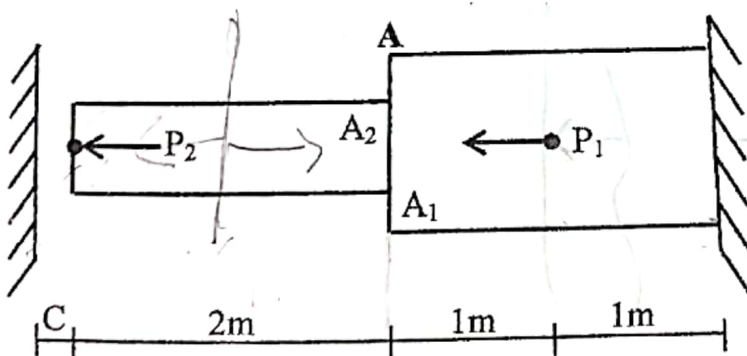
$$A_1 = 5\text{ cm}^2 ; A_2 = 2A_1$$

$$E = 2,1 \cdot 10^6\text{ kg/cm}^2$$

- 1) Tracer le diagramme des efforts normaux (N) et celui des contraintes normales (σ).
- 2) En déduire la valeur du déplacement à l'extrémité libre (D) de la barre

Exercice N° 02

Soit le système suivant :



On donne :

$$C = 1\text{ cm} ; P_1 = 12\text{ t} ; P_2 = 6\text{ t}$$

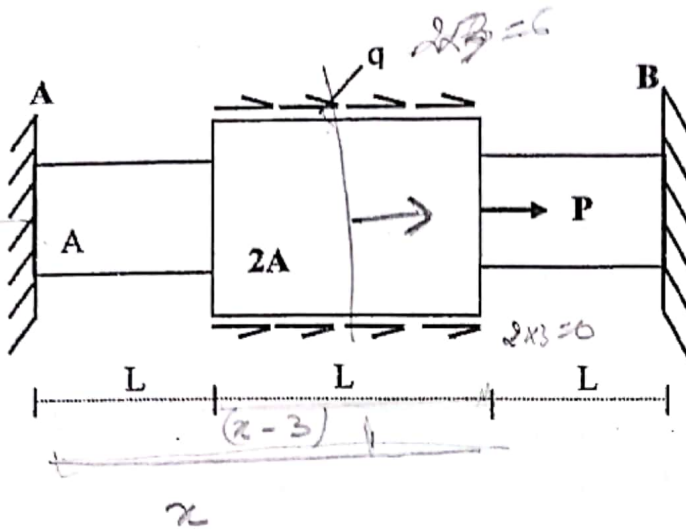
$$A_1 = 12\text{ cm}^2 ; A_2 = 5\text{ cm}^2$$

$$E = 2,1 \cdot 10^6\text{ Kg/cm}^2$$

- 1) Montrer que le système est isostatique.
- 2) Tracer les diagrammes de (N), (σ) et (ϵ).
- 3) Déterminer le déplacement du point A.
- 4) Pour quelle valeur de « C » ce système est hyperstatique.

Exercice N° 03

Le barreau en acier de section variable est rigidement fixé aux deux supports A et B.
Un chargement longitudinal agit sur ce barreau tel que représenté sur la figure ci-dessous



On donne :

