سلم تصحيح فيزياء عامة 2

سنة أولى طاقة كهربائية، فصل الثاني، 2019

د. عبدالله رستناوي

جواب السؤال الأول [10 درجات]

الحل: من قانون كولون نجد أن القيمة المطلقة للقوة الكهربائية هي:

$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2} \Longrightarrow$$

$$F_e = \left(8.9875 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right) \frac{(1.60219 \times 10^{-19}\,C)^2}{(5.3 \times 10^{-11} m)^2} = 8.2 \times 10^{-8} N$$

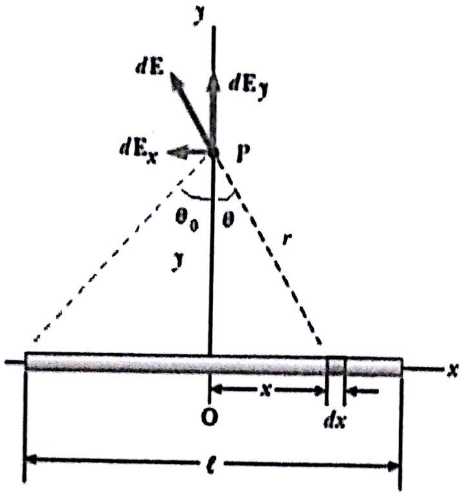
ومن قانون نيوتن في التجاذب الكتلي وباستخدام كتل الجسيمات من الجدول (1.1)، نجد أن قيمة قوة التجاذب الكتلي:

$$F_g = G \frac{m_e \cdot m_p}{r^2} \Longrightarrow$$

$$F_g = \left(6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right) \frac{(9.11 \times 10^{-31}\,kg)(1.67 \times 10^{-27}\,kg)}{(5.3 \times 10^{-11} m)^2} = 3.6 \times 10^{-47} N$$

نلاحظ أن النسبة بين هاتين القوتين هي $F_e/F_g = 2 \times 10^{39}$، وهذا يعني أن قوة التجاذب الكتلي بين الجسيمات الذرية المشحونة تكون مهملة بالمقارنة مع القوة الكهربائية بينها. كما نلاحظ أن هنالك تشابه في الشكل بين قانون نيوتن في التجاذب الكتلي وقانون كولون في التجاذب والتنافر الكهربائي.

جواب السؤال الثاني [15 درجة]



الشكل (1.4): قضيب طوله ℓ يمتلك شحنة موجبة منتظمة (موزعة بانتظام) على وحدة الطول λ وشحنته الكلية Q. إن قيمة الحقل الكهربائي المتولد عن أي عنصر شحنة dq هو $dE = k_e \frac{dq}{r^2}$.

إن قيمة الحقل الكهربائي عند النقطة P العائد لكل عنصر طول dx هو:

$$dE = k_e \frac{dq}{r^2} = k_e \frac{dq}{x^2 + y^2}$$

$$= k_e \frac{\lambda dx}{x^2 + y^2} \qquad (1)$$

حيث $dq = \lambda dx$.

وهذا الحقل له مركبتين dE_x و dE_y على المحورين x و y على الترتيب، انظر الشكل $(a)(1.4)$.

لكن بسبب التناظر، فإن المركبة dE_x العائدة إلى عنصر الطول dx تلغي المركبة $-dE_x$ العائدة إلى عنصر الطول $-dx$ ، لذلك فإن:

$$E_x = \int dE_x = 0$$

وبالتالي فإن:

$$E = E_y = \int dE_y = \int dE \cos\theta$$

وبما أن

$$\cos = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

فإن

$$E = \int dE \, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad (2)$$

وبتعويض (1) في (2)، وعلماً أن حيث $\int_{-\ell/2}^{\ell/2} = 2\int_0^{\ell/2}$، نجد:

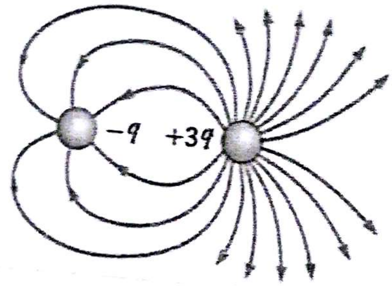
$$E = 2\int_0^{\ell/2} k_e \frac{\lambda dx}{x^2 + y^2} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 2k_e\lambda y \int_0^{\ell/2} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = 2k_e\lambda y \left[\frac{x}{y^2 (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^{\ell/2}$$

$$= \frac{2k_e\lambda}{y}\left[\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^{\ell/2} = \frac{2k_e\lambda}{y}[\sin\theta]_0^{\theta_0} = \frac{2k_e\lambda}{y}(\sin\theta_0 - 0) = \frac{2k_e\lambda}{y}\sin\theta_0$$

(B): من أجل قضيب ذي طول لانهائي، فإن $\theta_0 = 90°$، وبالتالي $\sin 90 = 1$، وبالتالي:

$$E = \frac{2k_e\lambda}{y}$$

جواب السؤال الثالث [5 درجات]



جواب السؤال الرابع [10 درجات]

الحل: يمكن إيجاد قيمة الحقل الكهربائي E المتولد عن تلك الشحنة q على بعد قدره نصف قطر الكرة r باستخدام المعادلة (1.9)؛ أي من المعادلة:

$$E = k_e \frac{q}{r^2}$$

$$= (8.99 \times 10^9 \ m^2N/C^2)\frac{1.00 \times 10^{-6}\ C}{(1.00\ m)^2} = 8.99 \times 10^3\ N/C$$

بما أن الشحنة موجبة، فإن اتجاه خطوط الحقل يكون نحو الخارج وفق مناحي أنصاف-الأقطار، وبما أن مناحيها جميعاً وفق أنصاف-الأقطار، فإنها جميعاً تكون معامدة لسطح الكرة.

إن مساحة سطح الكرة هي:

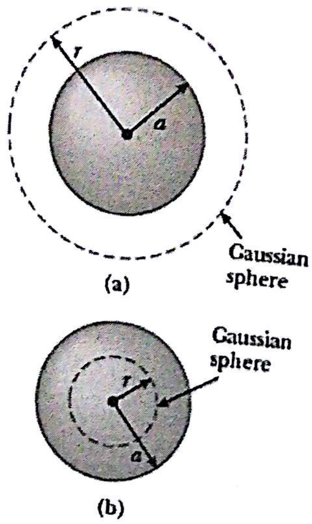
$$A = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times 3.14(1.00)^2 = 12.6\, m^2$$

وبالتالي، فإن التدفق الكهربائي عبر سطح الكرة المعنية يكون:

$$\Phi_E = EA$$
$$= (8.99 \times 10^3\, N/C)(12.6 m^2) = 1.13 \times 10^5\, N \cdot m^2/C$$

جواب السؤال الخامس [15 درجة]



الشكل (2.11): كرة مصمتة معزولة مشحونة بانتظام نصف قطرها a وذات شحنة كلية موجبة Q. (a) من أجل إيجاد الحقل الكهربائي عند أي نقطة تقع خارج الكرة، نرسم سطحاً غاوصياً كروياً نصف قطره r أكبر من نصف قطر الكرة المعزولة a، ومتمركز معها. حيث إنه في كل رسم كهذا، يمثل الخط المتقطع نقاط تقاطع السطح الغاوصي مع مستوي الصفحة. (b) من أجل إيجاد الحقل الكهربائي عند أي نقطة تقع داخل الكرة المعزولة، نرسم سطحاً غاوصياً كروياً نصف قطره r أصغر من نصف قطر الكرة المعزولة a، ومتمركز معها.

الحل: (A): بما أن الشحنة متوزعة على الكرة فإن توزع الشحنة على يكون متناظر كروياً، وبالتالي فإنه، مرة ثانية، يمكننا أن نختار السطح الغاوصي على شكل كرة نصف قطرها $r > a$ متمركزاً مع التوزع الشحني (أي مع الكرة المعزولة)، كما هو مبين في الشكل (2.11)(a). وبهذا الاختيار، نكون قد حققنا الشرطان (.1) و (.2)، تماماً كما حققناهما في المثال السابق (2.4) من أجل شحنة مفردة (نقطية). وبالتالي، بإتباع نفس خطوات الاستنتاج التي اتبعناها في المثال (2.4)، يمكن بسهولة، من أجل $r > a$، أن نجد:

$$\oint E dA = E \oint dA = EA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{A}\frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$$

$$E = k_e \frac{Q}{r^2} \qquad \text{من أجل } r > a \qquad (1)$$

لاحظ أن هذه النتيجة مماثلة تماماً لتلك التي كنا قد حصلنا عليها قبلاً من أجل شحنة مفردة (نقطية).