$$P=20t \quad ; \quad A=10\text{cm}^2 \quad ; \quad L=3\text{m}$$

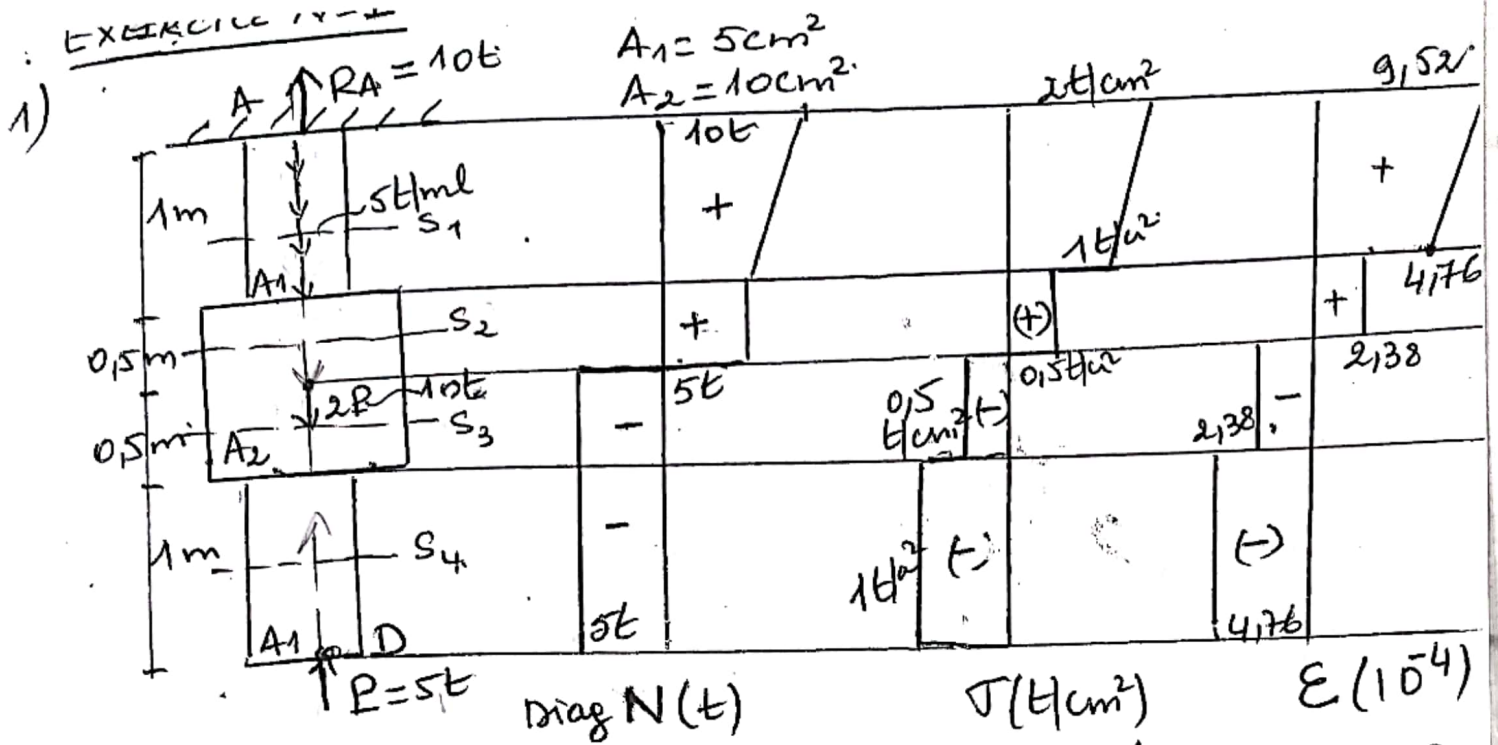
$$q=2\text{t/ml} \quad ; \quad E=2,1 \cdot 10^6 \text{Kg/cm}^2$$

- 1) Evaluer les efforts normaux, puis tracer le diagramme de N
- 2) Tracer le diagramme de σ .
- 3) En déduire les contraintes maximales.

$$N = H_A - 2 \cdot (2 \cdot (x-3))$$

$$N = H_A$$

EXERCICE 14-1



S1: $0 \leq x \leq 1$	S2: $1 \leq x \leq 1,5$	S3: $1,5 \leq x \leq 2$	S4: $2 \leq x \leq 3$
$-N_1 + 10 - 5x = 0$ $N_1(x) = 10 - 5x$ $\begin{cases} N_1(0) = 10t \\ N_1(1) = 5t \end{cases}$	$N_2 = 5t$ $\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = 0,5t/cm^2$ $\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = 2,38 \cdot 10^{-4}$	$N_3 = -5t$ $\sigma_3 = \frac{-5}{10} = -0,5t/cm^2$ $\epsilon_3 = \frac{-0,5 \cdot 10^3}{2,106} = -2,38 \cdot 10^{-4}$	$N_4 = -5$ $\sigma_4 = \frac{-5}{5} = -1t/cm^2$ $\epsilon_3 = \frac{-1 \cdot 10^3}{2,1106} = -4,76 \cdot 10^{-4}$
$\sigma_1(0) = \frac{10}{5} = 2t/cm^2$ $\sigma_1(1) = \frac{5}{5} = 1t/cm^2$ $\epsilon_1(0) = \frac{\sigma_1(0)}{E} = 9,52 \cdot 10^{-4}$ $\epsilon_1(1) = 4,76 \cdot 10^{-4}$			