ومن ذلك، نستنتج أنه، من أجل كرة مشحونة بانتظام، يكون **الحقل في المنطقة الواقعة خارج الكرة مكافئٌ تماماً للحقل الناتج عن شحنة نقطية موضوعة في مركز هذه الكرة.**

(B): في هذه الحالة، نختار السطح الغاوصي أيضاً على شكل كرة نصف قطرها $r < a$ متمركزة مع التوزع الشحني (أي مع الكرة المعزولة)، كما هو مبين في الشكل (2.11)(b). الآن، لنرمز لحجم الكرة الأصغر ذات نصف القطر r بـ V'. من أجل تطبيق قانون غاوص في هذه الحالة، من الواجب علينا الإقرار بأن الشحنة الموجودة ضمن السطح الغاوصي q_{in} ذي الحجم V' تكون أقل من الشحنة الكلية Q. ومن أجل حساب الشحنة q_{in}، يمكن أن نستفيد من حقيقة أن $q_{in} = \rho V'$، وبالتالي:

$$q_{in} = \rho V' = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

بسبب تناظر الشحنة، تكون قيمة الحقل الكهربائي ثابتة في كل مكان على امتداد السطح الغاوصي الكروي، ويكون هذا ناظمياً على السطح الغاوصي عند كل نقطة من نقاطه. وبالتالي بذلك نكون قد حققنا الشرطين (1.) و (2.). وبناء عليه، ن تطبيق قانون غاوص من أجل المنطقة $r < a$ فنحصل على:

$$\oint EdA = E\oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

ومن هذه العلاقة، نجد بأن قيمة الحقل الكهربائي E تكون:

$$E = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{4\pi r^2\varepsilon_0} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r$$

لكن من تعريف كثافة الشحنة الحجمية يكون:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

فإنه يمكن إعادة كتابه علاقة E كما يلي:

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r = \frac{\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}}{3\varepsilon_0}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^3}r$$

وبالاستفادة من تعريف ثابت كولون نحصل من أجل $r < a$ على:

$$E = k_e\frac{Q}{a^3}r \qquad \text{من أجل } r < a \qquad (2)$$

لاحظ أن هذه النتيجة من أجل قيمة الحقل E تكون مختلفة عن تلك التي حصلنا عليها في الجزء (A) من هذا المثال. وهي تبين أنه عندما $r \to 0$، فإن قيمة الحقل $E \to 0$. لذلك، فإن هذه النتيجة تُخلصنا من مشكلة كنا سنوجهها عند $r = 0$ فيما لو كان الحقل E داخل الكرة يتغير مع $1/r^2$ كما يفعل خارج الكرة. وهذا يعني أنه لو كان $E \propto 1/r^2$ من أجل $r < a$، لكنا حصلنا على قيمة لانهائية للحقل عند $r = 0$، وهذا مستحيل فيزيائياً.

جواب السؤال السادس [15 درجة]

الحل: (A): بما أن البروتون يتحرك بجهة الحقل الكهربائي، فإننا نتوقع أن ينتقل من موضع ذي كمون كهربائي أعلى إلى موضعٍ ذي كمون كهربائي أخفض. وعندئذ، بحسب المعادلة (3.6)، فإن التغير في الكمون الكهربائي بين النقطتين A و B يكون:

$$\Delta V = V_B - V_A = -Ed$$
$$= -(8.0\times 10^4 V/m)(0.50)m = -4.0\times 10^4\ V$$

إن الإشارة السالبة تدل على أن الطاقة الكامنة للمنظومة حقل-بروتون، كما ستلاحظ في الطلب (B)، تتناقص في أثناء تحرك البروتون باتجاه الحقل الكهربائي. حيث إن البروتون في أثناء تسارعه مع اتجاه الحقل يكتسب طاقةً حركية تتم، بنفس الوقت، على حساب التناقص في الطاقة الكامنة المنظومة حقل-بروتون (إن المنظومة حقل-بروتون معزولة ضمناً، فهي محافظة). تماماً مثل السقوط الحر لجسم في حقل الجاذبية الأرضية.

(B): إن التغير في الطاقة الكامنة للمنظومة حقل-بروتون يعطى بالمعادلة (3.3)، وبالتالي:

$$\Delta U = q_0\Delta V = e\,\Delta V$$
$$= (1.6\times 10^{-19}\ C)(-4.0\times 10^4\ V) = -6.4\times 10^{-15}\ J$$

(C): إن المنظومة حقل–بروتون المعزولة تكون محافظة ضمناً؛ أي أنه لا يؤثر على الشحنة أي شيء آخر سوى الحقل الكهربائي المنتظم، لذلك، فإن الطاقة الميكانيكية الكلية للمنظومة تكون محفوظة؛ أي أن:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2} m_p v^2 - 0\right) + e\,\Delta V = 0 \;\Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{-(2e\,\Delta V)}{m_p}}$$

$$v = \sqrt{\frac{-2(1.6 \times 10^{-19} C)(-4.0 \times 10^{4}\,V)}{1.67 \times 10^{-27} kg}} = 2.8 \times 10^{6}\, m.s$$