2) Déplacement du point D $A_2 = 2A_1$

$$\Delta l_D = \frac{\sum N_i l_i}{EA_i} = \int_0^1 \frac{N_1(x)}{EA_1} dx + \frac{N_2 l_2}{EA_2} + \frac{N_3 l_3}{EA_2} + \frac{N_4 l_4}{EA_1}$$

$$\Delta l_D = \frac{1}{EA_1} \left[\int_0^1 N_1(x) dx + \frac{N_2 l_2}{2} + \frac{N_3 l_3}{2} + N_4 l_4 \right]$$

$$\Delta l_D = \frac{1}{EA_1} \left[\int_0^1 (10 - 5x) dx + \frac{5(0,5)}{2} - \frac{5(0,5)}{2} + -5(1) \right]$$

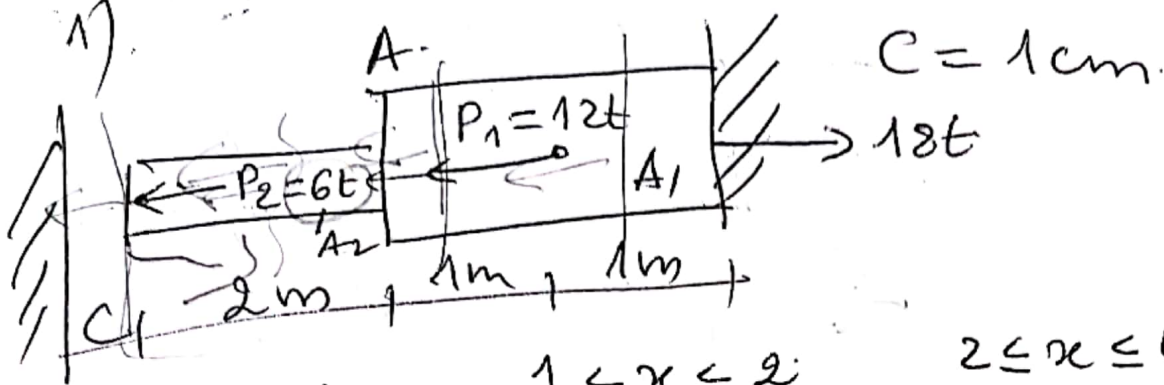
$$\Delta l_D = \frac{1}{EA_1} \left[\left[10x - \frac{5x^2}{2} \right]_0^1 - 5(1) \right] = \frac{1}{EA_1} \left[10 - \frac{5}{2} - 5 \right] = \frac{2,5}{EA_1}$$

$E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 = 2,1 \cdot 10^7 \text{ t/m}^2$
 $A_1 = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$$\Delta l_D = \frac{2,5}{2,1 \cdot 10^7 \times 5 \cdot 10^{-4}} = 0,238 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,238 \text{ mm} \approx 0,24 \text{ mm}$$

$\Delta l_D = 0,24 \text{ mm}$

Ex 2



$$0 \leq x \leq 1$$

$$N_1 = 18t$$

$$1 \leq x \leq 2$$

$$N_2 = 6t$$

$$2 \leq x \leq 4$$

$$N_3 = 6t$$

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$$

$$E = 2,110^7 \text{ t/m}^2$$

$$A_1 = 12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Delta l = \frac{N_1 l_1}{EA_1} + \frac{N_2 l_2}{EA_1} + \frac{N_3 l_3}{EA_2}$$

$$= \frac{(18 \times 1) 10^5}{2,110^6 \times 12} + \frac{(6 \times 1) 10^5}{2,110^6 \times 12} + \frac{(6 \times 2) 10^5}{2,110^6 \times 5}$$

$$= 0,07 + 0,024 + 0,114 = 0,21 \text{ cm}$$

$$\Delta l = 0,21 \text{ cm}$$

$$\Delta l = 0,21 \text{ cm} < C = 1 \text{ cm} \Rightarrow \text{isostatique}$$

$$2) \bullet N_1 = 18t \quad \begin{cases} \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{18}{12} = 1,5 \text{ t/cm}^2 = 1500 \text{ kg/cm}^2 \\ \epsilon_1 = \frac{1500}{2,110^6} = 7,14 \cdot 10^{-4} \end{cases}$$

$$\bullet N_2 = 6t \quad \begin{cases} \sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ t/cm}^2 = 500 \text{ kg/cm}^2 \\ \epsilon_2 = \frac{500}{2,110^6} = 2,38 \cdot 10^{-4} \end{cases}$$

$$\bullet N_3 = 6t \quad \begin{cases} \sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ t/cm}^2 = 1200 \text{ kg/cm}^2 \\ \epsilon_3 = \frac{1200}{2,110^6} = 5,71 \cdot 10^{-4} \end{cases}$$