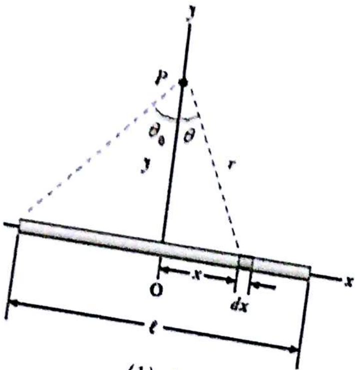
...لق
...دسة الكهربائية والميكانيكية
...لوم الأساسية

الفيزياء العامة 2
سنة أولى طاقة كهربائية
الفصل الثاني 2017-2018

الاسم:
المدة:
العلامة: 70 درجة

السؤال الأول [10 درجات]

إذا علمت أن المسافة الفاصلة بين الإلكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين هي بالمتوسط حوالي $5.3 \times 10^{-11} m$، فأوجد القيمة المطلقة للقوة الكهربائية بين هاتين الجسيمتين، ثم أوجد قيمة قوة التجاذب الكتلي بينهما، ماذا تستنتج؟



الشكل (1)

السؤال الثاني [15 درجة]

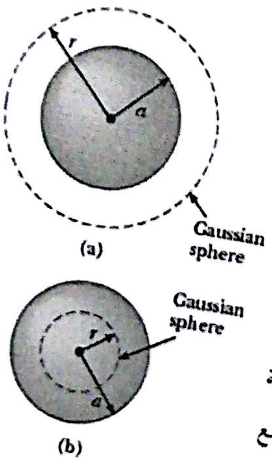
قضيب رفيع طوله ℓ وذو شحنة موجبة منتظمة لكل وحدة الطول λ يقع على المحور x وشحنته الكلية Q. كما هو الشكل (1). (A) بين أن قيمة الحقل الكهربائي عند نقطة P تقع على مسافة قدرها y من منصف القضيب لا تمتلك مركبة على x، وتعطى بالعلاقة $E = 2k_e \lambda \sin\frac{\theta_0}{y}$. (B) ماذا يحصل؟ استخدم نتيجة الطلب (A) لتبين أن قيمة الحقل لقضيب ذي طول لانهائي هي $E = 2k_e \frac{\lambda}{y}$.

السؤال الثالث [5 درجات]

ارسم خطوط الحقل الكهربائي لشحنتين أحدهما $-q$ والأخرى $+3q$.

السؤال الرابع [10 درجات]

ما هي قيمة التدفق الكهربائي المتولد عن شحنة نقطية موجبة $+1.00\,\mu C$ عبر كرة نصف قطرها $1.00\,m$ إذا كانت هذه الشحنة متوضعة في مركز الكرة؟



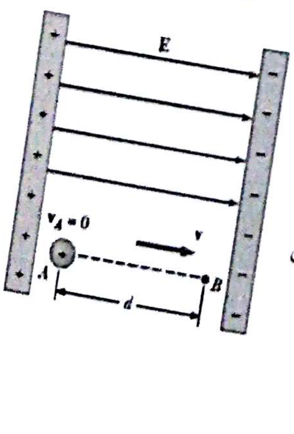
الشكل (2)

السؤال الخامس [15 درجة]

كرة مصمتة (غير جوفاء) معزولة نصف قطرها a تمتلك كثافة شحنية حجمية منتظمة ρ وتحمل شحنة موجبة كلية Q، الشكل (2). (A) أوجد قيمة الحقل الكهربائي عند نقطة تقع خارج هذه الكرة تبعد مسافة r عن مركزها، الشكل (2)(a). (B) ثم أوجد قيمة الحقل الكهربائي عند نقطة تقع داخل هذه الكرة تبعد مسافة r عن مركزها، الشكل (2)(b).

السؤال السادس [15 درجة]

يتم تحرير بروتون من السكون في حقل كهربائي منتظم E قيمته $8.0 \times 10^4\, V/m$، كما هو مبين في الشكل (3)، فيعاني انزياحا d قيمته $0.50\, m$ باتجاه الحقل الكهربائي. المطلوب أوجد: (A) التغير في الكمون الكهربائي بين النقطتين A و B. (B) التغير في الطاقة الكامنة للمنظومة حقل-بروتون من أجل الإزاحة المعطاة. (C) سرعة البروتون مباشرة بعد أن ينجز الإزاحة $0.50\, m$ في الحقل الكهربائي.



الشكل (3)

مع تمنيات مدرس المقرر بالنجاح

د. عبدالله رسلناوي