←			←	12t	+	(N)
6t	6t					
+	+					
1200 kg				1500 kg		(D)
+	500			+		
	+					
5,71				7,14	10^{-4}	
+	2,38			+		
	+					

3) déplacement du point A.

$$\Delta l_A = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

$$= \frac{N_1 l_1}{EA_1} + \frac{N_2 l_2}{EA_1} = 0,07 + 0,024$$

$$\Delta l_A = 0,094 \text{ cm}$$

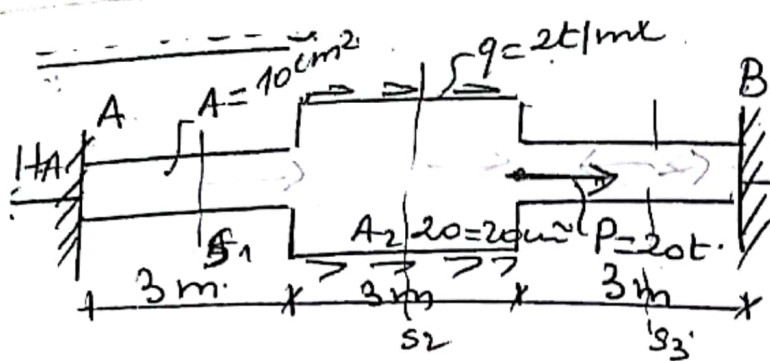
4) Valeur de C pour que le système soit hyperstatique.

Système hyperst $\Delta l_{\text{tot}} \geq C$

$$\Delta l_{\text{Total}} = 0,21 \text{ cm} > C$$

$$\therefore \text{donc } C < 0,21 \text{ cm}$$

on prend $C = 0,1 \text{ cm}$



on n'a pas besoin de représenter R_A, R_B
 H_A et H_B car on s'intéresse seulement à l'effort normal.

S₁ $0 \leq x \leq 3m$

$$N_1(x) = H_A$$

S₂ $3 \leq x \leq 6$

$$N_2(x) = H_A - 2(2(x-3))$$

$$N_2(x) = H_A - 4x + 12$$

S₃ $6 \leq x \leq 9$

$$N_3(x) = H_A - 12 - 20$$

$$N_3 = H_A - 32$$

$$\sum \Delta \ell_i = \int_0^{3l} \frac{N_i}{EA_i} dx = 0$$

$$\sum \Delta \ell_i = \frac{H_A l}{EA_1} + \int_3^6 \frac{N_2}{EA_2} dx + \frac{N_3 l_3}{EA_1} = 0$$

$$\sum \Delta \ell_i = \frac{H_A l}{EA_1} + \int_3^6 \frac{(H_A - 4x + 12)}{EA_2} dx + \frac{(H_A - 32) l}{EA_1}$$

$$\sum \Delta \ell_i = \frac{1}{EA_1} \left[H_A \times 3 + \left(\frac{H_A x - 2x^2 + 12x}{2} \right)_3^6 + 3H_A - 96 \right]$$

$$= \frac{1}{EA_1} \left[3H_A + \frac{3H_A}{2} - 9 + 18 + 3H_A - 96 \right]$$

$$= \frac{1}{EA_1} \left[\frac{15}{2} H_A - 105 \right] = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = 14t}$$

S₁ $\begin{cases} N_1 = H_A = 14t \\ \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 1,4t/cm^2 \\ \epsilon_1 = 6,67 \cdot 10^{-4} \end{cases}$

S₃ $\begin{cases} N_3 = -18t \\ \sigma_3 = \frac{N_3}{A_1} = -1,8t/cm^2 \\ \epsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} = -8,57 \cdot 10^{-4} \end{cases}$

S₂ $\begin{cases} N_2(x) = 26 - 4x < \begin{cases} N(3) = 14t \\ N(6) = 2t \end{cases} \\ \sigma_2(x) = \frac{26 - 4x}{20} < \begin{cases} \sigma(3) = 0,7t/cm^2 \\ \sigma(6) = 0,1t/cm^2 \end{cases} \\ \epsilon_3 = \frac{\sigma_2}{E} \Leftrightarrow \begin{cases} \epsilon(3) = 3,33 \cdot 10^{-4} \\ \epsilon(6) = 4,76 \cdot 10^{-5} = 0,476 \cdot 10^{-4} \end{cases} \end{cases}$

